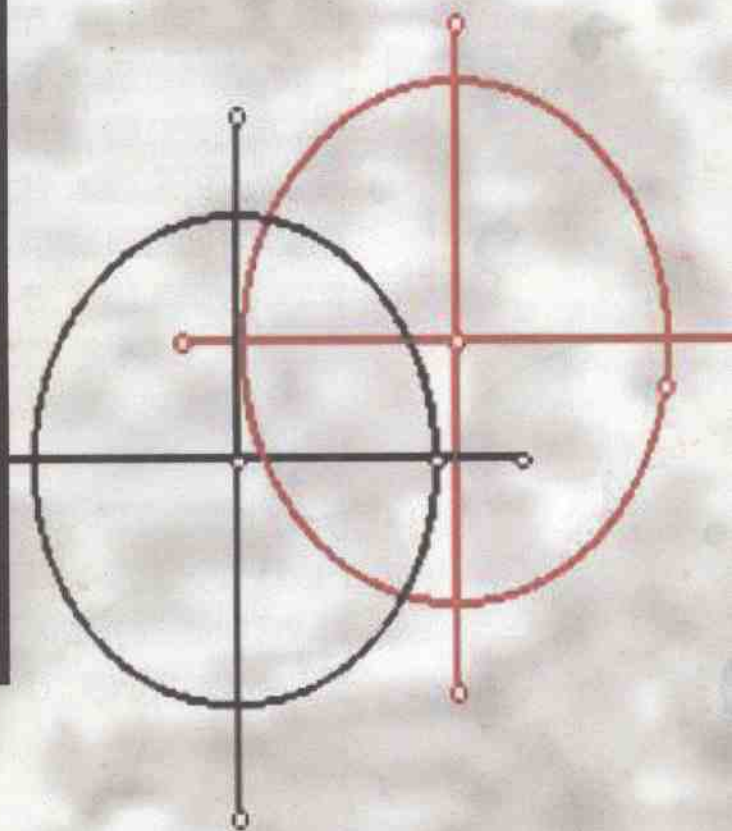


● 林伟 著



中学数学思维学导法教学漫论

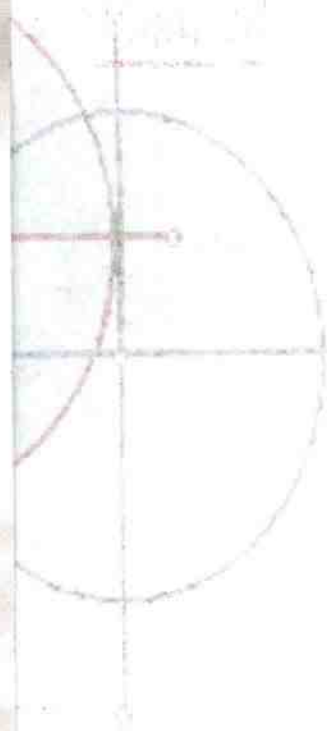


作者簡介

林伟, 1969年生, 广东雷州人, 中学高级教师。1990年毕业于雷州师范数学系, 后又进修湛江师范学院数学系, 曾在雷州市中学、雷州二中任教, 现任雷州二中副校长、雷州教育学会副会长、中国数学会会员。

1998年被评为全国教育系统劳动模范, 荣获全国“十杰教师”提名奖, 雷州市专业技术拔尖人才。长期致力于中学数学、教科研、教研、课外活动、和高考研究。参与编写10部书, 在二十多家报刊杂志上发表论文成果150多篇, 12项科研成果获全国、省级奖励。

中華教育史學



目 录

第一章 问题 数学问题 数学教学问题	
第一节 什么是问题.....	1
第二节 问题研究的意义.....	6
第三节 问题的层次.....	10
第四节 问题的类型.....	11
第五节 问题的编制原则.....	14
第六节 问题的变更形式.....	16
第七节 问题设计的形式.....	19
第二章 问题、问题意识和问题思维的相互关系	
第一节 问题、问题意识和问题思维的相互关系.....	24
第二节 数学建模.....	27
第三章 问题意识的培养途径	
第一节 问题意识的培养的特征.....	46
第二节 问题意识的培养措施	49
第三节 问题意识的培养的课堂教学模式.....	62
第四章 问题思维的整体构想	
第一节 培养学生的数学思维素质.....	66

