




初等数学



一九七〇年七月



目 录

第一章 后次复习前次的概念

——复习小数和分数

小数四则运算复习：

I · 小数和单位

II · 小数加减法

III · 小数乘法

IV · 小数除法

分数四则运算复习：

I · 分数和小数

II · 分数加减法

III · 分数乘除法

IV · 比

第二章 对于具体的事物作具体的分析

——一元一次方程

I · 从实际需要提出任务

——什么是一元一次方程

II · 解决完成任务的方法问题

——一元一次方程的解法

III · 精通的目的全在于应用

——一元一次方程的应用

四·认识不断深化

——利用移项推导公式

第三章 有矛盾才有发展

——正数和负数

I·正负数的概念

II·正负数的四则运算

1. 加法

2. 减法

3. 乘法

4. 除法

5. 乘方

III·数轴和正负数大小的比较

IV·正负数运算在统计方面的一个应用

——均值和方差

“后次复习前次的概念”

第一章 复 习

伟大领袖毛主席在论“教授法”时，教导我们：要“由近及远，由浅入深”，要“后次复习前次的概念”。在这一章里，我们复习过去学过的数学概念和方法，并从最浅近的小数和分数开始。

毛主席教导我们：“不破不立。破，就是批判，就是革命。”我们在复习时，一定要大破过去的所谓“数学超阶级”的观点，大立“为无产阶级政治服务”，“为广大工农兵服务”，“为三大革命实践服务”的观点；大破“理论与实际脱离”，大立“同生产劳动相结合”，“理论与实际联系”；大破“烦琐哲学”，大立贯彻“少而精”的原则；大破故弄玄虚，大立开门见山，通俗易懂。

小数四则运算复习

I · 小数和单位

毛主席教导我们：“胸中有‘数’。这是说，对情况和问题一定要注意到它们的数量方面，要有基本的数量的分析。”

在我们做数量分析的时候，总要选择一个适当的单位，例如某公社亩产皮棉167.5斤，这里，我们选择“斤”做单位，出现了小数。如果选择“两”做单位，就得到整数1675两，但是在这个问题中，“两”这个单位太小了。又如我国第一颗人造地球卫星，用20.009兆周的频率（注）播送《东方红》乐曲。这里，所用的单位是兆周。而

$$\begin{aligned}20.009 \text{兆周} &= 20.009 \times 1,000,000 \text{周} \\ &= 20,009,000 \text{周}.\end{aligned}$$

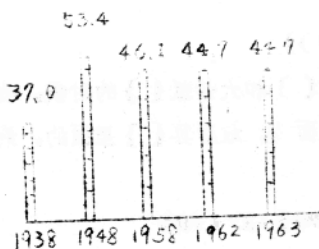
后面，我们还要复习小数的一般乘法。这里只复习下面的规律：

用10, 100, 1000, …分别去乘一个小数时只要把小数点分别向右移1位, 2位, 3位, …就可以了，移到位数不够的时候，就要补上1个或几个0。

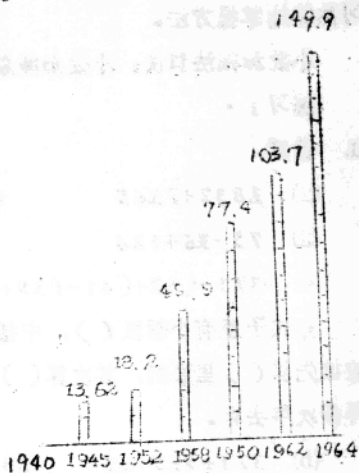
同志们想一想，如果我们用10, 100, 1000, …去除一个小数，又有什么简便的方法呢？

（注）频率是电波在每秒钟振动的次数。1兆周的频率是每秒钟振动一百万次，即1,000,000次。寻常，短波用兆周做单位，长波用千周做单位，1千周是每秒钟振动1000次。

在进行数量分析的时候，利用得到的数据制成图表，很能反映实际情况，说明问题。下面是两个例子：



美国在资本主义世界工业生产中的比重下降表
(以资本主义世界工业总计为100%)



