116897

高等算學入門

高等算學入門

A FIRST YEAR OF COLLEGE MATHEMATICS

原 著 者　H. J. MILES

譯　　者　鄭 宗[illegible]

江苏工业学院图书馆
藏书章

中 華 書 局 印 行

＊有著作權・不得翻印＊

一九五〇年一月初版

大學用書

高等算學入門（全一冊）

A First Year of College Mathematics

◎基價二十八元

（郵運匯費另加）

原著者　H. J. Miles

譯者　鄭宗玄

發行者　中華書局股份有限公司
上海河南中路二二一號

印刷者　中華書局永寧印刷廠
上海澳門路四七七號

發行處　各埠中華書局

・總目編號・（一四五九七）

印數1—2000

序

本書,大學一年級算學,除了第二十章以外,曾於過去二年以講義形式,在伊里諾伊士大學(University of Illinois)講授,而得到很好的效果.如書名所示的,這是大學一年級學生用的算學書;本無意充作測量科敎本,也非祇敷陳大學首二年算學底膚淺智識.這雖是爲了那些注重算學實用意義的課程需要而著的,但著者相信,大學無論那一部分學生,凡需要學習高等代數、平面三角、平面和立體解析幾何底要點的,都可以採用本書而得到益處.這些科目中,爲研究二年級算學而需要的材料,都包含在本書內了;除此以外還有頗詳細的一章關於導數及其應用,一章關於實驗方程式,和一章關於代數底基本.爲了注重要點和利用各科目間的相互關係原故,我們節省了時間,因此本書能夠在通常代數、三角和解析幾何所佔時間內講授而得到滿意.

關於微積分的材料,在討論方程式論、二項式定理以及許多解析幾何論題時候,是很有用處的;此外又能幫助學生很迅速地去學習微積分底第一部分.節省下來的時間,又可以讓我們加入額外的材料,如微分方程式論題,於二年級課程裏面.對於學工程的學生還有一種好處,卽是關於導數及其應用的材料是很足夠供給他們使用於一年級後期其他課程的。

我們爲努力使學生去瞭解代數、三角和解析幾何間的相互關係.我們自由利用解析幾何於三角以獲得結果.例如根據極坐標和直角坐標間的關係推出三角函數定義,利用旋軸法推出和差公式,借助兩坐標制證明正弦定律和餘弦定律.平面上方向餘弦底使用又提早應用三角函數,幷使初學者對於空間內直線和平面的研究更少感覺困難些.

第二十章論代數基本的,比通常一年級課本所論的更詳細得多.著者相信,一年級課本開始就提出代數公設和討論抽象觀念,是沒有甚麼意義的;到了學生已經熟習代數技巧和獲得經驗去瞭解更抽象的觀念

以後再來討論,則很有用.

關於對數的一章,祇要教過第三章以後,隨時都可提出來講授,若將用對數解三角形的問題刪去,決不會有甚麼不方便處.

那一類問題,唯一目的在於訓練初等代數技巧的,本書幷不採取.本書從新的材料開始.但開頭幾章的習題供給學者以充分機會去學習過去所學的,但幷不以"乘"、"除"、"分解因數"、"化簡"、等一類無生氣的問題去麻煩他們.

有好多例題完全解出.每章後面又附有許多複習題.這是很有用的.可以强迫學者無須提示去自己解答,其實在問題出現的一條習題中往往能得到提示.書中也有很多應用問題.這類問題能增加所有學生底興趣,對於學工程的學生尤其有用.

本書本是 A. B. Coble 教授設立的一個委員會工作成績之一.他倡議著作本書,關於編輯計劃有很有價値的意見提出.其他部門的委員對於本書計劃也添加了意見,務使本書能更適應他們的學生底需要.組成這委員會的是: H. R. Brahana 教授, G. E. Moore 教授, Beulah Armstrong 博士, Josephine H. Chanler 博士和著者.首四位委員曾積極參加本書計劃工作,曾閱讀和批評本書初稿和印成的講義,曾實地講授本書而提出改良意見.著者於此深深感謝各位委員,尤其感謝 Coble 教授提出的關於本書總計劃的新奇意見.