第二节	关于中学生思维特征的研究.....	68
第三节	培养中学生思维的措施.....	70
第五章	问题思维的培养途径	
第一节	问题思维的培养措施.....	74
第二节	问题思维的培养要求.....	89
第三节	问题思维的培养的教学模式.....	100
第六章	数学问题解决的教学功能及其模式	
第一节	从建构角度看数学观念与数学教学....	112
第二节	什么是问题解决的含义.....	117
第三节	问题解决的教学功能.....	120
第四节	问题解决的教学模式.....	129
第七章	数学素质的探索	
第一节	关于数学素养的研究.....	142
第二节	数学素质教育的探索.....	149
第八章	怎样培养创新能力	
第一节	创新教育的意义.....	165
第二节	什么是创新教育.....	166
第三节	创新教育的要求.....	167
第四节	创新教育的原则和方法.....	168
第五节	创新教学的主要特征.....	170
第六节	怎样培养创新意识.....	172

第七节 怎样培养创新能力.....	176
附录 教育科研的排头兵——记全国模范教师、雷州二 中副校长林伟.....	189
主要参考文献.....	197
后记.....	200

第一章

问题、数学问题、数学教学问题

F. 培根有句名言：如果你从肯定开始，必将以问题告终；如果从问题开始，则将以肯定结束。科学哲学家波普尔提出了科学始于问题的著名论断。问题是智慧的迷宫，探索问题才能获得新知，丰富智慧，发展潜能，走向成功。

问题是思维的动力、目标，也是思维的产物，因为思维发现问题、界定问题。

由于问题与思维有着难分难舍的关系，我们的考察就从问题开始。

从我国古代的《九章算术》，波利亚的《怎样解题》，到 80 年代提倡“问题解决”所形成的世界性浪潮，都涉及数学问题。那么，数学问题的本质含义是什么？我们先来讨论这个问题。

第一节 问题的本质含义

什么是问题？对此有不同的说法，概括起来有三种

观点:

(1) 问题是一种情境。在 1988 年第六届国际数学教育大会上,“问题解决、模型化与应用”课题组的课题报告指出:“一个问题是一个对人具有智力挑战特征的,没有现成的直接方法、程序或算法的未解决的情境。”曹才翰在《数学教育学概论》一书中指出:“解决问题是指人们面临新情境、新课题,发现它与主客观需要的矛盾,而自己却没有现成对策时,所引起的寻求解决问题办法的一种心理活动。”

(2) 问题是一个题系统。持这种观点的是前苏联的奥加涅相,他用 S 代表某个主体(即人), R 代表某个构成一个抽象(或具体)系统的集合,称 (S, R) 为题系统。如果主体 S 对于 R 中所有元素、元素的性质都知道,则称系统 R 相对于主体 S 是个稳定系统。如果主体 S 对 R 中哪怕某一个元素、性质和关系不了解,而这些元素、性质与关系对于主体认定 R 这个系统是必要的那么系统 R 相对于主体 S 就是个问题系统。把问题看成一个题系统,更突出地强调了问题的相对性。

(3) 问题是一种情况或状态。比如,张奠宙先生在《数学教育学》一书中作了这样的描述:问题是一种状态,在这种状态之中个人或团体要求去完成一个任务,但对于这个任务他们并没有易于理解的、完全确切的解

答方法。当然，这种当时看不到明显的解决方法或途径的状况，会随着时间的推移而发生变化，当人们的数学知识逐渐增长以后，原先的问题就有可能变为常识。

尽管上述各种观点研究的出发点与表述方式不尽相同，但我们可以从中概括出数学问题所具有的一些特性。

1、相对性

一种情境、一个任务、一种情况，或者是用语言表述的一个关系系统，是否构成一个问题，必须相对于个体已具有的知识经验、认知水平、认知策略等内容而言，如果一个人能用已掌握的知识经验很轻易地求得问题的解答，那么对这个人来说就不构成一个问题。换句话说，一个情境、一个任务，或用语言表述的一个关系系统中所包含的元素、性质或关系，如果与个体的已有知识经验（包括解题方法、认知策略等）和认知水平之间存在矛盾，则对个体而言，就构成一个问题。

