

物理光学

华中科技大学武昌分校

目 录

绪论	1	§ 4-3 多光束干涉理论在薄膜理论中的应用	134
第一章 光的电磁理论	3	§ 4-4 薄膜系统光学特性的矩阵计算方法	145
§ 1-1 麦克斯韦方程组	3	§ 4-5 薄膜波导	150
§ 1-2 电磁场的波动性	7	第五章 光的衍射	159
§ 1-3 平面电磁波	10	§ 5-1 惠更斯-菲涅耳原理	159
§ 1-4 球面波和柱面波	16	§ 5-2 基尔霍夫衍射理论	161
§ 1-5 光波的辐射	19	§ 5-3 基尔霍夫衍射公式的近似	166
§ 1-6 电磁场的边值关系	23	§ 5-4 矩孔和单缝的夫琅和费衍射	168
§ 1-7 光在两介质分界面上的反射和折射	25	§ 5-5 圆孔的夫琅和费衍射	176
§ 1-8 全反射	33	§ 5-6 光学成像系统的衍射和分辨本领	180
§ 1-9 光波在金属表面的透射和反射	36	§ 5-7 双缝夫琅和费衍射	186
§ 1-10 光的吸收、色散和散射	41	§ 5-8 多缝夫琅和费衍射	191
第二章 光波的叠加与分析	52	§ 5-9 衍射光栅	194
§ 2-1 两个频率相同、振动方向相同的单色光波的叠加	52	§ 5-10 圆孔和圆屏的菲涅耳衍射	203
§ 2-2 驻波	56	§ 5-11 直边的菲涅耳衍射	211
§ 2-3 两个频率相同、振动方向互相垂直的光波的叠加	58	§ 5-12 全息术	218
§ 2-4 不同频率的两个单色光波的叠加	62	第六章 傅里叶光学	233
§ 2-5 光波的分析	66	§ 6-1 平面波的复振幅和空间频率	233
第三章 光的干涉和干涉仪	74	§ 6-2 单色波场中复杂的复振幅分布及其分解	237
§ 3-1 产生干涉的条件	74	§ 6-3 衍射现象的傅里叶分析方法	242
§ 3-2 杨氏干涉实验	77	§ 6-4 透镜的傅里叶变换性质和成像性质	248
§ 3-3 分波前法干涉的其他实验装置	81	§ 6-5 相干成像系统分析及相干传递函数	254
§ 3-4 条纹的对比度	84	§ 6-6 非相干成像系统分析及光学传递函数	261
§ 3-5 相干性理论	93	§ 6-7 阿贝成像理论和阿贝-波特实验	270
§ 3-6 平行平板产生的干涉	97	§ 6-8 相干光学处理系统和处理举例	276
§ 3-7 楔形平板产生的干涉	103	§ 6-9 非相干光学处理	285
§ 3-8 用牛顿环测量透镜的曲率半径	108	第七章 光的偏振与晶体光学基础	290
§ 3-9 平面干涉仪	110	§ 7-1 偏振光和自然光	290
§ 3-10 迈克耳孙干涉仪	111	§ 7-2 晶体的双折射	295
§ 3-11 泰曼干涉仪和傅里叶变换光谱仪	114	§ 7-3 双折射的简单理论	296
§ 3-12 马赫-泽德干涉仪	117	§ 7-4 晶体光学中的图形	303
第四章 多光束干涉与光学薄膜	123	§ 7-5 光波在晶体表面上的反射和折射	312
§ 4-1 平行平板的多光束干涉	123	§ 7-6 晶体光学器件	319
§ 4-2 法布里-珀罗干涉仪和陆末-盖尔克板	128	§ 7-7 偏振光和偏振器件的矩阵表示	323

IV

§ 7-8 偏振光的干涉.....	331
§ 7-9 旋光现象.....	335
§ 7-10 磁光效应.....	339
§ 7-11 电光效应.....	341
§ 7-12 光测弹性方法和玻璃内应力测定.....	346
§ 7-13 晶体的非线性光学效应.....	351
附录.....	360
I 高斯定理、斯托克斯定理和场论主要公式.....	360

I 傅里叶级数、傅里叶积分、傅里叶变换.....	363
卷积和相关.....	370
IV δ 函数.....	372
V 贝塞尔函数.....	374
VI 矩阵.....	377
参考文献.....	379
习题答案.....	379

杜秋波

~~625/2216~~ 625/2216

dqjhh@163.com.

绪 论

一、物理光学的研究对象和内容

物理光学的研究对象是光这种物质的基本属性，它的传播规律和它与其他物质之间的相互作用。物理光学可以分为波动光学和量子光学两部分。前者研究光的波动性，后者研究光的量子性。由于在前言里已经说明过的原因，本教材只限于讨论波动光学的内容。

物理光学（波动光学）讨论的内容是相当广泛的。传统的内容主要有：光的干涉、衍射和偏振现象，光在各向同性介质中的传播规律（包括光的反射和折射，光的吸收、色散和散射规律），光在各向异性晶体中的传播规律等。本世纪 60 年代以来，由于激光的出现，古老的光学又重新焕发了青春，物理光学的各个领域都有了突飞猛进的发展，一批新的分支学科相继建立起来。例如，光学薄膜技术的发展形成了薄膜光学、集成光学等新的学科。激光技术的发展，出现了非线性光学。把数学、通讯理论和光的衍射结合起来，建立起傅里叶光学。傅里叶光学的一些应用课题，如光学信息处理、光学传递函数和全息术等，是当今科学技术部门中十分引人注目的课题。本教材除了讨论物理光学的传统内容外，对于它的近代发展也给予了充分的注意。其中在第四章中讨论了薄膜波导（它是集成光学的基础），在第五章中讨论了全息术，在第七章中讨论了非线性光学。第六章则全用来介绍傅里叶光学。

