初等数学千题解

湖南省涟源地区教学辅导站

上　册

CHUDENGSHUXUEQIANTIJIE

编 者 说 明

本书选编的是一千个具有代表性、综合性或技巧性的初等数学问题。共分上、下两册，供中学数学教师教学参考和青年学生复习钻研之用。

为了便于读者查阅，特将问题按照代数部分、三角部分、平面几何部分、立体几何部分、平面解析几何部分以及附录部分（历届数学竞赛题选和外国资料）予以分类编排。由于某些题目的综合性强，涉及的知识较广，归类难免不当，敬请读者见谅。

此书有湖南第一师范数学教研组十位同志参加编写。由双峰印刷厂和长沙文华印刷厂负责印刷，在此表示衷心感谢！

由于我们水平不高，时间仓促，某些解法不一定最好，甚至可能是错误的，恳请读者批评指正。

湖南涟源地区教学辅导站

一九七九年元月

初等数学千题解

上册目录

（代数部分）

代 数 部 分

一、代数式的变换

1．分解因式：$x^2+2xy-8y^2+2x+14y-3$。

解　原式$=(x+4y)(x-2y)+3(x+4y)$

$-(x-2y)-3$

$=(x+4y)(x-2y+3)-(x-2y+3)$

$=(x-2y+3)(x+4y-1)$

2．分解因式：$x^4+y^4+z^4-2x^2y^2-2y^2z^2-2z^2x^2$。

解　原式$=(x^2+y^2)^2-2z^2(x^2+y^2)+z^4-4x^2y^2$

$=[x^2+y^2-z^2]^2-4x^2y^2$

$=(x^2+y^2-z^2+2xy)(x^2+y^2-z^2-2xy)$

$=[(x+y)^2-z^2][(x-y)^2-z^2]$

$=(x+y+z)(x+y-z)(x-y$

$+z)(x-y-z)$。

3．分解因式：$(a+b)^2+(a+c)^2-(c+d)^2$

$-(b+d)^2$。

解　原式$=(a+b)^2-(\quad+\quad)^2+(a+c)^2-(b+d)^2$

$=(a+b+c+d)(a+b-c-d)+(a+c+b$

$+d)(a+c-b-d)$

$=(a+b+c+d)(2a-2a-2d)$

$=2(a+b+c+d)(a-d)$.

4. 分解因式：$(x+1)^4+(x^2-1)^2+(x-1)^4$.

解　原式 $=(x+1)^4+(x+1)^2(x-1)^2+(x-1)^4$

$=[(x+1)^2+(x+1)(x-1)+(x-1)^2][(x+1)^2-(x+1)(x-1)+(x-1)^2]$

$=(3x^2+1)(x^2+3)$.

5. 分解因式：$x^2-y^2-3z^2-2xz+4yz$.

解　原式 $=x^2-2xz+z^2-y^2+4yz-4z^2$

$=(x-z)^2-(y-2z)^2$

$=(x+y-3z)(x-y+z)$.

6. 分解因式：$2y^2-5xy+2x^2-ay-ax-a^2$.

解　原式 $=(2y^2-5xy+2x^2)-(y+x)a-a^2$

$=(2y-x)(y-2x)-[(2y-x)-(y-2x)]a-a^2$

$=(2y-x)(y-2x)-(2y-x)a+(y-2x)a-a^2$

$=(2y-x)(y-2x-a)+a(y-2x-a)$

$=(y-2x-a)(2y-x+a)$.

7. 分解因式：$a^2-3b^2-3c^2+10bc-2ca-2ab$.

解　原式 $=a^2-2a(b+c)-(3b^2-10bc+3c^2)$

$=a^2-2a(b+c)-(3b-c)(b-3c)$

$=a^2-a[(3b-c)-(b-3c)]-(3b-c)(b-3c)$

$=(a+b-3c)(a-3b+c)$.

