

應用力學

呂謹編

書 用 大 學 定 部
學 力 用 應
著 編 謹 呂

版 出 館 譯 編 立 國
行 印 局 書 中 正

序 言

應用力學乃爲一切學工程者必修之課程，其重要實不亞於數理等一般普通科學，所有建築物之結構，固須以應用力學推求其是否安全與經濟；所有機械之動作，亦須以應用力學計算其成果。故應用力學通常均分爲靜力與動力兩部門，靜力學在先，動力學在後，逐步解釋，層次井然，本書亦即按此方法分爲先後。

解答應用力學中若干問題，有時採用微積分法較爲簡捷，故學者對於微積分學如已深有造詣，則對於書中之任何難題，均可迎刃而解。再者，分析力學問題，有代數法與圖解法兩種可用，而圖解法往往較便於代數法，故本書對於圖解法特別着重，不惜詳加說明，庶學者易於領會。

本書對於‘矢量’之意義，於第一章中即予說明，蓋圖解法完全應用矢量之加減變化，學者必須深切了解矢量之意義，始能對於一切圖解法有所融會貫通。

其次，對於各重要節目，不惜多用例題加以證解，遇必要時另加插圖以說明之。習題亦頗豐富，並將答案附入每題之後，以增加學者練習之興趣。於每章之末再列總習題若干條。

本書之材料，多採自 A. P. Poorman 之 Applied Mechanics; C. E. Fuller 之 Applied Mechanics, Vol. I; F. B. Seely 之 Analytical

Mechanics for Engineers 及 T. Hodgson 之 Applied Mathematics for Engineers 諸書，取其精英，對於力之分類，係依 Poorman 一書，按同平面與非同平面，同點與非同點，平行與非平行六項詳為分析者，則以 Poorman 之編著最為適宜，故本書亦採用之。

呂 謨

三十三年十二月十二日。

目次

第一部 靜力學

第一章 概論

1. 力學之基本概念.....	1
2. 運動.....	1
3. 力.....	1
4. 無向量與有向量.....	2
5. 矢量.....	3
6. 矢量之正負號.....	4
7. 矢量之乘法.....	4
8. 矢量之加法.....	4
9. 矢量之減法.....	6
10. 剛體.....	9
11. 慣性.....	10
12. 動量.....	10
13. 牛頓運動定律.....	10
14. 力之特性.....	11
15. 力之單位.....	12
16. 合力與分力.....	12
17. 平衡力.....	13
18. 力之合成——力之平行四邊形 法.....	13
19. 力之三角形法.....	13
20. 力之平衡.....	14

21. 力之分解.....	15
22. 接觸力與遠隔力.....	19
23. 外力與內力.....	19
24. 施力點之可移性.....	20
25. 力學問題之分析.....	20

第二章 同平面同點力

26. 定義.....	22
27. 二力之合力——圖解法.....	23
28. 二力之合力——代數法.....	26
29. 一組同點力之合力——圖解法.....	28
30. 圖解法中平衡之條件.....	29
31. 一組同點力之合力——代數法.....	29
32. 代數法中平衡之條件.....	31
33. 力矩.....	33
34. 力矩之單位.....	33
35. 力矩之正負號.....	34
36. 力矩原理——瓦銳蘭氏學說.....	34
37. 力矩法中平衡之條件.....	35
38. 問題之解法.....	35
39. 兩個以上之力之平衡——圖解 法.....	36
40. 兩個以上之力之平衡——三角	

法.....	42
41. 兩個以上之力之平衡——代數法.....	48
42. 兩個以上之力之平衡——力矩法.....	52

第三章 同平面平行力

43. 位置圖與力線圖——波氏記號法.....	60
44. 兩個平行力之合力——圖解法.....	61
45. 兩個平行力之合力——代數法.....	63
46. 力矩原則——兩個平行力.....	65
47. 反比例法.....	66
48. 兩個以上平行力之合力——圖解法.....	68
49. 兩個以上平行力之合力——代數法.....	70
50. 平行力之平衡——圖解法.....	71
51. 平行力之平衡——代數法.....	73
52. 力偶.....	75
53. 力偶之矢量表示法.....	78
54. 一組同平面力偶之合力.....	78
55. 一單力及一力偶之合力.....	80
56. 分解一單力為一相等之平行力及一力偶.....	81