纵观现代物理光学，它是以两种理论方法为基础的。一是光的电磁理论，把光看作是一种电磁波，用电磁波的系统理论来描述光的各种现象；二是傅里叶分析（频谱分析）方法，用频谱分析的观点来看待光传播的各种现象。本教材在内容安排上是从加强这两个基础出发的。与此有关的数学知识，为了便于查阅，我们把它写成了几个附录，安排于书后。

二、物理光学的应用

物理光学在科学技术各部门中的应用十分广泛，在生产和国防上也有着重要的应用。特别是激光问世以来，大大扩充了它的应用领域。今天，它已经被应用到精密测量、通讯、医疗、受控热核反应、信息处理等众多技术领域，为科学技术的发展、生产的发展和巩固国防作出了贡献。

以光学仪器工业的发展来说，物理光学的应用就非常广泛和重要。各种光学零件的表面粗糙度、平面度以及长度、角度的测量，至今最精密的方法仍然是物理光学方法。另外，还用物理光学方法测量光学系统的各种像差，评价光学系统的成像质量等。以光的干涉原理为基础的各种干涉仪器，是光学仪器中数量颇多、最为精密的一个组成部分。根据衍射原理制成的光栅光谱仪，在分析物质的微观结构（原子、分子结构）和化学成分等方面起着最为重要的作用。由于近代光学的崛起，发展起来的一些新型的光学仪器，例如相衬显微镜、光学传递函数仪、傅里叶变换光谱仪以及各种全息和信息处理装置等，更是离不开物理光学的基本原理。可见，学好物理光学对于光学工程专业的学生今后在专业上的发展是很重要的。

通常，人们把物理光学和几何光学看成是光学的两大组成部分。几何光学，在我们的专业课程安排中又叫做应用光学，它把光看作是沿着一根根光线传播，它们遵从直线传播和反射、折射定律。几何光学在光学系统的设计方面起着重要作用。但是几何光学只是波动光学

的极限情况,当波动效应不可忽略时,几何光学的结果与实际的偏离就会很明显。这时只有掌握物理光学的手段,才能对几何光学结果的近似程度作出正确的判断。所以,即使是对于一般的光学系统的设计,仅有几何光学的知识也是不够的。

三、光的波粒二象性

物理光学包括波动光学和量子光学两部分,它们分别研究光的波动性质和量子(粒子)性质。我们已经指出,波动光学确认光是一种电磁波,并根据电磁波理论来描述光学现象。用这一理论来描述光的反射、折射、干涉、衍射、偏振等一系列现象是非常成功的,所以自这一理论十九世纪六十年代由麦克斯韦(Maxwell)提出后,很快就赢得了普遍的公认。但是,在十九世纪末与本世纪初,当科学实验深入到微观领域时,在一些新的光学实验事实面前,光的电磁理论遇到了巨大的困难。例如,它无法解释荧光的波长为什么总比入射光的长;在光电效应的基本规律面前,它也是无能为力。所有这些微观光学现象的发现,使光学(以及物理学)的概念产生了从连续到量子化的飞跃。1905年爱因斯坦(Einstein)在普朗克(Planck)量子论的基础上提出了光的量子理论,认为光的能量不是连续分布的,光由一粒粒运动着的光子组成,每个光子具有确定的能量。利用爱因斯坦的量子理论,上述实验事实可以很完满地得到解释。但是,爱因斯坦给我们描绘的完全是一幅光的粒子性的图景。于是,在实验事实面前,人们不得不同时接受光的波动理论和光的量子理论,承认光在许多方面表现出波动性,而在另一些方面表现出粒子性。这就是所谓光的波粒二象性。

关于光的波粒二象性,回忆一下300年前光学发展初期的一段历史是很有意思的。当时,也有两个关于光的本性的学说:一是牛顿(Newton)的微粒说,二是惠更斯(Huygens)的波动说。在当时的物理学的概念里,“波”与“粒子”是截然不同的,人们从来没有见过在单一事物中同时表现出波动性与粒子性。因此,上述两种学说是势不两立的。这种经典物理学的偏见,一直延续到本世纪初。尽管光的波动理论和光的量子(粒子)理论都比牛顿、惠更斯的理论完美、深入得多,但是对于那些抱着经典偏见不放的人还是觉得不可思议。

现在,我们知道,不仅是光具有波粒二象性,一切的微观粒子(象电子、质子、中子等)都具有波粒二象性。波粒二象性是一切微观粒子(包括光子)的普遍属性。自然,我们对光的本性的这种认识只具有相对真理性,对光的认识并没有完结。随着自然科学和光学的不断发展,我们对光的本性的认识一定会更加深入、更加向前发展。

第一章 光的电磁理论

在光学发展的历史进程中，曾经出现过两种波动理论。一种是由惠更斯提出（1678年）、菲涅耳（Fresnel）等人发展了的机械波理论，它把光看作是机械振动在“以太”这种特殊介质中传播的波。另一种是麦克斯韦在十九世纪六十年代提出的电磁波理论，认为光是一种电磁波。由于后人的实验否定了“以太”这种特殊介质的存在，也由于电磁波理论在阐明光学现象方面非常成功，所以人们就自然地抛弃了机械波理论，而代之以电磁波理论。事实证明，建立在电磁理论基础上的光学学说是光学发展进程中的一个重大飞跃。