8．分解因式：$x^2-2ax-b^2+2ab$。

解　原式$=(x^2-2ax+a^2)-(a^2-2ab+b^2)$

$=(x-a)^2(-a-b)^2$

$=(x-b)(x-2a+b)$。

9．分解因式：$x^2-2(a+b)x-ab(a-2)(b+2)$。

解　原式$=[x-(a+b)]^2-(a+b)^2-ab(a-2)(b+2)$

$=(x-a-b)^2-(a-b)^2-a^2b^2-2ab(a-b)$

$=(x-a-b)^2-(ab+a-b)^2$

$=(x+ab-2b)(x-2a-ab)$。

10．分解因式：$ax^2+1+(a+1)x$。

解　原式$=ax(x+1)+(x+1)$

$=(x+1)(ax+1)$。

11．分解因式：$x^3+px^2+px+p-1$。

解　原式$=x^3-1+p(x^2+x+1)$

$=(x^2+x+1)(x+p-1)$。

12．分解因式：$2x^3-4x^2y+2xy^2-z(x^2-2xy+y^2)$。

解　原式$=2x(x-y)^2-z(x-y)^2$

$=(x-y)^2(2x-z)$。

13．分解因式：$(1+y)^2-2x^2(1+y^2)+x^4(1-y)^2$。

解　原式$=1+2y+y^2-2x^2-2x^2y^2+x^4-2x^4y$

$+x^4y^2$

$=y^2(1-2x^2+x^4)+2y(1-x^4)+(1-x^2)^2$

$=y^2(1-x^2)^2+2y(1+x^2)(1-x^2)$

$+(1-x^2)^2$

$$=(1-x^2)[y^2(1-x^2)+2y(1+x^2)+(1-x^2)]$$

$$=(1-x^2)[(y+1)^2-(y-1)^2x^2]$$

$$=(1+x)(1-x)(y+1+xy-x)(y+1-xy+x).$$

14．分解因式：$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24.$

解　原式$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$

$$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)$$

$$=(x^2+5x)[x^2+5x+10]$$

$$=x(x+5)(x^2+5x+10).$$

15．分解因式：$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15.$

解　原式$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$

$$=(x^2+8x)^2+22(x^2+8x)+120$$

$$=(x^2+8x+10)(x^2+8x+12)$$

$$=(x+2)(x+6)(x^2+8x+10).$$

16．化简：$(b^2-a^2-c^2+2ac)\div\dfrac{a+b-c}{a+b+c}.$

解　原式$=(b+a-c)(b-a+c)\cdot\dfrac{a+b+c}{a+b-c}$

$$=(a+b+c)(b-a+c)$$

17．化简 $\dfrac{x+\dfrac{1}{y}}{x+\dfrac{1}{y+\dfrac{1}{z}}}-\dfrac{1}{y(xyz+x+z)}.$

解 原式$=\dfrac{\dfrac{xy+1}{y}}{x+\dfrac{z}{yz+1}}-\dfrac{1}{y(xyz+x+z)}$

$=\dfrac{\dfrac{xy+1}{y}}{\dfrac{xyz+x+z}{yz+1}}-\dfrac{1}{y(xyz+x+z)}$

$=1+\dfrac{1}{y(xyz+x+z)}-\dfrac{1}{y(xyz+x+z)}$

$=1$。

18．化简：$\dfrac{x}{ax-2a^2}-\dfrac{2}{x^2+x-2ax-2a}\cdot$

$\left(\dfrac{3x+x}{3+x}+1\right)$。

解 原式$=\dfrac{x}{a(x-2a)}-\dfrac{2}{(x+1)(x-2a)}\cdot$

$\left(\dfrac{x(3+x)}{3+x}+1\right)$

$=\dfrac{x}{a(x-2a)}-\dfrac{2}{x-2a}=\dfrac{x-2a}{a(x-2a)}=\dfrac{1}{a}$。

19．化简：$\dfrac{\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^2-2+\left(\dfrac{x-a}{x+a}\right)^2}{\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^2-\left(\dfrac{x-a}{x+a}\right)^2}$。

解 原式$=\dfrac{\dfrac{x+a}{x-a}-\dfrac{x-a}{x+a}}{\dfrac{x+a}{x-a}+\dfrac{x-a}{x+a}}=\dfrac{(x+a)^2-(x-a)^2}{(x+a)^2+(x-a)^2}$

$$=\frac{4ax}{2x^2+2a^2}=\frac{2ax}{x^2+a^2}.$$

20．化简：$\left[\frac{3(x+2)}{2(x^3+x^2+x+1)}+\frac{2x^2-x-10}{2(x^3-x^2+x-1)}\right]$

$$\div\left[\frac{5}{x^2+1}+\frac{3}{2(x+1)}-\frac{3}{2(x-1)}\right].$$

解　原式 $=\left[\frac{3(x+2)}{2(x^2+1)(x+1)}+\frac{(2x-5)(x+2)}{2(x^2+1)(x-1)}\right]$

$$\div\frac{5(2x^2-2)+3(x-1)(x^2+1)-3(x+1)(x^2+1)}{2(x+1)(x-1)(x^2+1)}$$

$$=\frac{3(x+2)(x-1)+(2x-5)(x+2)(x+1)}{2(x^2+1)(x+1)(x-1)}$$

$$\times\frac{2(x+1)(x-1)(x^2+1)}{4(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{2(x+2)^2(x-2)}{4(x+2)(x-2)}=\frac{1}{2}(x+2).$$