第四章 同平面非同點力

57. 一組非同點力之合力——圖解法.....	86
58. 一組非同點力之合力——代數法.....	89

59. 同平面非同點力之平衡——圖解法.....	94
60. 同平面非同點力之平衡——代數法.....	97
61. 自由體圖.....	102
62. 彎曲力矩、切力及應力之解釋.....	103
63. 桁架內部應力之分析——代數法.....	105
64. 截取法.....	105
65. 桁架內部應力之分析——圖解法.....	114

第五章 非同平面同點力

66. 分解任一力為三個互成正交之分力.....	120
67. 一組非同平面同點力之合力.....	122
68. 力對於任一線之力矩.....	124
69. 非同平面同點力之力矩原則.....	125
70. 一組非同平面同點力之平衡——代數法.....	126
71. 一組非同平面同點力之平衡——圖解法.....	132

第六章 非同平面平行力

72. 一組非同平面平行力之合力——圖解法.....	139
73. 一組非同平面平行力之合力——代數法.....	141
74. 非同平面平行力之平衡——圖解法.....	142

75. 非同平面平行力之平衡——代數法..... 143

第七章 非同平面非同點 非平行力

76. 一組力偶之合成..... 147
77. 一組非同平面非同點非平行力之合力..... 148
78. 一組非同平面非同點非平行力之平衡——代數法..... 153
79. 一組非同平面非同點非平行力之平衡——圖解法..... 156

第八章 分佈力

80. 分佈力之種類..... 163
81. 分佈力之強度..... 163
82. 分佈力之合力..... 164
83. 懸鏈線..... 170

第九章 摩 擦

84. 摩擦之定義..... 174
85. 摩擦係數..... 175
86. 摩擦角..... 177
87. 靜止角..... 178
88. 摩擦定律..... 178
89. 斜面上之物體..... 179
90. 劈..... 180
91. 螺旋摩擦..... 187
92. 輪軸摩擦..... 190
93. 滾動摩擦..... 192
94. 樞軸摩擦..... 193

95. 帶摩擦..... 195

第十章 靜 學

96. 釋義..... 204
97. 一組平行力之重心..... 205
98. 一個物體之重心..... 206
99. 一羣物體之重心..... 207
100. 對稱平面及對稱軸..... 207
101. 一條線之重心..... 208
102. 一羣線之重心..... 209
103. 一個面積之重心..... 211
104. 一羣面積之重心..... 212
105. 巴勃氏原理..... 220
106. 一個體積或一羣體積之重心..... 222
107. 求重心之圖解法..... 227

第十一章 慣性矩

(又稱複力矩)

108. 初力矩與複力矩之別..... 232
109. 複力矩或慣性矩之定義..... 233
110. 直角慣性矩與極慣性矩..... 234
111. 面積之環動半徑..... 235
112. 慣性矩之單位..... 236
113. 對於平行軸間面積之慣性矩之關係..... 236
114. 若干簡單圖形之慣性矩..... 237
115. 結合面積之慣性矩..... 245
116. 建築截面之慣性矩..... 251
117. 慣性積..... 253
118. 對於對稱軸之慣性積..... 254
119. 對於平行軸間慣性積之關係..... 254

120. 對於斜軸之慣性矩.....	249	123. 質體之慣性矩.....	263
121. 最大及最小慣性矩.....	261	124. 質體之環動半徑.....	267
122. 用圖解法求慣性矩.....	265	125. 平行軸間質體之慣性矩.....	267

第二部 動力學

第十二章 直線運動

126. 運動之釋義.....	277
127. 運動之分類.....	278
128. 速度.....	278
129. 速率.....	280
130. 速度與速率之單位.....	280
131. 加速度.....	281
132. 加速度之單位.....	284
133. 速度之分解及合成.....	285
134. 自由落體.....	288
135. 相對運動.....	289
136. 運動曲線圖.....	293