邁爾(H. T. Miles)

在伊里諾伊士州的烏邦那(Urbana, Illinois)

一九四一年二月

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

高等算學入門目次

第一章　直角坐標……1

1. 實數底幾何表示法……1
2. 不等式……4
3. 直角坐標……5
4. 有向線段……6
5. 射影……7
6. 一點和原點間的距離……9
7. 任意兩點間的距離……10
8. 一個線段底中點……11

第二章　圖解……15

9. 方程式底次數……15
10. 方程式底解……16
11. 一次方程式……17
12. 一次方程式底軌跡……18
13. $y=mx$底軌跡……19
14. $ax+by+c=0$底軌跡……22
15. 聯立一次方程式……23
16. 圖解解法……24
17. 一次以上方程式底軌跡……27
18. 聯立方程式底圖解解法……31
19. 二次方程式底圖解解法……33

第三章　函數……37

20. 常數和變數……37
21. 函數……37
22. 函數底記號……39

23. 函數底圖解……40
24. 數値表所定的函數……42
25. 函數底零時値……44
26. 聯立方程式$y=f(x)$和$y=\varphi(x)$……45
27. 比和比例……47
28. 比例底幾種特性……48
29. 變數法……49
第四章 聯立一次方程式……54
30. 聯立方程式底代數解法……54
31. 一般情形……57
32. 行列式……58
33. 三元聯立一次方程式……60
34. 用行列式解三元聯立一次方程式……61
35. n元聯立一次方程式……65
第五章 二次方程式……70
36. 方程式和恆等式……70
37. 二次方程式……72
38. 圖解解法……73
39. 分解因數解法……73
40. 補足平方解法……76
41. 公式解法……78
42. 關於二次方程式底根的定理……82
43. 兩個根底性質……85
44. 準二次方程式……86
45. 含有根式的方程式……88
46. 含有分數式的方程式……90
47. 含有二次方程式的聯立方程式……91

第六章　角、極坐標、三角函數……98
第一節　角……98
48.　一般的角……98
49.　角度和弧度……99
50.　弧、角、半徑間的關係……101
51.　線速度和角速度……102
第二節　極坐標……103
52.　極坐標……103
第三節　極坐標和直角坐標間的關係……106
53.　特殊情形……106
54.　一般情形……108
55.　三角函數……110
56.　象限角底函數……111
57.　60°,30°,120°等角底函數……113
58.　從上面定義直接推出的公式……115
59.　一角所在的象限……118
60.　用圖解法決定三角函數底近似值……119
61.　三角函數數值表……121
62.　插值法……123
63.　直角三角形解法……125
64.　應用……129
65.　簡化公式……132
66.　三角恆等式……136
67.　三角方程式……139
68.　三角函數底圖解……142
第七章　直線……148
69.　射影……148

70. 方向餘弦……149
71. 一直線底參數方程式……151
72. 一直線方程式底各種標準式……154
73. 一般的直線方程式……160
74. 兩直線夾角……161
75. 直線方程式係數底幾何意義……164
76. 從一直線至一點的距離……165
77. 直線族……169
78. 通過已知兩直線交點的諸直線……171
第八章 軌跡……176
79. 關於方程式的討論……176
80. 極坐標軌跡……181
81. 坐標底變換……184
82. 軌跡底方程式……187
第九章 圓錐曲線……193
83. 圓錐曲線……193
第一節 圓……193
84. 以圓心和半徑表示的圓方程式……193
85. 圓方程式底一般式……194
86. 圓有三個條件……196
87. 曲線族$S+kS'=0$……200
第二節 拋物線……203
88. 方程式底標準形式……203
89. 不以原點為頂點的拋物線……207
90. 應用……210
第三節 橢圓……211
91. 方程式底標準形式……211

92. 不以原點爲中心的橢圓……216
93. 應用……218
第四節 雙曲線……218
94. 方程式底標準形式……219
95. 關於雙曲線的討論……220
96. 不以原點爲中心的雙曲線……224
第五節 一般圓錐曲線……226
97. 一般圓錐曲線底方程式……226
98. 一般圓錐曲線底極坐標方程式……230
99. 圓錐曲線底參數方程式……233
100. 圓錐曲線作圖法……236
第十章 直角坐標底變換……240
第一節 移軸法和旋軸法……240
101. 坐標軸底改變……240
102. 移軸法……240
103. 旋軸法……242
第二節 和差公式……246
104. 兩角和差底正弦和餘弦……246
105. 兩角和差底正切……249
106. 倍角公式……251
107. 半角公式……253
第三節 應用……254
108. 應用雜題……254
109. 用旋軸法消去xy項……257
第十一章 斜角三角形……263
110. 餘弦定律……263
111. 正弦定律……265