光的电磁理论的提出是人们在电磁学方面已有了深入研究的结果。到十九世纪中叶，安培（Ampere）、法拉第（Faraday）等人已经总结出电场和磁场的一些实验规律，并且发现光学现象与电磁现象有着紧密联系（比如光的振动面在磁场中的旋转）。在此基础上，1864年麦克斯韦把电磁规律总结为麦克斯韦方程组，建立起完整的经典电磁理论，同时指出光也是一种电磁波，从而产生了光的电磁理论。光的电磁理论的确立，推动了光学及整个物理学的发展。现代光学尽管产生了许多新的领域，并且许多光学现象需要用量子理论来解释，但是光的电磁理论仍然是阐明大多数光学现象以及掌握现代光学的一个重要的基础。本章将简要叙述光的电磁理论和它对一些光学现象所作的理论分析，使我们对光的电磁本性有比较深刻的认识。本章又是全书的理论基础。

§ 1-1 麦克斯韦方程组

电磁场的普遍规律总结为麦克斯韦方程组，它是麦克斯韦把稳恒电磁场（静电场和稳恒电流的磁场）的基本规律推广到交变电磁场的普遍情况而得到的。麦克斯韦方程组通常写成积分和微分两种形式。从方程组出发，结合具体的条件，可以定量地研究在这些给定条件下发生的光学现象，例如光的辐射和传播，光的反射、折射、干涉、衍射和光与物质相互作用的现象。

一、积分形式的麦克斯韦方程组

在电磁学中，已经知道静电场和稳恒电流的磁场的基本规律可以总结为下面四个方程式。

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = q \quad (1-1)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-2)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (1-3)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (1-4)$$

式中， $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{H}$ 分别表示电感应强度（电位移矢量）、电场强度、磁感应强度和磁场强度，对

$d\sigma$ 和 dl 的积分分别表示电磁场中任一闭合曲面和闭合回路上的积分, Q 表示积分闭合曲面内包含的总电量, I 表示积分闭合回路包围的传导电流。式 (1-1) 是熟知的高斯(Gauss)定理的数学表示, 式 (1-4) 是安培环路定律, 式 (1-2) 表示静电场是无旋场, 而式 (1-3) 表示磁场是无源场, 不存在象电荷那样的“磁荷”。

上述方程式只在稳恒场情况下适用, 要应用到交变场的情况, 必须将它们作适当的修改和推广。麦克斯韦完成了这一工作, 他假定在交变场情况下, 式 (1-1) 和 (1-3) 仍然成立。式 (1-2) 应代以法拉第电磁感应定律, 而式 (1-4) 需要修改。

根据法拉第电磁感应定律, 一闭合线圈处在变化的磁场中 (图 1-1) 会产生感应电动势, 这感应电动势的大小与磁通量的时间变化率成比例, 它的方向由左手定则决定, 以式子表示:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint B \cdot d\sigma = -\iint \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\sigma \quad (1-5)$$

式中, $\frac{d\Phi}{dt}$ 表示线圈内磁通量的时间变化率, 面积分取以线圈为边界的任意曲面的积分,

负号表示感应电动势 $\mathcal{E}$ 的方向与磁通量变化的方向由左手定则联系。麦克斯韦认为感应电动势的产生是一种电场对线圈中自由电荷作用的结果。这种电场由变化的磁场产生, 与静电场不同, 它是涡旋电场。这种电场的存在不依赖于线圈, 即使没有线圈, 只要在空间某一区域磁场发生变化, 就会产生这种涡旋电场。所以, 法拉第定律实质上表示变化磁场和电场联系的普遍规律。

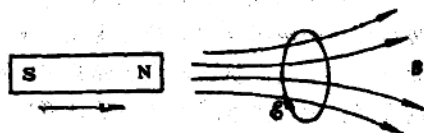


图1-1 闭合线圈相对永磁铁运动时产生感应电动势

由于感应电动势等于单位正电荷沿闭合回路移动一周时涡旋电场所作的功, 即

$$\mathcal{E} = \oint E \cdot dl$$

因而由式 (1-5) 得到

$$\oint E \cdot dl = -\iint \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\sigma \quad (1-6)$$

这就是法拉第电磁感应定律的数学表示式。

不仅是变化的磁场能够产生电场, 麦克斯韦进一步认为变化的电场也能够产生磁场, 在激发磁场这一点上, 电场的变化相当于一种电流, 这种电流称为“位移电流”。譬如, 当电容器两极板间的电场变化时, 在电容器内部将激发一个磁场 (图 1-2), 这个磁场可以看作是表示电场变化的位移电流所产生的, 它如同传导电流产生的磁场一样。位移电流的引入, 可以说明在接有电容器的电路中电流的连续性, 但更为重要的是, 它进一步揭示了电场和磁场互相紧密联系性质。

电场中通过任一截面的位移电流强度等于通过该截面的电通量的时间变化率, 即

$$I_D = \frac{d}{dt} \iint D \cdot d\sigma = \iint \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\sigma \quad (1-7)$$