美国军事研究费用历年支出增长表 单位：亿美元

从这两张表，一方面看到美帝国主义经济的没落，同时又看到它在拼命扩军，从这里也能清楚地看出美帝国主义垂死挣扎的纸老虎本来面目。

II. 小数加减法

林副主席教导我们：“教育内容也要精简，重要的东西不在多，而在反复地学，学会运用，多讲不如多练。”又教导我们：“...对于那些有决定意义的东西，一定要反复地学，反复地练，不然到打仗时数初

就不能过硬。”

这里只叙述小数加减法口诀，接着就是练习题，要求大家通过练习熟练地掌握方法。

小数加减法口诀：小数加减象整数，只要对齐小数点。

练习 I .

1. 计算

(1) $1832+7365$ (2) $5613-9097$

(3) $75-36+124$

(4) $371-\{52+[41-(39+0.1)]\}$

当式子里有小括弧 ()，中括弧 [] 和大括弧 { } 的时候，我们应该先算 () 里面的，其次算 [] 里面的，最后算 { } 里面的，最后再按次序去算。

(5) $371+995+0.5$ (6) $995+371+0.5$

注意 I、计算题(5)的时候，最好运用

加法结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$

这里 a、b、c 代表任意三个数。计算题(6)的时候，最好运用

加法交换律： $a+b=b+a$

这里 a、b 代表任意两个数。

2 解放前刘家庄的一个地主每年收地租剥削贫下中农粮食 4524 石，放高利贷剥削贫下中农粮食 326.5 石。算一算，这个地主一年共剥削贫下中农多少石粮食。

3 黄村人民公社解放前流传着这样一首民谣“春打粮，夏打草，冬天拉着大耙跑，今年盼着明年好，明年还是吃不饱”。贫农王大爷租地主土地辛苦劳动一年，收小麦玉米共 2335 斤，被地主夺去了 207.5 斤。问王大爷只剩下多少斤粮食？

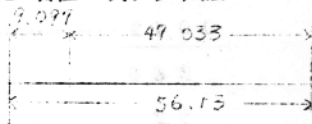
4 红旗公社贫下中农通过无产阶级文化大革命，阶级觉悟更加提高，生产热情空前高涨，棉花亩产从1584斤提高到1786斤；水稻亩产量从1085石提高到122石；油菜亩产量从251.7斤提高到300斤。这些作物的亩产量各增加了多少斤？

注意2 毛主席教导我们：“世界上怕就怕‘认真’二字，共产党就最讲‘认真’。”在用计算方法解决实际问题的時候，我们必须认真负责，保证计算无误。要做到这一点，我们可以采取两种方法：(1)每一步计算都重复进行两次或三次（或更多的次数），保证计算的正确性。(2)从另一个角度来验证计算的正确性。例如，减法

$$5613 - 9097 = 47033$$

可以利用加法

$$47033 + 9097 = 5613$$



来验证。这个例子说明加法和减法这一对矛盾的对立统一性。所以我们不要孤立地学习加法和减法，而应该认识清楚它们之间的密切联系。加法是减法的逆运算，同时减法也是加法的逆运算。（参看上面的图）

5 京棉一厂在一次试验棉花纤维的性能中，测得十批产品抽样的结果是：

品质长度：(mm)	短絨率(%)	强力(磅)
2909	1362	10371
2884	1402	10219
2919	1453	10316
2913	1427	10238
2897	1480	10639
2880	1480	10253
2890	1446	10274
2873	1411	10240
2846	1358	10153
2888	1382	10130