112. 兩可情形……267
113. 正切定律……269
114. 三角形面積……270
115. 逆三角函數……271
第十二章 指數——對數……278
116. 正整指數……278
117. 分指數……279
118. 零指數……280
119. 負指數……281
120. 根式……282
121. 無理指數……283
122. 對數……284
123. 對數底幾種性質……286
124. 常用對數……288
125. 四位對數表……291
126. 對數計算法……293
127. 底數底變換 自然對數……296
128. 指數方程式……297
129. $y=\log_a x(a>1)$的圖解……298
第十三章 複數……303
130. 數系……303
131. 複數算法……304
132. 複數底圖解……306
133. 加法底圖解……307
134. 複數底極坐標式……309
135. 極坐標式的複數乘法……310
136. 複數底乘冪和方根……311

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

137. 棣美弗定理……312
138. 複數底方根求法……313
第十四章 導數及其應用……318
139. 速度……318
140. 切線……319
141. 橢圓底切線和法線……322
142. 極限……324
143. 函數底導數……326
144. 連續函數……328
145. 關於導數的一般定理……329
146. 常數底導數……329
147. 變數對自身底導數……329
148. 和底導數……330
149. 積底導數……330
150. 商底導數……331
151. v^n底導數……332
152. 遞增函數和遞減函數……335
153. 函數底最大值和最小值……336
154. 函數之函數底導數……340
155. 隱函數底導數……341
156. 以參數表示的函數底導數……342
157. 曲線運動 分速度……343
158. sinv底導數……346
159. cosv和tanv底微分法……347
160. $\log_a v$底微分法……350
161. 指數函數底微分法……352
162. 高級導數……353

163. 直線運動底加速度……354
164. 二項式定理……355
第十五章 等差級數和等比級數……361
165. 等差級數……361
166. 求第n項的公式……361
167. 求前n項之和的公式……362
168. 等差中項……364
169. 等比級數……364
170. 求第n項的公式……364
171. 求前n項之和的公式……365
172. 等比中項……366
173. 無限的等比級數……367
第十六章 排列法、配合法、概率……371
174. 導論……371
175. 排列法……372
176. n個非全不同的物件底排列法……373
177. 配合法……374
178. 二項式係數……376
179. n個不同物件種種配合數之總和……377
180. 概率導論……377
181. 概率……377
182. 統計學的概率……378
183. 期待值……379
184. 獨立事件……380
185. 相依事件……381
186. 互斥事件……382
第十七章 方程式論……385

187.　多項式……………………………………………………………385
188.　餘數定理…………………………………………………………385
189.　方程式底根數……………………………………………………387
190.　綜合除法…………………………………………………………389
191.　有理數根…………………………………………………………391
192.　曲線作法…………………………………………………………393
193.　牛頓方法…………………………………………………………396
第十八章　實驗方程式……………………………………………402
194.　導論………………………………………………………………402
195.　由平均法求出的直線型方程式…………………………………402
196.　由平均法求出的抛物線型方程式………………………………405
197.　由最小平方法求出的直線型方程式……………………………407
198.　乘羃型方程式……………………………………………………410
199.　指數型方程式……………………………………………………413
第十九章　立體解析幾何…………………………………………419
第一節　定義和公式………………………………………………419
200.　在空間的直角坐標………………………………………………419
201.　兩點間的距離……………………………………………………421
202.　直線底方向餘弦…………………………………………………423
203.　直線底方向數……………………………………………………426
204.　兩個直線夾成的角………………………………………………427
第二節　軌跡——平面和直線……………………………………431
305.　在空間的軌跡……………………………………………………431
206.　平面方程式底法線式……………………………………………432
207.　一般的一次方程式………………………………………………433
208.　兩個平面夾成的角………………………………………………435
209.　從一平面至一點的距離…………………………………………436

210. 平面有三個條件……438
211. 直線方程式諸形式……440
第三節　二次曲面……444
212. 關於面方程式的討論……444
213. 二次曲面……445
214. 橢圓面……445
215. 單葉雙曲面……446
216. 雙葉雙曲面……448
217. 橢圓拋物面……449
218. 雙曲拋物面……450
219. 二次錐面……452
220. 旋成曲面……453
221. 柱面……454
222. 柱面坐標……456
223. 球面坐標……457
第二十章　代數底基本……462
224. 導論……462
225. 邏輯……462
226. 算學論證底性質……462
227. 公設底選擇……463
228. 適用於複數代數的一套公設……463
229. 基本定理……465
230. 次序公設……471
231. 有理數……473
232. 實數……476
233. 複數……478
附表……480
譯名對照表