第十三章 曲線運動及圓周運動

137. 曲線運動中之速度.....	298
138. 角移.....	299
139. 角速度.....	299
140. 線速度與角速度之關係.....	302
141. 曲線運動中之加速度.....	305
142. 角加速度.....	305
143. 切線加速度與法線加速度.....	306
144. 等速圓周運動.....	310
145. 等角加速度.....	311

146. 線加速度與角加速度之關係..	312
147. 拋體運動.....	314
148. 簡諧運動.....	318

第十四章 移動、轉動及平面運動

149. 質點運動與剛體運動之區別..	325
150. 剛體之移動.....	325
151. 剛體之轉動.....	326
152. 平面運動.....	326
153. 在平面運動中速度之分解....	329
154. 在平面運動中加速度之分解..	332
155. 蒸汽機連桿運動之圖解法....	333

第十五章 力、質量與加速度

156. 力與運動之關係.....	338
157. 質量與運動之關係.....	338
158. 力、質量與加速度之相互關係..	340
159. 運動方程式.....	340
160. 有效力.....	344
161. 質心運動.....	345
162. 剛體之移動.....	347
163. 剛體之轉動.....	357
164. 平面運動.....	367
165. 打擊中心.....	376

166. 切線力及偏向力.....	378	189. 物體移動中之動量.....	421
167. 向心力及離心力.....	379	190. 物體轉動中之動量.....	425
168. 錐動擺.....	383	191. 平面運動中之動能.....	431
169. 單擺.....	383	192. 能之散逸.....	434
170. 複擺.....	385	193. 測功器.....	435
171. 外軌之超高.....	387	194. 水力.....	437
172. 飛輪之張應力.....	390		
173. 同平面轉動體之平衡.....	392		
174. 非同平面轉動體之平衡.....	395		
175. 調速器.....	397		
176. 垂曲線中物體之運動.....	399		

第十六章 功, 功率與能

177. 概論.....	408	195. 概論.....	442
178. 功之定義.....	408	196. 衝量之定義.....	442
179. 功之代數表示法.....	409	197. 衝量之單位.....	443
180. 力偶所作之功.....	411	198. 線衝量.....	443
181. 功之記號.....	412	199. 角衝量.....	444
182. 功之單位.....	412	200. 動量之定義.....	445
183. 功之圖解表示法.....	412	201. 動量之單位.....	445
184. 功率之定義.....	416	202. 線動量.....	446
185. 功率之單位.....	417	203. 角動量.....	446
186. 能之定義.....	419	204. 線衝量與線動量之關係.....	448
187. 位能.....	420	205. 角衝量與角動量之關係.....	450
188. 動能.....	420	206. 線動量不減論.....	453
		207. 角動量不減論.....	456
		208. 水注之反動力.....	458
		209. 水注之壓力.....	458
		210. 衝擊.....	460

第十七章 衝量, 動量與衝擊

第一部 靜力學

第一章 概 論

1. **力學之基本概念** 力學之基本概念爲質量，空間，時間，運動與力，此項概念在普通力學及物理學中多已論及，今所欲引伸者，厥爲運動與力之意義。

2. **運動** 凡物體在空間位置上發生變化者稱爲運動。一切運動均爲相對。所謂物體之絕對運動，宇宙間實無此種現象，今日所能研究者，僅某一物體對於某一點之運動而已。此一點，爲研究便利起見，即暫稱之爲定點。凡一物體對於某一定點而言，若其位置始終不變，則稱爲靜止。例如火車行駛時吾人靜坐車中，對大地而言，固隨火車而成運動，但對車體則仍爲靜止。故所認定之對象爲動爲靜，皆與本題無關。吾人通常所稱動靜，概以地球爲標準，然地球在天空中固以極大速率不絕轉動，即在宇宙間無絕對靜止之物體，其所謂靜止，僅相對於地球而言耳。

3. **力** 凡使靜止物體運動，或使其變更運動狀態之作用，統稱爲力，或稱外力。

力有集中與分佈之分，視其作用之區域而定。如作用之區域極其微小，實可認爲一點者，則稱爲集中力，該點則稱爲施力點。通過

此種施力點，沿力所作用方向而作之直線，則稱爲力之作用線。

如作用之區域爲一面積，則稱爲分佈力。通常分佈力均可假定爲一集中力，作用於該面積之中心。

嚴格言之，宇宙間所有之力，均屬分佈力，並無真正集中力，所謂施力點，實爲一種理想之點，僅爲研究方便而已。蓋依幾何學之定義，所謂‘點’者，其中絕對不含有任何面積之意義，而力學中之施力點，多少常佔有若干面積也。