求出：平均品质长度，平均短絨率，平均强力。

注意：n个数 a_1, a_2, \dots, a_n 的平均数是

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

III · 小数乘法

小数乘法口诀，两数相乘得一数，点后位数却相加，补0去0别弄错，小数乘法就不错。

让我们通过一个例题来领会这个口诀的含义：

0.52小数点后有2位

0.015小数点后有3位

260

52

0.00780小数点后有 $2 + 3 = 5$ 位

补两个0

这个0可以去掉

练习

1. 计算

(1) 5.14×3.5 (2) 5.14×0.35 (3) 5.14×0.035

(4) 103.9×0.7 (5) 0.7×103.9 (6) $9.7 \times 0.5 \times 0.2$

(7) $0.5 \times 9.7 \times 0.2$ (8) $0.25 \times 9.97 \times 0.4$

(9) $3.5 \times 2.7 + 3.5 \times 6.2$

注意：用位数较少的一个数去乘一个位数较多的数，算起来比较方便，如上面的题(5)，最好把两个数交换一下，再相乘。这要用到下面的规律：

乘法交换律：

$$a \cdot b = b \cdot a$$

上面， a 和 b 代表任意两个数。 ab 是 $a \times b$ 的简单写法（有时也写成 $a \cdot b$ ，圆点写在 a ， b 的中间），当我们用文字代替数字时，两个文字并排地写在一起，说表示相乘。一个数和一个文字并排地写在一起也表示相乘，如 $3a = 3 \times a$ ，但 3×3 不能写成 33 。

在解题(6)的时候，最好利用下面的规律；

乘法结合律： $(ab)c = a(bc)$ 。

上面， a ， b ， c 表示任意三个数。

在解题(7)，(8)的时候，可以利用乘法交换律和结合律。

在解题(9)的时候，最好利用下面的规律，这样，可以少做一次乘法。

分配律： $a(b+c) = ab+ac$

上面 a ， b ， c 表示任意三个数。

毛主席教导我们：要“多思”。在我们做四则运算的时候，要想一想怎样才能“多快好省”。我们学了一些“规律”，就要利用它们，更好地进行数量的分析，更好地为三大革命实践服务。

2 1吋 = 25.4 釐，318吋是多少釐？（1釐 = 10毫米）

3 农药二二三每斤0.8元，为了消灭病虫害，夺取农业大丰收，青年试验田小组需买2斤，问要付多少元？买36斤呢？

4 某煤厂原来每个采煤工人平均每小时采煤0.42吨，为了落实毛主席“提高警惕，保卫祖国”“要准备打仗”的伟大指示，他们狠抓革命，猛促生产，现在每小时采煤量是过去的1.5倍，问现在一个工人一天工作8小时可采煤多少吨？

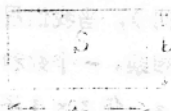
5 让我们复习以下面积的公式，并做一些习题。

正方形



$$S=a^2$$

长方形或矩形



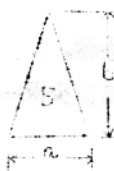
$$S=ab$$

平行四边形



$$S=ah$$

三角形



$$S=ah \div 2$$

梯形



$$S=(a+b)h \div 2$$

圆



$$S=\pi R^2$$

上面用 S 代表面积， a 、 b 代表边的长度， h 代表高， R 代表半径， $\pi = 3.14159 \dots$ 是一个固定的数，叫做圆周率，平常可近似地用 $\pi = 3.1416$ 。 a^2 是 $a \times a$ 的简写，读作 a 的平方，同样， $R^2 = R \times R$ ，是 R 的平方。此外，我们还常常用到圆周长的公式，即半径为 R 的圆周长是 $2\pi R$ 。

(1) 已知三角形底边 $a = 1.235$ 毫米，高 $h = 6.65$ 毫米，三角形面积是多少平方毫米。

(2) 已知梯形的上底 $a = 1.05$ 厘米，下底 $b = 1.26$ 厘米，高 $h = 1.0$ 厘米，面积是多少？

(3) 已知圆的半径 $R = 5$ 厘米，它的周长是多少，面积是多少？

(4) 毛主席诗词里有“坐地日行八万里，巡天遥看一千河”。我们知道地球的半径是 6378 公里，让我们算一算，如果我们坐在地球上（离赤道不远的地方），地球带着我们自转，一天的时间，我们

经过了多少里？

四·小数除法：

例·苏修《莫斯科晚报》1967年6月27日刊登了一则蔬菜降价的所谓“好消息”：西红柿每公斤2卢布（每一卢布合人民币1.19元）。同时期的北京的西红柿仅0.025元一斤，问在苏联买一斤西红柿的钱，在北京能买西红柿多少斤？