21．化简：$\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}$

$$+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}.$$

解1　原式 $=\frac{1}{a(a-b)(a-c)}-\frac{1}{b(a-b)(b-c)}$

$$+\frac{1}{c(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{bc(b-c)-ac(a-c)+ab(a-b)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{b^2c-bc^2-a^2c+ac^2+a^2b-ab^2}{abc(a^2b-ab^2+b^2c-a^2c+ac^2-bc^2)}$$

$$=\frac{1}{abc}.$$

解2 原式$=\dfrac{b(b-c)-a(a-c)}{ab(a-b)(a-c)(b-c)}+\dfrac{1}{c(a-c)(b-c)}$

$$=\frac{(a-b)(c-a-b)}{ab(a-b)(a-c)(b-c)}+\frac{1}{c(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{c-a-b}{ab(a-c)(b-c)}+\frac{1}{c(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{c^2-ac-bc+ab}{abc(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{1}{abc}.$$

22．化简：$\dfrac{[1-(\frac{a}{b})^{-2}]\cdot a^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+2\sqrt{ab}}$.

解　原式$=\dfrac{[1-(\frac{a}{b})^{-2}]\cdot a^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+2\sqrt{ab}}$

$$=\frac{[1-\frac{b^2}{a^2}]a^2}{a+b}$$

$$=\frac{a^2-b^2}{a+b}$$

$$=a-b.$$

23．化简：$\dfrac{b}{a-b}\cdot\sqrt[3]{(a^2-2ab+b^2)(a^2-b^2)(a+b)}$

$$\times\frac{a^3-b^3}{\sqrt[3]{(a+b)^2}}.$$

解　原式$=\dfrac{b}{a-b}\cdot(a-b)\sqrt[3]{(a+b)^2}\cdot\dfrac{a^3-b^3}{\sqrt[3]{(a+b)^2}}$

$=b(a^3-b^3)$.

24. 化简：$ab\sqrt[n]{a^{1-n}b^{-n}-a^{-n}b^{1-n}}\cdot\sqrt[n]{(a-b)^{-1}}$。

解　原式$=ab\sqrt[n]{\dfrac{a}{(ab)^n}-\dfrac{b}{(ab)^n}}\cdot\sqrt[n]{\dfrac{1}{a-b}}$

$$=\sqrt[n]{a-b}\cdot\sqrt[n]{\frac{1}{a-b}}=1.$$

25. 化简：$\left(\dfrac{15}{\sqrt{6}+1}+\dfrac{4}{\sqrt{6}-2}-\dfrac{12}{3-\sqrt{6}}\right)$

$$\times(\sqrt{6}+11).$$

解　原式$=\left[\dfrac{15(\sqrt{6}-1)}{5}+\dfrac{4(\sqrt{6}+2)}{2}\right.$

$$\left.-\frac{12(3+\sqrt{6})}{3}\right](\sqrt{6}+11)$$

$$=(3\sqrt{6}-3+2\sqrt{6}+4-12-4\sqrt{6})$$

$$\times(\sqrt{6}+11)$$

$$=(\sqrt{6}-11)(\sqrt{6}+11)=-115.$$

26. 化简：$\dfrac{\sqrt{\dfrac{1+a}{1-a}}+\sqrt{\dfrac{1-a}{1+a}}}{\sqrt{\dfrac{1+a}{1-a}}-\sqrt{\dfrac{1-a}{1+a}}}\cdot\dfrac{1}{a}$.

解　原式$=\dfrac{\dfrac{1+a}{1-a}+2+\dfrac{1-a}{1+a}}{\dfrac{1+a}{1-a}-\dfrac{1-a}{1+a}}\cdot\dfrac{1}{a}$

$$=\frac{\dfrac{4}{1-a^2}}{\dfrac{4a}{1-a^2}}\cdot\frac{1}{a}$$

$$=\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{a}=\frac{1}{a^2}.$$

27. 化简：$\dfrac{a\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1}+b\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}}{\left(\dfrac{a+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}+\left(\dfrac{b+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}}$.

解 原式$=\dfrac{\dfrac{2ab\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{2ab\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\dfrac{2ab}{a+\sqrt{ab}}+\dfrac{2ab}{b+\sqrt{ab}}}$

$$=\frac{2ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{ab(a-b)}{2ab\sqrt{ab}(a-b)}$$

$$=\frac{ab}{\sqrt{ab}}=\sqrt{ab}.$$

28. 化简：$\dfrac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\dfrac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$.