由于 $I_D = \iint j_D \cdot d\sigma$ (式中 j_D 为位移电流密度), 所以位移电流密度

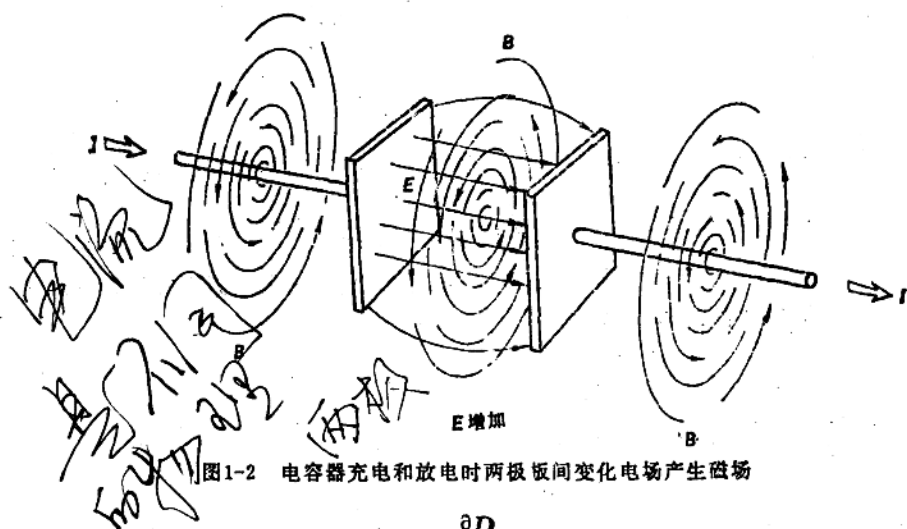


图1-2 电容器充电和放电时两极板间变化电场产生磁场

$$j_D = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1-8)$$

位移电流和传导电流是两个不同的物理概念，传导电流意味着电荷的流动，位移电流却表示电场的变化。但是，两者在产生磁效应方面是等效的。因此，在交变电磁场的情况下，磁场既包括传导电流产生的磁场，也包括位移电流产生的磁场。这样式 (1-4) 应改写为

$$\oint H \cdot dl = I + \iint \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\sigma \quad (1-9)$$

总结起来，交变电磁场的普遍规律由下列四个方程表示：

$$\left. \begin{aligned} \oiint D \cdot d\sigma &= Q \\ \oiint B \cdot d\sigma &= 0 \\ \oint E \cdot dl &= - \iint \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\sigma \\ \oint H \cdot dl &= I + \iint \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\sigma \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

这四个方程通常称为积分形式的麦克斯韦方程组。

二、微分形式的麦克斯韦方程组

在实际应用中，积分形式的麦克斯韦方程组不适用于求解电磁场中某一给定点的场量这类问题，所以通常使用的是方程组的微分形式。要求得方程组的微分形式，可应用积分学中的定理把各有关积分变换为相应的微分方程式。

对于方程组的第一式，如果闭合曲面积分域内包含的电荷是连续分布的，则 $Q = \iiint \rho dv$ ，式中 ρ 为电荷体密度，积分域是闭合曲面包围的体积。这样

$$\oiint D \cdot d\sigma = \iiint \rho dv$$

根据积分学中的高斯定理（见附录 I）

$$\oint D \cdot d\sigma = \iiint \nabla \cdot D dv$$

因此得到

$$\nabla \cdot D = \rho$$

式中算符 $\nabla = x_0 \frac{\partial}{\partial x} + y_0 \frac{\partial}{\partial y} + z_0 \frac{\partial}{\partial z}$, 称为哈密顿 (Hamilton) 算符, x_0, y_0, z_0 分别为 x, y, z 坐标轴的单位矢量。 $\nabla \cdot D = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$ 表示 D 的散度 (也记为 $\text{div} D$), D_x, D_y, D_z 分别为 D 在 x, y, z 坐标轴上的分量。上式就是方程组第一式的微分形式。
再如方程组第四式, 如把 I 写为

$$I = \iint j \cdot d\sigma$$

式中, j 为传导电流密度, 表示垂直通过单位面积的电流, 这样方程变为

$$\oint H \cdot dl = \iint j \cdot d\sigma + \iint \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\sigma$$

根据积分学中的斯托克斯 (Stokes) 定理 (附录 I)

$$\oint H \cdot dl = \iint (\nabla \times H) \cdot d\sigma$$

因此得到

$$\nabla \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$$

式中

$$\nabla \times H = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) x_0 + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) y_0 + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) z_0$$

表示 H 的旋度 (也记为 $\text{rot} H$ 或 $\text{curl} H$)。用类似的做法, 也可以得到方程组第二式和第三式的微分形式,

$$\nabla \cdot B = 0$$

和

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

因此, 微分形式的麦克斯韦方程组为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot D &= \rho && \text{电荷密度} \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ \nabla \times E &= - \frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times H &= j + \frac{\partial D}{\partial t} && \text{传导电流密度} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

三、物质方程

在麦克斯韦方程组中, E 和 B 是电磁场的基本物理量, 它们代表介质中总的宏观电磁场, 而 D 和 H 只是引进的两个辅助场量。 E 和 D ; B 和 H 的关系与电磁场所在物质的性质有关。

对于各向同性线性物质，它们有如下简单关系：

$$D = \epsilon E \quad (1-12)$$

$$B = \mu H \quad (1-13)$$

式中， ϵ 和 μ 是两个标量，分别称为介电常数（或电容率）和磁导率。在真空中， $\epsilon = \epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ （库²/牛·米²）， $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2$ （牛·秒²/库²）。对于非磁性物质， $\mu \approx \mu_0$ 。

另外，在导电物质中还有关系〔欧姆（Ohm）定律〕

$$j = \sigma E \quad (1-14)$$

式中， σ 称为电导率。式（1-12）、（1-13）和（1-14）叫做物质方程，它们描述物质在电磁场影响下的特性。在通过麦克斯韦方程组求解各个场量时，上述物质方程是必不可少的。

本书绝大部分内容涉及光波的电磁场在各向同性线性物质中的传播，只是第七章涉及在各向异性物质中的传播，这时 D 和 E 形式上还有式（1-12）那样的关系，但 ϵ 是一个张量^①，表明在一般情况下 D 和 E 不再同方向。在第七章的最后一节中，还涉及到非线性物质，在这一情况下， D 不仅与 E 的一次式有关，而且与 E 的二次式、三次式等都有关系。