解：1公斤等于2斤，因此，在苏联买1斤西红柿要用1卢布，合人民币1.19元。同时期，北京西红柿每斤仅0.025元。因此，用1.19元可以买

$$1.19 \div 0.025 = 47.6 \text{ (斤)}$$

算草如下：

在求第1位商（即4）时，里面用了119才够除，4就写在9以上。

上下两个小数点对齐

里面的小数点也挪3位，由于位数不够，补上了1个0。

外面的小数点挪3位，变成整数。

		47.6	
0.025	.	1.190	.
		100	
		190	
		175	
		150	
		150	
		0	

除法口诀：外挪几位里几位，里缺补0要学会，
第一位商别错位，上下点点要齐对。

练习：

(1) 计算：

(1) $26.57 \div 25$ (2) $26.57 \div 0.25$ (3) $26.57 \div 0.0025$

数初

(4) $26.57 \div 28$ (精确到小数点后5位)

(5) $0.0032 \div 0.6$ (精确到小数点后5位)

(6) $9.237 \div 23$ (精确到小数点后5位)

2 手扶拖拉机每小时耕田1.5亩, 现有一块10.8亩的地, 几小时才能耕完?

3 1捆等于多少吋?

4 红卫生产队196亩土地上施了化肥过磷酸钙441石, 平均每亩施多少石?

5 永红制糖厂工人同志积极响应伟大领袖毛主席“抓革命, 促生产”的伟大号召, 每天榨甘蔗35吨, 共出蔗糖0.431吨, 平均每吨甘蔗出多少糖?

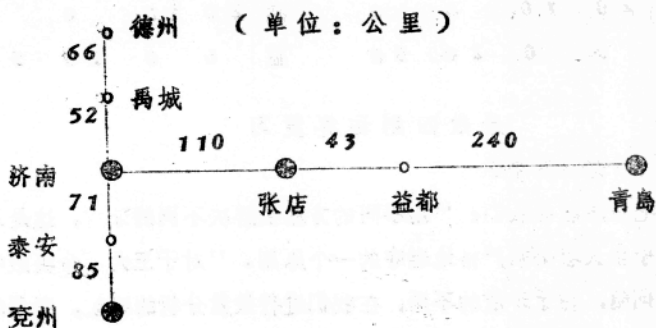
6 一个发电厂, 每发一度电要用煤0.509公斤, 一天发电238900度需要煤多少吨?

7 我国第一颗人造地球卫星的重量是173公斤。苏修、美帝、法国、日本的第一颗人造地球卫星的重量分别为336公斤、842公斤、380公斤、24公斤。算一算, 我国第一颗人造地球卫星是苏修的第一颗人造地球卫星的多少倍? 是美帝的多少倍? 苏、美、法、日四颗人造地球卫星重量之和比我国的人造地球卫星重量还少多少公斤?

(利用乘法概念来提出数学问题, 分析解决问题的实例(或习题))。

8 今有小麦要调运, 它的收发站及收发量如下: (铁路运输里程见图)

发站：	德州	50吨	收站：	济南	80吨
	禹城	20吨		兖州	10吨
	泰安	30吨		张店	30吨
	益都	70吨		青島	50吨



运价表(单位：元)

发站 \ 收站	济南	兖州	张店	青島
德州	252	589	505	1111
禹城	136	463	378	937
泰安	178	199	420	1001
益都	336	684	125	505

例如 只考虑济南需要的80吨，那就把德州的50吨，禹城的20吨都运往济南，然后再运泰安的10吨给济南就行了。

这样就是一个好的调运方案，为什么它是好的？

下面是两个调运方案，怎样比较它们的好坏？

收 发	济	亮	张	青	收 发	济	亮	张	青
德	5 0	0	0	0	德	4 5	0	5	0
禹	1 0	0	1 0	0	禹	1 5	0	5	0
泰	2 0	1 0	0	0	泰	2 0	1 0	0	0
益	0	0	2 0	5 0	益	0	0	2 0	5 0