2、接受性

一个情境、任务，或关系系统，对于某个人而言，能否构成一个问题，还取决于个体是否具有解决这问题的欲望，这就是接受性。个人对问题的接受性受多种因素制约，包括内部或外部的诱因。其中内部诱因不外乎来自于知识水平与情绪状态。如果凭个体已有的知识水平根本没有解决问题的希望时，个体一般不接受这个问

题。比如，尽管世人皆知“哥德巴赫”猜想是个数学难题，但中学生中几乎没有人会接受它。因此对中学生来说，“哥德巴赫”猜想只是一个与自己数学学习没有关系的未解决的数学难题。影响个体接受问题的另一个内部诱因便是情感因素。对问题的情境感兴趣，或渴望享受因解题而带来的欢乐，这些情感因素常驱动人去接受问题，并设法解决它。

3、探究性

在人们接受一个问题之后，并没有现成的答案或解决的方法，用本人已形成的处理问题的习惯模式作最初的尝试，但没有获得成功，此时个体为解决问题而产生疑惑与困惑，从而引起积极的、紧张的探索活动，努力寻找新的处理方法与途径，这就是问题的探究性。问题的探究性表明，问题一旦被人们所感知、理解，就对人类的智力构成一种挑战。因此，问题解决的过程是一个需要进行深层次思维活动的过程。

如果坚持上述三个条件，那么中学数学教材中的“习题”与“问题”是有区别的。其一，对于中学数学习题的解答，老师在多数情况下都提供了解题的步骤、规则与基本方法，学生只须运用这些步骤、规则与方法去解答同类习题即可，当然，这样的解答过程很少需要深层次的思维活动。而数学问题常常是没有现成答案的，既

不是教材例题的简单模仿、再现，也不能靠熟练操作就能完成。其二，两者的教学功能不同。课本中的习题练习，其结果是知识的巩固与某种技能技巧的心得，而问题则适合于学习分析、探究的方法，适合于学会如何进行数学地思考。从这个意义上看，两者适合于不同层次的智力训练。在基础教育阶段，两者都很重要。

因此按上述的理解，作为问题，一般需要灵活运用一个或多个已学过的知识单元、方法或算法，或者涉及到通过探索可达到的未学过的知识、方法或算法。问题不同于练习，这可以从两方面来理解：

- 1、我们所指的问题不同于传统题。

- 2、问题也不同于难题和怪题，难题和怪题是绝大多数学生所不愿意或没有能力接受的，问题的提出应向全体学生。

另外，对问题而言，也有好的与一般之分，应尽量采用或选择一些“好问题”，这些“好问题”不仅可作为练习以掌握基本知识和方法，并且有高度的训练价值。一个“好问题”应具有以下一个或几个特征：

- 1、有与它有关的简单的，学生能够理解和解决的问题；

- 2、在学生已有的知识和能力范围内有多种解法；

- 3、学生能据此导出其它类似的问题；

- 4、包含的数据或资料能组合、分类、制表或分析；
- 5、能借助于模型或图象解决；
- 6、学生有直接的兴趣或有一个有趣的答案；
- 7、能用学生已有的知识和方法或通过探索可达到的知识和方法进行推广。