§ 1-2 电磁场的波动性

一、电磁场的传播

从上节的讨论，可得到两个结论：第一，任何随时间变化的磁场在周围空间产生电场，这种电场具有涡旋性质，电场的方向由左手定则决定；第二，任何随时间变化的电场（位移电流）在周围空间产生磁场，磁场是涡旋的，磁场的方向由右手定则决定。由此可见，电场和磁场紧密相联，其中一个起变化时，随即出现另一个，它们互相激发形成统一的场——电磁场。变化的电磁场可以以一定的速度向周围空间传播出去。设在空间某区域内电场有变化，那么在邻近的区域就要引起随时间变化的磁场，这变化的磁场又在较远的区域引起新的变化电场，接着这新的变化电场又在更远的区域引起新的变化磁场，变化的电场和磁场的交替产生，使电磁场传播到很远的区域。交变电磁场在空间以一定速度由近及远的传播即形成电磁波。

二、电磁场波动方程

从麦克斯韦方程出发，可以证明电磁场的传播具有波动性。为简单起见，我们讨论在无限大的各向同性均匀介质中的情况，这时 $\epsilon = \text{常数}$ ， $\mu = \text{常数}$ ，并且在远离辐射源的区域，不存在自由电荷和传导电流（ $\rho = 0$ ， $j = 0$ ），因而麦克斯韦方程组简化为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot E &= 0 \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times B &= \epsilon\mu \frac{\partial E}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

① 参阅第七章 § 7-3。

取第三式的旋度, 并将第四式代入, 得到

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B} = -\epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

根据场论公式〔见附录式(1-14)〕

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

由于 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, 所以

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla^2 \mathbf{E}$$

因此得到

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

同样, 在方程组(1-15)中消去电场, 也可以得到磁场 $\mathbf{B}$ 的方程

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0$$

若令

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (1-16)$$

则 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的方程化为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-17)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-18)$$

形式如式(1-17)和(1-18)的偏微分方程称为波动方程, 其解包括各种形式的波。 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$

满足波动方程, 表明电场和磁场的传播是以波动形式进行的, 电磁波的传播速度 $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ 。

三、电磁波

麦克斯韦理论关于电磁波的结论是由后人的实验证实的。1889年, 赫兹(Hertz)在实验中得到了波长为60cm的电磁波, 并且观察了电磁波在金属镜面上的反射, 在石蜡制成的棱镜中的折射, 以及干涉现象。赫兹的实验不仅以无可置疑的事实证实了电磁波的存在, 而且也证明了电磁波和光波的行为完全相同。

已经指出电磁波在介质中的传播速度由式(1-16)给出, 因此, 电磁波在真空中的传播速度

介电常数 $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ (1-19)

式中, ϵ_0 和 μ_0 是真空中的介电常数和磁导率, 已知 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2$, 所以

$$c = \frac{1}{\sqrt{8.8542 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2}} \\ = 2.99794 \times 10^8 \text{ m/s}$$

这个数值与实验中测定的真空中光速的数值非常接近(现在测定的真空中光速的最精确的数值为 $c = 2.997924562 \times 10^8 \text{ m/s} \pm 1.1 \text{ m/s}$)。在历史上, 麦克斯韦曾以此作为重要依据之一。

预言光是一种电磁波（当时麦克斯韦利用韦伯（Weber）和科尔劳许（Kohlrausch）的实验结果计算出电磁波在真空中的速度为 $3.1074 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，而 1848 年斐索（Fizeau）测量出的光速为 $3.14858 \times 10^8 \text{ m/s}$ ）。

现在已经知道，除了光波和无线电波外，X射线、γ射线也都是电磁波，它们的波长比光波波长更短，但它们在本质上与光波和无线电波完全相同。如果我们按照波长或频率把这些电磁波排列成谱，则有如图1-3所示的电磁波谱图。通常所说的光学区或光学频谱，包括紫外线、可见光和红外线，波长范围约从 1 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ cm}$) 到 1 mm 。可见光是人眼可以感觉到各种颜色的光波，在真空中的波长范围约从 390 nm 到 780 nm （频率范围从 $7.69 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 到 $3.84 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ）。在电磁波谱图上，这是一个很小的谱带。

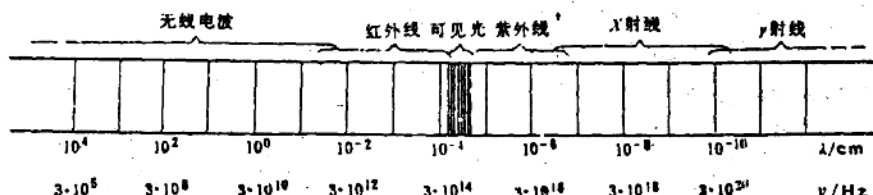


图1-3 电磁波谱

电磁波在真空中的速度与在介质中的速度之比称为绝对折射率 n （通常简称折射率），即

$$n = \frac{c}{v}$$

由式 (1-16) 和 (1-19)，有

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1-21a)$$

非磁性介质 $n = \sqrt{\epsilon_r}$ (1-20)

式中， ϵ_r 和 μ_r 分别是相对介电常数和相对磁导率。由于除了磁性物质之外，大多数物质的 $\mu_r \approx 1$ ，因而得到

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1-21b)$$

上式称为麦克斯韦关系式。表1-1列出了一些物质的 $\sqrt{\epsilon_r}$ 的数值（对低频电场测出）和对于钠光（波长 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ ）的折射率 n 。可见，对于一些化学结构简单的气体，两者符合很好。但是，对于许多液体和固体，两者相差较大。这是因为 $\sqrt{\epsilon_r}$ 的数值因而折射率 n 实际上与频率有关（色散效应，见 § 1-10），并且液体和固体的折射率一般随频率的变化较大，所以对于液体和固体，对高频的光波测出的折射率与在低频下测出的 $\sqrt{\epsilon_r}$ 的数值自然相差较大。