解 原式$=\dfrac{(n+2)^2+2(n+2)\sqrt{n^2-4}+n^2-4}{(n+2)^2-n^2+4}$

$$+\frac{(n+2)^2-2(n+2)\sqrt{n^2-4}+n^2-4}{(n+2)^2-n^2+4}$$

$$=\frac{4n(n+2)}{4(n+2)}=n.$$

29. 化简：$\left[\dfrac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(2\sqrt{b})^2}{a-b}-(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})\right.$

$$\left.\times(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})^{-1}\right]\div\frac{(4b)^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}.$$

解 原式$=\left[\dfrac{a+2\sqrt{ab}-3b}{a-b}-\dfrac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b}\right]$

$$\cdot\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{8b\sqrt{b}}$$

$$=\frac{4\sqrt{ab}-4b}{a-b}\cdot\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{8b\sqrt{b}}$$

$$=\frac{4\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}\cdot\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{8b\sqrt{b}}$$

$$=\frac{1}{2b}.$$

30. 化简：$\sqrt{3+2\sqrt{5+12\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}$

解 原式$=\sqrt{3+2\sqrt{5+12(\sqrt{2}+1)}}$

$$=\sqrt{3+2\sqrt{17+2\sqrt{72}}}$$

$$=\sqrt{3+2(\sqrt{8}+3)}$$

$$=\sqrt{9+2\sqrt{8}}$$

$$=1+\sqrt{8}$$

$$=1+2\sqrt{2}.$$

31. 化简：$\dfrac{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}-2}{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}+2}$.

解 ∵ $n^3-3n-2=(n+1)^2(n-2)$

$$n^3-3n+2=(n-1)^2(n+2)$$

∴ 原式$=\dfrac{n+1}{n-1}\cdot\dfrac{(n+1)(n-2)+(n-1)\sqrt{n^2-4}}{(n-1)(n+2)+(n+1)\sqrt{n^2-4}}$

$$=\frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{n+2}}\cdot\frac{(n+1)\sqrt{n-2}+(n-1)\sqrt{n+2}}{(n-1)\sqrt{n+2}+(n+1)\sqrt{n-2}}$$

$$=\frac{(n+1)\sqrt{n^2-4}}{(n-1)(n+2)}.$$

32. 化简：$(14+6\sqrt{5})^{\frac{3}{2}}+(14-6\sqrt{5})^{\frac{3}{2}}$.

解 ∵ $\sqrt{14\pm6\sqrt{5}}=3\pm\sqrt{5}$

∴ 原式$=(3+\sqrt{5})^3+(3-\sqrt{5})^3$

$=6[14+6\sqrt{5}-(9-5)+14-6\sqrt{5})$

$=6\times24$

$=144$。

33．化简：$[(ab)^{\frac{1}{2}}+(ac)^{\frac{1}{2}}+(bd)^{\frac{1}{2}}+(cd)^{\frac{1}{2}}]$

$\times[(ab)^{\frac{1}{2}}-(ac)^{\frac{1}{2}}-(bd)^{\frac{1}{2}}+(cd)^{\frac{1}{2}}]$

解 原式$=[(ab)^{\frac{1}{2}}+(cd)^{\frac{1}{2}}]^2-[(ac)^{\frac{1}{2}}+(bd)^{\frac{1}{2}}]^2$

$=ab+cd-ac-bd$

$=(a-d)(b-c)$。

34．设$x+3y+5z=0$ $\quad 2x+4y+7z=0\quad(z\neq0)$

求：$\dfrac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}$之值。

解1 由假设得$\begin{cases}\dfrac{x}{z}+\dfrac{3y}{z}+5=0\\ \dfrac{2x}{z}+\dfrac{4y}{z}+7=0\end{cases}$

关于$\dfrac{x}{z}$，$\dfrac{y}{z}$解以上方程组得 $\dfrac{x}{z}=-\dfrac{1}{2}$ $\quad\dfrac{y}{z}=-\dfrac{3}{2}$

故$\dfrac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}=\dfrac{\dfrac{x^2}{z^2}+\dfrac{3y^2}{z^2}+5}{\dfrac{2x^2}{z^2}+\dfrac{4y^2}{z^2}+7}$

$$=\frac{\frac{1}{4}+\frac{27}{4}+5}{\frac{1}{2}+9+7}=\frac{8}{11}.$$

解2 由方程组

$$\begin{cases} x+3y+5z=0 \\ 2x+4y+7z=0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}z \\ y=-\dfrac{3}{2}z \end{cases}$