第二节 问题研究的理论基础

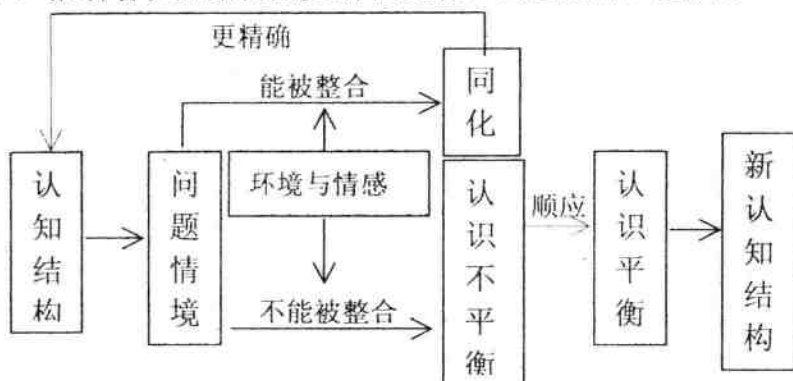
1、英国科学哲学史家波普尔认为：科学的发展是一个不断试探、不断推翻旧理论的过程。他从证伪主义出发提出 $P_1 \rightarrow TT \rightarrow EE \rightarrow P_2$ 的科学发展模式。这里， P_1 和 P_2 就是指不断发展中的科学问题。即科学从问题（ P_1 ）开始，经试探性理论（TT），批判性检验能否和排除错误（EE），进而提出新的问题（ P_2 ）。这里波普尔认为，问题既是思维的起点，也是推动科学发展的动力。爱因斯坦也强调：“发现问题可能要比得到解答更为重要。解答可能仅仅是数学或实验技能问题，而提出新问题、新的可能性，从新的角度去考虑老问题，则要求创造性的想象，而是标志着科学的真正进步。”

2、问题在认识发生中的地位。

瑞士心理学家皮亚杰在其《发生认识论原》中指出：儿童智力发展分为感知运动、前运演、具体运演、形式

运演四个阶段，各阶段均有对应的认识结构，经过“同化”和“顺应”，认识结构不断完善，完成着“原有平衡——不平衡——新的平衡”的循环。他认为，同化就是有机体将问题情境转变为日臻完善的认识结构的整体合作；顺应就是认识结构不能被新的问题情境同化时，主体就要调整改变既有认知结构，使之趋于完善。

问题情境通过同化和顺应不断地融合到认知结构中，推动着认知结构的更新和发展，其过程如下图所示



3、思维起始于问题

鲁宾斯坦在把思维描述成能动性过程时，强调指出，产生这一能动的过程的最典型的情境是问题的情境，即最鲜明的能动的思维过程表现为人提出并解决生活中遇到的各种问题。这是因为，作为过程的思维是人同客体的不断相互作用。每一个思维动作都在改变着主体与客体的相互关系，引起问题情境和课题的变化，而任何这样的变化又会引起思维的进一步运动。可见，思维就其

实质而言是一种认识，这种认识可导致对人所面临问题或课题的解决。问题性是认识不可分割的特征。它反映的不仅仅是认识者的主观状态，而且，问题与问题情境的存在客观上受世界上存在东西的无限性和一切现象的相互联系的制约。所以说，正是世界万物联系的无限性构成了问题性的本性论的基础，而思维从认识的问题性中得到了自己的本源。由此可见，思维通常确实是由问题情境产生的，而且是以解决问题情境为目的的。但是，思维的这种效应恰恰是从他固有的本性中产生的。所以，如果不去提示思维的本性，而把思维归结为解决问题的过程，这就意味着根据思维所产生的效应来实用主义地给它下定义。为此，我们必须看到，正是处于普遍相互联系和相互制约中客观世界的不断发展的规律性决定了人们对客观世界的认识的能动过程的动态的本性，并由认识的这一本性中产生了作为间接认识的思维起始于问题的效应。

4、作为过程的思维

鲁宾斯坦指出：思维包括在人同客观世界的相互作用的过程中。它是在人同世界的实在的相互作用的过程中产生的，并且是为完全符合地实现这种相互作用的过程而服务的；而认识、思维的过程本身就是认识着的、思维着的主体同被认识的客体、同所解决的课题的客观

内容之间的不断相互作用的过程。这种把思维作为一种过程、一种活动的观点的意义在于：它不把心理学的研究归结为对事件外部进程的“纯粹描述”，而力求揭示存在于这些事实后面的并导致这些事实的内部过程。