4. 無向量與有向量 力學中所用數量，大別之可分爲二類：一爲無向量，一爲有向量，依其是否含有方向之意義而定。

有若干數量僅須舉其單位及大小，其意義即可明瞭者，如長度，體積，質量，時間，密度，溫度，均稱爲無向量。

長度可用公分或公尺計算，亦可用吋或呎計算。在本書中採用市寸或市尺，簡稱吋或尺，以爲標準，間有採用吋時，亦於本題中特加說明。總之，長度所用單位極關重要，必須註明；其他各種無向量亦然。

體積可用立方公分，立方公尺，立方吋或立方呎計算。本書則用立方市寸或立方市尺，簡稱立方吋或立方尺。

質量所用單位爲公斤，公噸，或磅，噸，本書採用市斤，簡稱斤，有時偶亦採用磅。

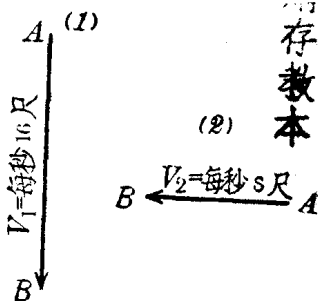
時間之單位爲秒，分或時。

此類數量可按相當比例尺，用不同長度之線表之，惟其方向則不拘定。

其他一類數量不特須知其大小，並須知其方向者，如速度，加速

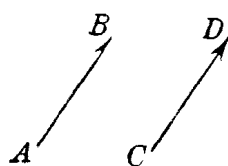
度、力、動量，均稱為有向量。

5. 矢量 有向量可以一定長度及一定方向之直線表之，並於線之一端，用矢頭表明其指向，此種直線稱為矢量。如第 1 圖中之 AB ，(1) 表物體以每秒 16 尺之速度向下運動；(2) 表物體以每秒 8 尺之速度向左運動。此等表示運動之線 AB 即為矢量，而每秒 16 尺或每秒 8 尺則為有向量，矢頭在 B 端所以表示該物體係自 A 向



第 1 圖

B 運動，或該力係取自 A 至 B 之方向作用。如矢頭在 A 端，則其指向適相反。又若有一矢量 CD ，其大小，方向及指向均與 AB 相同，如第 2 圖，則



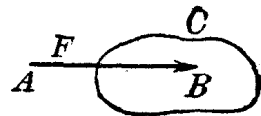
第 2 圖

$$CD = AB.$$

矢量如專用以表力之作用線者，則又稱為力線，以資區別。

矢量有時並不須有固定位置，設有甲、乙兩質點，沿平行線依同一方向運動，若兩者於同一時間內行相等距離，則稱其速度相等，固不必問甲在乙先抑在乙後。易言之，即速度有大小，有方向，但並無位置。

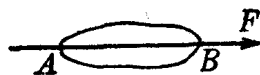
矢量有時並須有固定位置，設有力 F 取 AB 方向作用於某一物體上之 B 點，如第 3 圖，則吾人對於該力不特能認定其大小及方向，並知其所作用之點，其意義殆可完全明瞭，故力有大小，



第 3 圖

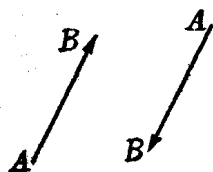
有方向，並有位置；動量亦然。

當討論力之問題時，其所作用之點，何以極關重要，可由第 4 圖說明之。今有一力 F 沿 AB 線取自 A 至 B 之方向，作用於某一



第 4 圖

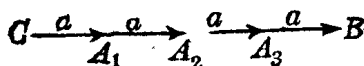
軟性物體，若 A 為固定點， B 為作用點，即施力點，則物體將受 F 力之牽引而伸長；又若 B 為固定點， A 為作用點，則物體將受 F 力之擠壓而縮短。