表1-1 麦克斯韦关系

气体(0°C, 1个大气压)			液体(20°C)			固体(室温)		
物质	$\sqrt{\epsilon_r}$	n	物质	$\sqrt{\epsilon_r}$	n	物质	$\sqrt{\epsilon_r}$	n
空气	1.000294	1.000293	苯	1.51	1.501	金刚石	4.06	2.419
氮	1.000034	1.000036	水	8.96	1.333	琥珀	1.6	1.55
氢	1.000131	1.000132	乙醇	5.08	1.361	氧化硅	1.94	1.458
氧化碳	1.00049	1.00045	四氯化碳	4.63	1.461	氯化钠	2.37	1.50

§ 1-3 平面电磁波

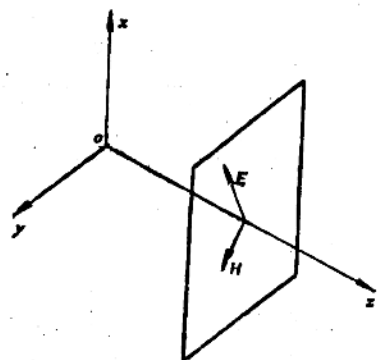
已经指出, 波动方程 (1-17) 和 (1-18) 是两个偏微分方程, 它们的解可以有多种形式, 例如平面波、球面波和柱面波解。方程的解还可以写成各种频率的简谐波及其叠加。所以, 要决定解的具体形式, 必须根据 E 和 B 满足的边界条件和初始条件求解方程。这里, 以平面波为例, 求解波动方程, 并讨论在光学中有重要意义的平面简谐波解。

一、波动方程的平面波解

现在讨论波动方程的一种最基本的解——平面波解。平面电磁波是电场或磁场在与传播方向正交的平面上各点具有相同值的波。假设平面波沿直角坐标系 xyz 的 z 方向传播 (图1-4), 那么平面波的 E 和 B 仅与 z 、 t 有关, 而与 x 、 y 无关。这样, 电磁场的波动方程 (1-17) 和 (1-18) 化为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1-22)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad (1-23)$$

图1-4 沿 z 方向传播的平面电磁波

令

$$\xi = z - vt$$

$$\eta = z + vt$$

因而

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial E}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial E}{\partial \eta} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial E}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial E}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ &= \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 E}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 E}{\partial \eta^2} \end{aligned}$$

类似地, 可以得到

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = v^2 \left[\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 E}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 E}{\partial \eta^2} \right]$$

因此

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 E}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

或者

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial E}{\partial \xi} \right) = 0$$

对 η 积分得到

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} = g(\xi)$$

式中, $g(\xi)$ 是 ξ 的任意矢量函数。再对 ξ 积分得到

$$E = \int g(\xi) d\xi + f_2(\eta) = f_1(\xi) + f_2(\eta) \\ = f_1(z - vt) + f_2(z + vt) \quad (1-24)$$

式中, f_1 和 f_2 是 z 和 t 的两个任意矢量函数。它们分别代表以速度 v 沿 z 正方向和 z 负方向传播的平面波。如果我们以 $v > 0$ 代表沿 z 正方向传播的平面波, 以 $v < 0$ 代表沿 z 负方向传播的平面波, 上式也可以只取一种形式:

$$E = f(z - vt) \quad (1-25a)$$

显然, 按同样的方法求解方程 (1-23), 也会得到磁场的波函数

$$B = f(z - vt) \quad (1-25b)$$

若取一余弦函数 (周期为 2π) 作为波动方程的特解, 则有

$$E = A \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right] \quad (1-26a)$$

$$B = A' \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right] \quad (1-26b)$$

式中, λ 是一个常量, A 和 A' 是常量。

二、平面简谐波

式 (1-26a) 和 (1-26b) 是我们熟悉的平面简谐波的波函数, 对于光波来说, 它们就是平面单色光波的波函数。式中 A 和 A' 分别是电场和磁场的振幅, λ 是简谐波的波长, 它对应于任一时刻在波传播方向上余弦因子的宗量 $\left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right]$ 变化 2π 的两点间的距离。余弦因子的宗量 $\left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right]$ 称为波的位相, 所以波长 λ 就是任一时刻位相差 2π 的两点间的距离。我们把某一时刻位相为常数的位置的轨迹叫做等相面或波面, 不难看出, 式 (1-26) 代表的波的等相面是平面 (故称平面波)。再看余弦位相因子 $\cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right]$, 它有十分重要的意义, 因为它决定场随空间和时间的变化关系。例如, 在时刻 $t = 0$, 位相因子是 $\cos \frac{2\pi}{\lambda} z$, 在 $z = 0$ 的平面上场有最大值, 即平面波处于波峰位置。在另一时刻, 位相因子变为 $\cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right]$, 波峰移到 $\left[\frac{2\pi}{\lambda} (z - vt) \right] = 0$ 处, 即移到 $z = vt$ 的平面上。由此也可以看出, 式 (1-26) 表示沿 z 轴方向位相传播速度为 v 的平面波。

引入沿等相面法线方向的波矢量 k (在各向同性介质中, k 的方向也是波能量的传播方向), 其大小 (通常称波数) 为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1-27)$$

注意到波的频率 (单位时间内场周期变化的次数)