分数四则运算复习

I. 分数和小数

毛主席教导我们：“用不同的方法去解决不同的矛盾，这是马克思列宁主义者必须严格地遵守的一个原则。”对于三大革命实践中产生的问题，由于矛盾的不同，在我们进行数量分析的时候，所用的工具也不同，有时利用小数，有时则用分数。

我们伟大领袖毛主席教导我们：“全世界百分之九十以上的人民大众在我们一边。我们的朋友遍天下。”“一定要抓好典型。面上的

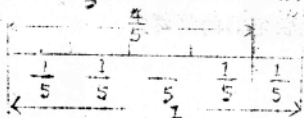
工作要先抓好三分之一。”这里用到两个分数，就是 $\frac{90}{100}$ 和

$\frac{1}{3}$ 。 $\frac{90}{100}$ 常写作 90%，叫做百分数。假如不用分数而用小数，就不能使我们对于世界形势和工作方法有那么正确而又清晰的概念。

对于一个分数，例如 $\frac{4}{5}$ ，我们应该学会从不同的角度去理解它。

$\frac{1}{5}$ 是把 1（整体）分成 5 份以后，其中的一份， $\frac{4}{5}$ 就是 4 个 $\frac{1}{5}$ ，

这是一种理解。 $\frac{4}{5}$ 也是把 4 用 5 除所得的结果，这又是一种理解。后一种理解，把分数和小数紧密地联系在一起。例如



$$\frac{4}{5} = 4 \div 5 = 0.8$$

但是

$$\frac{1}{5} = 1 \div 5 = 0.2, \quad \frac{1}{5} \times 4 = 0.2 \times 4 = 0.8.$$

这说明两种理解是完全一致的。

我们利用文字可以把分数的一般形式写成

$$\frac{a}{b} \cdot (b \neq 0)$$

这样，我们容易把上面的结论写成公式：

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{b} \times a \quad (b \neq 0) \quad (1.1)$$

练习：

1. 把分数化成小数：

(1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{10}{3}$ (精确到小数后3位) (3) 8.3%

2. 把小数化成百分数：

(1) 0.95 ($0.95 = 0.95 \times 100 \div 100 = 95 \div 100 = 95\%$)

(2) 0.943 (3) 125

3. 解放前，天津三条石的三个工厂共有工人70人，其中66人来自农民，4人来自手工业工人。问各占工人总数的百分之几？

II · 分数加减法

两个分母相同的分数，加减最容易，只要记住：分母不动，分子加减，写成公式就是

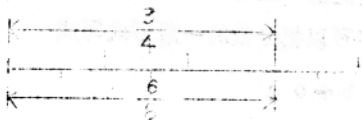
$$\frac{m}{a} \pm \frac{n}{a} = \frac{m \pm n}{a} \quad (\text{注})$$

(II.1)

(注) 两个“±”表示，我们可以同时把它们看成“+”，也可以同时看成“-”。

两个分数的分母不同，要做加减法，就要先把分母化成相同的（这叫做通分），然后，按照上面的方法来加减。首先，我们复习分数的一个常用的性质。

分数的一个性质：如果把一个分数的分母和分子同时乘以（或除以）一个数（不能是0），这个分数不变。



写成公式，就是

$$\frac{am}{bm} = \frac{a}{b}, \quad \frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}. \quad (\text{I} \cdot 2)$$

这里， $m \neq 0$ 。

利用这个性质，容易把分母不同的分数化成有相同的分母（通分），例如 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{2}{9}$ 分母不同，但是，我们可以把它们分母化成同一个数 6×9 ：

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 9}{6 \times 9} = \frac{45}{54}, \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 6}{9 \times 6} = \frac{12}{54}.$$

这样，进一步做加减法，就很容易了：

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{9} = \frac{45}{54} + \frac{12}{54} = \frac{57}{54} = \frac{19}{18},$$

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{9} = \frac{45}{54} - \frac{12}{54} = \frac{33}{54} = \frac{11}{18}.$$

上面最后一步，我们看出分子、分母都可以被3除尽，就根据(I·2)用3同时去除分子和分母，把结果化得更简单些。（这种方法叫做“约分”）。

我们可以把上面的方法用公式表达出来：