第 5 圖

6. 矢量之正負號 矢量通常均用兩個字母表之，字母之次序即示其方向。如第 5 圖中之 AB ，乃示其方向為自 A 至 B ， BA 則表為自 B 至 A ，亦即兩者方向適為相反。倘不欲將字母顛倒，亦可用一負號置字母前，以表其方向相反。如 BA 可寫為 $-AB$ 。

7. 矢量之乘法 矢量若用一正數乘之，則其有向量亦同用該數相乘，且其方向不變。如第 6 圖，

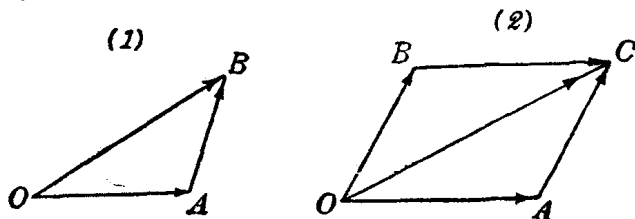


第 6 圖

$$OA_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + A_3B = 4OA_1 = OB,$$

$$a + a + a + a = 4a.$$

8. 矢量之加法 若有一物體先自 O 移動至 A ，再自 A 移動至

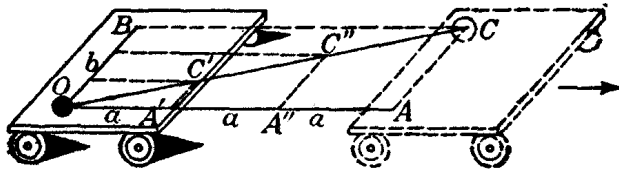


第 7 圖

B ，則其結果與自 O 逕移至 B 相同，如第 7 圖中之(1)。

若有一物體自 O 移動至 A ，同時在此物體上另有一物體自 O 移動至 B ，則後一物體移動之結果將等於自 O 至 C ，如第 7 圖中之(2)。

試再用圖解證明之。設有平車以每秒等於 a 之速度沿 OA 向進行，如第 8 圖，同時在平車上有一鉛球，以每秒等於 b 之速度自 O 點



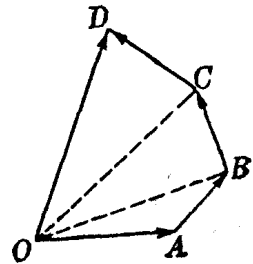
第 8 圖

沿 OB 向推動。於是在第一秒之末，車上之 O 點將進行至 A' 點，第二秒之末將進行至 A'' 點。然因球始終與車同行，同時又沿 OB 線推動，故在第一秒之末，球將進行至 C' 點，第二秒之末，將進行至 C'' 點。用幾何學圖形說明，即球之實在矢量將為 $OACB$ 平行四邊形之對角線 OC 。因得定律如下：