对思维的过程本质的揭示，明确了思维是对不断变化的重要的生活条件的反映，是对变对着的外部世界的本质属性和关系的反映。思维具有高度的动态性，它是一种活跃的过程，是一个不断形成、不断发展、不断完善的过程。这一过程必然导致形成相对稳定的产品和结果——问题解决了，一定的概念、判断、智力动作形成了，动机、情感、能力得到了发展。概念与判断的系统就是知识，为此，知识的掌握与形成乃是作为过程的思维的产品和结果。由此可见，关于客体的知识不是在主体的认识活动以外给予的东西，而是在主体的认识活动中构成的。总之，思维的过程与结果是相互联系、相互作用的：作为思维过程的结果的知识等本身都产生于思维过程之中，随即，这些先前发生了的心理过程的全部产品和结果，又作为思维继续发展的前提而立即纳入到思维过程的继续中去，并成为分析的手段充实着促进思维继续发展的内部条件。人正是在不断发展的过程中，积累越来越多的知识，获得越来越确切地反映现实中的一切变化、联系和发展的可能性。

第三节 问题的层次

对问题的分类我们要从两方面考虑：一是表层结构；二是深层结构。所谓表层结构问题是所包含的事实性内容及表述形式是较为明显的。反之则为深层结构问题。对深层结构问题有以下的想法：

从宏观来讲，深层结构问题基本结构一般包括如下几个主要组成要素：

一是知识要素：包括感性知识和理性知识，理性知识又可分为自然科学知识和社会知识。由于知识是形成一定思维方式的基础和必要前提，因而一个人所掌握的各种知识的广度和深度，以及在整个知识结构中所占比重，对形成一定的思维方式有很大影响。

二是智力要素：主要指逻辑思维和形象思维等思维方式，以及抽象、概括、归纳、演绎、类比、联想、分析、综合等思维方法。

三是观念要素：所谓观念，一般是指在认识世界各种问题过程中所形成的基本看法和思想观点，诸如科学理论观点、经济观点、政治观点、历史观点、伦理法制观点等，其最高层次是哲学世界观。

从微观内容上可包括以下内容：

- 1、学科方法论方面的内容。
- 2、整体思想方面的内容。
- 3、结构思想方面的内容。
- 4、反思思想方面的内容。
- 5、层次思想方面的内容。
- 6、优化思想方面的内容。

第四节 问题的类型

依据问题在学生认知过程中所起的作用，我们可将它们分为背景性问题、中心认知问题和巩固性问题。背景性问题的作用在于为学生进入新的认知活动唤起或提供相应的预备知识；中心认知问题是学生在一堂课中必须认知解决的主要问题；巩固性问题是学生将认知习得的知识技巧迁移到新情境中去供练习用的问题。

问题应按一定的规则组合成相对独立的认知单元（问题群），导引学生自主有序地进行认知活动。问题与问题的组合，应遵循整合优化的原则，即问题量最少，包容量最大，符合学科认知科学思维的规律，形成最佳的结构。可以从两方面考虑：

一方面，如果从问题的认知的角度来看，是背景性问题、中心认知问题、巩固性问题的组合。在课堂教学实践中，这些问题往往是交叉组合的。背景性问题与中心认知问题，有时是两组层次分明的问题群，有时又交叉组合成一组问题。这里要特别说明的是：背景性问题的设计要尽可能具体些，一个中心认知问题需要哪些背景性知识，设计时应全面考虑。因为，学生在具体的认知活动过程中，常常由于缺乏必要的背景知识而使心智活动受到阻碍，出现停顿。只有尽可能地为 学生多设计一些背景性问题，才能保证全体学生的认知活动按序有效地进行。当然，一些掌握了背景知识的学生可以不回答背景性问题而进行跳跃式的认知学习。

另一方面，如果从问题与问题组合的逻辑关系来看，大致有以下几种类型：并列，这是说几个问题之间完全是一种横的平行关系；层进，是指几个问题在内容上有着某种先后的顺序关系；比较，几个问题组合一起，呈现出一种比较的关系；总分，这是一种演绎思维的模式，是指一个问题与几个问题之间是一般与个别的关系；分总，这是一种归纳思维的模式，是指几个问题与一个归属性问题之间呈现为事实与结论的关系。在实践中，这几种关系是交叉使用的。不能搞模式化，而要因人而异。也正是由于这种问题的编制、组合的千变万化，才能使