代入原式，得：

$$\text{原式}=\frac{\frac{1}{4}z^2+\frac{27}{4}z^2+5z^2}{\frac{2}{4}z^2+\frac{36}{4}z^2+7z^2}$$

$$=\frac{48}{66} \quad (\because z\neq 0，\therefore \text{分子分母同除以} z^2)$$

$$=\frac{8}{11}.$$

35. 设 $x-\dfrac{1}{x}=1$ 求$x^2+\dfrac{1}{x^2}$及$x^3-\dfrac{1}{x^3}$之值。

解 $\because x-\dfrac{1}{x}=1 \quad \therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=(x-\dfrac{1}{x^2})^2+2x\cdot\dfrac{1}{x}$

$$=1+2=3.$$

$$x^3-\frac{1}{x^3}=(x-\frac{1}{x})(x^2+1+\frac{1}{x^2})=4.$$

36. 设 $(a+\dfrac{1}{a})^2=3$ 求$a^3+\dfrac{1}{a^3}$之值。

解 $\because (a+\dfrac{1}{a})^2=3 \quad \therefore a+\dfrac{1}{a}=\pm\sqrt{3}$

$$\therefore \quad a^2+\frac{1}{a^2}=(a+\frac{1}{a})^2-2=1$$

$$\therefore a^3+\frac{1}{a^3}=(a+\frac{1}{a})(a^2-1+\frac{1}{a^2})=\pm\sqrt{3}\cdot 0=0.$$

37. 若$x>0$，$y>0$，

且$\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})=3\sqrt{y}(\sqrt{x}+5\sqrt{y})$，

试求$\dfrac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}$的值。

解　等式$\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})=3\sqrt{y}(\sqrt{x}+5\sqrt{y})$

可化为$(\sqrt{x})^2-2\sqrt{x}\sqrt{y}-15(\sqrt{y})^2=0$.

即　$(\sqrt{x}+3\sqrt{y})(\sqrt{x}-5\sqrt{y})=0$.

因　$\sqrt{x}>0$，$\sqrt{y}>0$，所以$\sqrt{x}+3\sqrt{y}>0$，

以　$\sqrt{x}+3\sqrt{y}$除上面等式的两边，得

$$\sqrt{x}-5\sqrt{y}=0.$$

$$\therefore\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=5.$$

$$\therefore\frac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}=\frac{2\frac{x}{y}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+3}{\frac{x}{y}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}-1}$$

$$=\frac{2\times25+5+3}{25+5-1}=2.$$

38. 设　$x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}+z^{\frac{1}{3}}=0$，则$(x+y+z)^3=27xyz$.

证明：$\because$　$(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}+z^{\frac{1}{3}})^3=0$.

即　$x+y+z+3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}+3x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}+3x^{\frac{2}{3}}z^{\frac{1}{3}}$

$+3x^{\frac{1}{3}}z^{\frac{2}{3}}+3y^{\frac{2}{3}}z^{\frac{1}{3}}+3y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{2}{3}}+6x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{3}}=0$

即 $\quad x+y+z-3x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{3}}=0$。

$\therefore \quad x+y+z=3x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{3}}$

故 $\quad (x+y+z)^3=27xyz$。

39．若 $\quad 4x^2-4x-15\leqslant 0$，

试化简$\sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{4x^2-20x+25}$．

解 不等式$4x^2\times 4x-15\leqq 0$ 可化为

$$(2x+3)(2x-5)\leqq 0,$$

$$\therefore \quad -\frac{3}{2}\leqq x\leqq\frac{5}{2}.$$

从而得知 $\quad 2x+3\geqq 0$

和 $\quad 2x-5\leqq 0$。

又 $\quad \sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{4x^2-20x+25}$

$=\sqrt{(2x+3)^2}+\sqrt{(2x-5)^2}$.

$\because \quad 2x+3\geqq 0, \quad \therefore \sqrt{(2x+3)^2}=2x+3,$

$\because \quad 2x-5\leqq 0, \quad \therefore \sqrt{(2x-5)^2}=-(2x-5)$。

$\therefore \quad \sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{4x^2-20x+25}$

$=(2x+3)-(2x-5)=8$。

40．化简

$$\frac{x^2-yz}{(x+y)(x+z)}+\frac{y^2-zx}{(y+z)(y+x)}+\frac{z^2-xy}{(z+x)(z+y)}$$

解 因 $\dfrac{x^2-yz}{(x+y)(x+z)}=\dfrac{x(x+z)-z(x+y)}{(x+y)(x+z)}$

$=\dfrac{x}{x+y}-\dfrac{z}{x+z}$