凡求兩矢量之和，可將第二矢量之始端置於第一矢量之終端，再聯結第一矢量之始端與第二矢量之終端，即得。或

$$OA + AB = OB. \quad (\text{第 7 圖})$$

同理，設有一羣矢量，欲求其和，可將每一矢量之始端接於前一矢量之終端，而後聯結第一矢量之始端與末一矢量之終端即得。如第 9 圖，因



第 9 圖

$$OA + AB = OB;$$

$$OB + BC = OC;$$

$$OC + CD = OD;$$

$$\therefore OA + AB + BC + CD = OD.$$

此 OD 稱為合成矢量。若 OD 之有向量等於零，易言之，即 O 與 D 相疊合，則此一羣矢量將成一閉合多邊形。

9. 矢量之減法 如第10圖， OA, OB 為兩矢量，聯結 AB 。倘將 OA 之方向顛倒，則依上述定律，可得

$$AO + OB = AB.$$

但 $AO = -OA,$

故 $OB + (-OA) = AB,$

或 $OB - OA = AB. \text{ [見圖(1)]}$

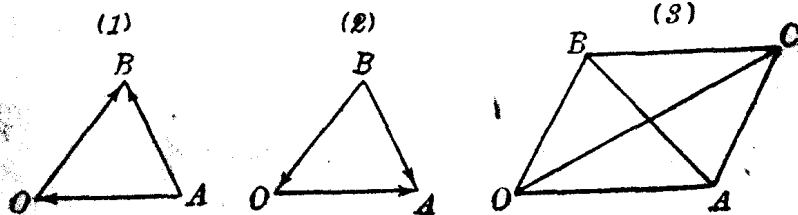
同理，若將 OB 之方向顛倒，則

$$BO + OA = BA.$$

但 $BO = -OB,$

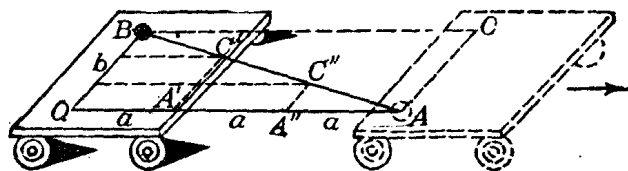
故 $OA + (-OB) = BA,$

或 $OA - OB = BA. \text{ [見圖(2)]}$



第10圖

以上兩式之意義，學者或有未易明瞭，茲再用平車之例以說明之。如第 11 圖，設有平車以每秒等於 a 之速度沿 OA 向進行，同時在平



第 11 圖

車上有一鉛球以每秒等於 b 之速度，自 B 沿 BO 向推動，於是在第一秒之末，車上之 O 點將進行至 A' 點，第二秒之末將進行至 A'' 點。然因球始終與車同行，同時又沿 BO 向推動，故在第一秒之末，球將進行至 C' 點，第二秒之末，將進行至 C'' 點。用幾何學圖形說明，即球之實在矢量將為 $OACB$ 平行四邊形之對角線 BA 。因得定律如下：

若有一點 A 沿 OA 向運動，同時另有一點 B 沿 BO 向運動，則

$$BA = OA - OB$$

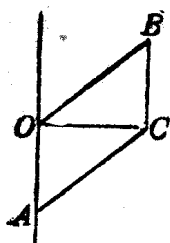
即表示 B 點對於 A 點之相對運動。

綜合以上兩定律觀之，可見若 OA, OB 兩矢量為平行四邊形之兩隣邊，則兩對角線 OC 及 BA 將各等於 $OA + OB$ 及 $OA - OB$ [見第 10 圖(5)]。

茲試舉一例於下。

例題 1. 今有一河寬 1,000 尺，水流速度為每秒 2 尺。有人欲泅水過河，若其泅水速度為每秒 3 尺，試求此人應取何方向泅去，方能直達河之對岸，並求所需之時間。

解 如第 12 圖，命 O 為出發點，矢量 OC 為直達對岸之方向，矢



第 12 圖

量 OA 為水流之方向，並取 OA 長等於 2 個單位。以 A 為圓心，等於 3 個單位之長為半徑，作圓弧使交 OC 於 C 。自 O 作 OB 矢量令平行於 AC ，則 OB 即為泗水時應取之方向。

因按矢量之加法，矢量 OC 將為 OA 與 OB 兩矢量之和。

由圖中量得 $\angle COB = 42^\circ$ 。

又用三角法，得 $\sin COB = \frac{BC}{BO} = \frac{2}{3}$ ，

故 $\angle COB = 41^\circ 49'$ 。

OC 之長為泗水者每秒所行之實在距離

$$= \sqrt{5} = 2.236 \text{ 尺,}$$

$$\therefore \text{所需之時間} = \frac{1,000}{2.236} = 447 \text{ 秒.}$$

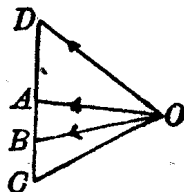
習 題

1. 今有 OA, OB 兩矢量，聯結 A, B 。於 AB 之延長線上取 C 點，使 $AC = 2AB$ ；又於 BA 之延長線上取 D 點，使 $BD = 3BA$ ，如第 13 圖。試求 OC 及 OD 之表式。

答. $2OB - OA$ 及 $3OA - 2OB$ 。

2. 今有 A, B 兩列車同時自某一地點以同一方向沿平行路線上出發。 A 之速度為每時 40 里， B 之速度為每時 50 里，試求 A 對於 B 及 B 對於 A 之相對速度。

答. 每時 -10 里及每時 +10 里。



第 13 圖