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad (1-28)$$

T 为周期 (场一次周期变化所需的时间), 并把 $2\pi\nu$ 称为角频率 ω , 即

$$\omega = 2\pi\nu \quad (1-29)$$

这样, 波函数 (1-26a) 又可以写成下面两种形式:

$$E = A \cos(kx - \omega t) \quad (1-30)$$

和

$$E = A \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (1-31)$$

单色平面光波波函数(1-26)〔或(1-30)和(1-31)〕的最显著的特点是它的时间周期性和空间周期性, 它表示单色光波是一种时间无限延续、空间无限延伸的波动, 任何时间周期性和空间周期性的破坏, 都意味着单色光波单色性的破坏。我们已经用 T 、 ν 、 ω 这些量来表示单色光波的时间周期性, 显然为了表示单色光波的空间周期性, 也可以利用 λ 、 $\frac{1}{\lambda}$ 、 $k \left(= \frac{2\pi}{\lambda} \right)$ 这些量, 并分别把它们称为空间周期、空间频率 (意为单位长度上的空间周期数) 和空间角频率。单色光波的时间周期性和空间周期性紧密相关, 彼此通过传播速度 v 由式(1-28)联系。

由式(1-28), 可以看出单色光波的时间周期性和空间周期性的一个有意义的关系, 对于在不同介质中的具有相同 (时间) 频率的单色光波, 其空间频率并不相同。事实上, 由式(1-28), 空间周期 (即波长)

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

由于在不同介质中, 单色光波有不同的传播速度, 所以它的空间周期和空间频率将不相同。设单色光波在真空中的空间周期 (波长) 为 λ_0 , 则有

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$$

因此 λ 和 λ_0 的关系为

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (1-32)$$

式中, n 是介质的折射率。

三、一般坐标系下的波函数

在上面的讨论中, 我们假设平面波沿 xyz 坐标系的 z 轴方向传播, 或者说, 我们选取了一个特殊坐标系, 使其 z 轴沿平面波的传播方向, 由此得出平面波的波函数如式(1-30)等。现在, 我们来写出在一般坐标系下的波函数。假设平面波沿空间某一方向传播 (图 1-5), 这一方向并不沿 xyz 坐标系的任一坐标轴, 不过这时可设想将新坐标轴 z' 取在平面波波矢量 k 的方向, 并且在新坐标系下平面波的波函数可以写为

$$E = A \cos(kz' - \omega t)$$

为了在 $o-xyz$ 坐标系中表示出平面波, 应注意到

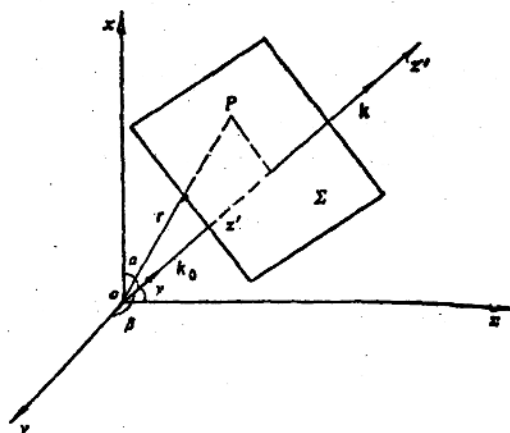


图1-5 一般坐标系下的平面波

$$Ae^{i\varphi} = A(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

13

$$\mathbf{z}' = \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}$$

其中 $\mathbf{k}_0$ 是 $\mathbf{k}$ 的单位矢量, $\mathbf{r}$ 是平面波波面 E 上任一点 P (坐标为 x, y, z) 的位置矢量, 于是

$$E = A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (1-33)$$

上式即为一般坐标系下平面波的表达式。容易看出, 平面波的波面是 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{常数}$ 的平面。

若设 $\mathbf{k}$ 的方向余弦 (即 $\mathbf{k}_0$ 在 x, y, z 坐标轴上的投影) 为 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$, 任意点 P 的坐标为 x, y, z , 那么式 (1-33) 也可以写成如下形式:

$$E = A \cos[k(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) - \omega t] \quad (1-34)$$

显然, 在特殊坐标系下, 即当 $\mathbf{k}$ 的方向取为 z 轴时, 有

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = kz$$

因而式 (1-33) 化为式 (1-30)。

四、复数形式的波函数

为运算方便起见, 常常把平面简谐波的波函数写成复数形式。例如波函数 (1-33), 把它写成

$$E = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (1-35)$$

这样做的根据, 一方面式 (1-33) 实际上是式 (1-35) 的实数部分, 另一方面可以证明, 对复数表达式进行线性运算 (加、减、微分、积分) 之后再取实数部分, 与对余弦函数式进行同样运算所得的结果相同。所以, 我们可以用式 (1-35) 来表示平面简谐波, 只是对于实际存在的场应理解为式 (1-35) 的实数部分。

用式 (1-35) 代替式 (1-33) 来表示平面简谐波, 这种代替完全是形式上的, 目的是用比较简单的复指数函数运算来代替比较繁琐的三角函数运算, 使计算简化。例如, 在光学的许多问题里, 求振幅的平方 A^2 很重要, 因为光强度 (I) 正比于 A^2 (参阅 § 1-5), 而要求得 A^2 , 只需将复数形式的波函数乘以其共轭复数 Θ , 即

$$I \propto A^2 = E \cdot E^* = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \cdot A \exp[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (1-36)$$

五、平面简谐波的复振幅

由复数形式的波函数 (1-35) 可见, 其位相因子包括空间位相因子 $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 和时间位相因子 $\exp(-i\omega t)$ 两部分, 可以把它们分开写为

$$E = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$$

并把振幅和空间位相因子部分

$$\tilde{E} = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad E = \frac{a}{r} e^{i(kr - \omega t)} \quad (1-37)$$