高等算學入門

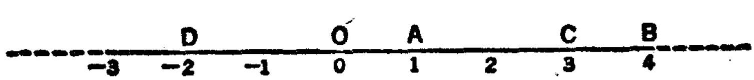
第一章　直角坐標

1.實數底幾何表示法　本書自始至終都必須用幾何法去說明代數算法.爲了建立這種說明底基礎起見,我們現在要證明: **凡實數都是可以用幾何法表示爲直線上之點的.**

試在一個直線上任意選取一點O,這個直線在O點兩邊都是無限延長的.設一邊方向爲正,另一邊方向爲負.再選取一個具有適宜長度的線段,爲測量單位.B點,若距離A點三個單位,而從A到B的方向又是正的,我們就說AB底**有向距離** (directed distance) 是3.同理,從C點到D點的方向若是負的,而聯結C和D的線段又有五個單位,我們就說CD底有向距離是-5.DC底有向距離則是$+5$.

設從O點正向上,距離一個單位,二個單位,三個單位等等之處,以諸數1,2,3等等表之;從O點負向上,距離一個單位,二個單位,三個單位等等之處,以諸數 $-1,-2,-3$ 等等表之;O點自身則以0表之.如此,凡表示直線上某一點之數,都指出了從O點至此點的有向距離.O點稱爲**數標底原點** (origin of the number scale) 或簡稱**原點** (origin).

[例題]



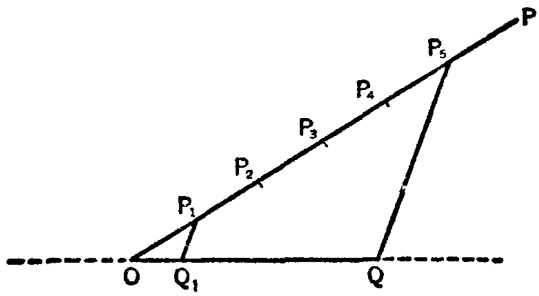
第　1　圖

設橫軸上向右量得的距離是正的,則表示諸點之數,便如第1圖所示.注意下面諸有向距離:

$$AB=3, CD=-5, DA=3, BO=-4.$$

諸數……………$-3,-2,-1,0,1,2,3,$…………稱爲整數(integers).凡能以兩個整數之商形式表示的數稱爲有理數 (rational numbers),例如4/13和7/6都是有理數. 整數也可以視爲有理數,因爲我們可以拿n/1來代替一個整數n.

我們可以在一個直線上作一點,使得從O點至此點之有向距離爲某一有理數.試舉分母爲5的有理數做例.我們先作一點,使得從O點至此點之有向距離爲$\frac{1}{5}$.



第 2 圖

設OQ爲單位長的線段,作一直線OP(第2圖).在OP上截取相等的線段$OP_1,P_1P_2,P_2P_3,P_3P_4,P_4P_5$. 聯結$P_5$和Q,作$P_1Q_1$平行於$P_5Q$. OQ_1P_1和OQP_5兩個三角形是相似的,可知線段OQ_1之長是$\frac{1}{5}$.

從O點正向上連續截取與OQ_1等長的線段,我們就可作出諸點,其與O點的有向距離分別爲$\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5},$…….從O點負向上連續截取與$OQ_1$等長的線段,又可作出有向距離爲$-\frac{1}{5},-\frac{2}{5},-\frac{3}{5},-\frac{4}{5},$……的諸點.

從O點的有向距離爲有理數m/n之點,可以仿此方法作出.

有一些數,并不是有理數.例如$\sqrt{2}$和π,都是初等算學常見的,但都不是有理數.邊長爲一個單位的正方形,它的對角線之長是$\sqrt{2}$個單位,直徑爲一個單位的圓形,它的圓周之長是π個單位. 從O點的有向距離爲$\sqrt{2}$之點,容易用直尺和圓規作出,即祇消作一個邊長爲1單位的正方形,再從O點截取一個線段,使其長等於正方形底對角線就够了.從O點的有向距離爲π之點,則不能如此容易作出;事實上是不能

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com