称为复振幅。这样, 波函数就等于复振幅 $\tilde{E}$ 和时间位相因子 $\exp(-i\omega t)$ 的乘积。复振幅表示场振动的振幅和位相随空间的变化 (对于平面波, 空间各点的振幅相同), 时间位相因子表示场振动随时间的变化。显然, 对于简谐波传播到的空间各点, 场振动的位相因子 $\exp(-i\omega t)$ 都相同, 因此当我们只关心场振动的空间分布时 (例如在光的干涉和衍射等一些问题中), 时间位相因子就无关重要, 通常可以略去不写, 而只用复振幅来表示一个简谐波。

现在我们来讨论平面简谐波在一个平面上的复振幅分布。为讨论方便起见, 假设平面简谐波的波矢量 $\mathbf{k}$ 平行于 xz 平面 (图 1-6 a), 其方向余弦为 $\cos \alpha, 0, \cos \gamma$, 而考察平面

① 一般情况下, 不能对复数形式波函数进行相乘、相除运算。对于求 A^2 的运算是一个例外, 因为这时位相因子消失, 复函数的实部和虚部不会互相干扰。

取为 $z = 0$ 平面 (即 xy 平面)。在这种情况下, 由式 (1-37), 在 $z = 0$ 平面上的复振幅分布为

$$\tilde{E} = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = A \exp(ikx \cos \alpha) \quad (1-38a)$$

或者写为

$$\tilde{E} = A \exp(ikx \sin \gamma) \quad (1-38b)$$

式中, γ 是波矢量 $\mathbf{k}$ 与 z 轴的夹角。以上两式表明, 复振幅的变化只依赖于位相因子, 等位相点的轨迹是

$$x = \text{常量}$$

的直线, 也即是垂直于 x 轴的直线, 如图 1-6b 所示。容易看出, 等相线实际上就是平面波的等相面与 $z = 0$ 平面的交线。图 1-6a 和 b 分别画出了位相依次相差 2π 的一些等相面和 $z = 0$ 平面上相应的等相线。

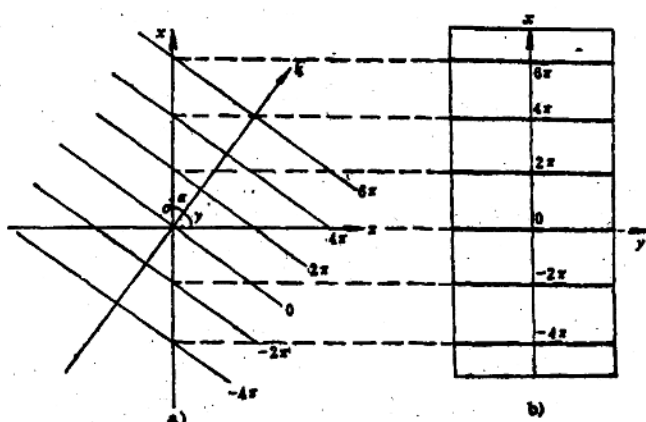


图1-6 平面波在 $z = 0$ 平面上的位相分布

前面已经提到, 光强度

正比于场振幅的平方, 并有式 (1-36)。显然, 该式也可用复振幅表示, 写为

$$I \propto A^2 = \tilde{E} \cdot \tilde{E}^* \quad (1-39)$$

上式是一个由复振幅分布求光强度分布的常用公式。它适用于单色平面波, 也适用于其他形式的单色波。

式 (1-39) 涉及复振幅 $\tilde{E}$ 的复数共轭 $\tilde{E}^*$, 下面我们来看它代表的波 (称共轭波) 的意义。还是以图 1-6 所示的平面波为例, 该平面波在 $z = 0$ 平面上的复振幅分布为

$$\tilde{E} = A \exp(ikx \sin \gamma)$$

而与该平面波共轭的波在 $z = 0$ 平面上的复振幅分布为

$$\tilde{E}^* = A \exp(-ikx \sin \gamma) = A \exp(ikx \sin(-\gamma)) \quad (1-40)$$

上式表明共轭波是一个与 z 轴夹角为 $-\gamma$, 波矢量 $\mathbf{k}$ 平行于 xz 平面的平面波 (图 1-7) $\ominus$ 。

以上几点讨论, 只考虑了电波, 没有考虑磁波, 这是因为今后我们注意的是光学问题。从光与物质的作用来看, 光波中的电场和磁场的重要性并不相同。例如, 光波对物质中带电子子的作用, 光波磁场的作用远比光波电场的作用为弱。另外, 实验证明使照相底板感光的是电场而不是磁场 (见 § 2-2), 对视网膜起作用的也是电场而不是磁场。所以, 在光学中通常把电矢量 $\mathbf{E}$ 称为光矢量, 把 $\mathbf{E}$ 的振动称为光振动。在讨论光的场振动性质时, 可以只考虑电矢量 $\mathbf{E}$ 。但是, 必须记住, 从波的传播来看, 光波和其他电磁波一样, 电场和磁场

$\ominus$ 这是与 $\tilde{E}$ 代表的波都来自 $z = 0$ 平面左侧的共轭波。另外, 由于

$$\tilde{E}^* = A \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = A \exp(i(-\mathbf{k}) \cdot \mathbf{r})$$

所以, 沿 $-\mathbf{k}$ 方向即与 $\tilde{E}$ 波反方向传播的平面波也是共轭波。不过, 它来自 $z = 0$ 平面的右侧。通常我们关心的只是来自同一侧的共轭波。