

405851

力 学

(静力分析)

广东农林学院

农机系力学教研组编

一九七六年七月

目 录

第一章	静力分析基本概念	1
§1—1	静力分析的任务和基本概念	1
§1—2	力的基本定律	3
§1—3	典型约束和约束反力	6
§1—4	分离体与受力图	10
	习 题 一	12
第二章	平面汇交力系	17
§2—1	平面汇交力系的合成与平衡的几何法	17
§2—2	力的分解及力在坐标轴上的投影	22
§2—3	平面汇交力系的合成与平衡方程——分析法	24
	习 题 二	28
第三章	力矩和力偶	31
§3—1	力矩的概念及其计称	31
§3—2	合力矩定理	32
§3—3	力偶及其性质	34
§3—4	平面力偶系的合成及平衡条件	36
	习 题 三	39
第四章	平面任意力系	40
§4—1	平面任意力系的简化	40
§4—2	平面任意力系的平衡方程	44
	习 题 四	59

第五章 空间力系的平衡问题 59

§5-1 空间力的方向与力对空间直角坐标轴的分解 --- 60

§5-2 力对轴之矩 ----- 62

§5-3 空间力系的平衡方程 ----- 64

§5-4 重 心 ----- 75

习 题 五 ----- 83

第六章 摩 擦 87

§6-1 滑动摩擦 ----- 88

§6-2 摩擦角及自锁 ----- 91

§6-3 滚动摩擦 ----- 94

习 题 六 ----- 100

第一章 静力分析基本概念

§ 1—1 静力分析的任务和基本概念

为什么要学习静力分析？大家都知道，设计一部农业机械，不仅要使它满足农活提出的运动方面的要求，而且要保证机器在工作过程中能正常运转，另件不致破坏或有过大的变形。为此要合理选择零件的材料，设计零件的形状和尺寸。这就必须对各构件进行受力分析，弄清楚它的受力情况，作为设计的依据。即使在农机维修时，因为零件的失效或磨损总是和它的工作负荷有着密切的关系。为了更换或改进零件，有时也必须进行受力分析。学习静力分析就是要解决构件的受力分析问题。具体地说，静力分析是研究物体的平衡规律，利用平衡条件求出机械中各构件所受的力。在研究物体平衡规律的过程中，为便于认清清楚力系对物体的作用效果和建立平衡条件，我们还学习力系的简化（即用等效的较简单的力系代替已知力系）。

前面提到平衡，它是什么意思呢？平衡是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动或匀速转动的状态。 恩格斯指出：“一切平衡都只是相对的和暂时的”。宇宙中一切事物都在运动变化之中，物体的平衡只是机械运动的特殊情况。不平衡是绝对的普遍的，平衡是相对的暂时的，有条件的。当一物体处于平衡状态时，所有作用在它上面的力（包括主动力和约束力）必须满足的条件称为平衡条件。 平衡的概念对于我们简化实际问题有什么意义呢？因为大部分农业机械在正常情况下都是平稳地工作的，比如机动水稻插秧机在田间匀速前进，平稳地插秧，联合收割机在等速前进中进行收割，车间里的吊车等速提升重物等，都可视为平衡状态而加以研究，分析其受力情况。

学习静力分析必须注意掌握分析物体受力的基本方法，力的基本性质以及物体的平衡规律。培养运用静力分析理论和方法去

分析和解决工程实际问题的能力。

现在介绍两个基本概念：

(一) 刚体的概念

物体的机械运动，一般表现为两种形式：一种是物体在空间位置的变化，另一种是物体形状的变化（简称变形）。虽然，在物体的机械运动中，两种变化方式往往同时发生，然而，实际上在各种机械中，构件的变形是限制在非常微小的范围之内，它对静力分析中所研究的问题几乎没有什么影响，为使问题得到简化，我们在静力分析中不考虑“变形”这个次要因素，将物体看成是在任何力的作用下都不会变形的，刚性的物体，简称“刚体”。

很显然，“刚体”只是抽象化的力学模型，实际上并不存在真正的刚体，不能将“刚体”的概念绝对化。同样一个构件在静力分析中视为“刚体”，只是当要研究它是否会破坏，变形有多大的时候，就不能看为刚体而要看作弹性体了。今后在静力分析中所研究的物体，如果未经特别说明，都是当作刚体来考虑的。

(二) 力的概念

在日常生活中和生产劳动中，大家对力都很有体会。比如搬动一张桌子，需要用力。竹放着的小车，用力推它能使它向前运动。车床主轴由于受到齿轮传递的力而转动，弹簧受拉力而伸长等。无数事实证明，物体运动的变化与力有关，且物体运动的变化是由于物体间相互作用而产生的。因此，可以得到力的概念：力是物体与物体间的相互作用，这种作用使物体的运动状态发生改变或发生变形。

一个力对物体的作用效果是由这个力的大小、方向和作用点三者决定的。此称为力的三要素。

通过力的作用点沿力的方向的直线称为力的作用线。

在工程中，力的大小是用公斤（Kg）和吨（T）作为单位的。由于力的三要素，力不能单纯用数量表示，而要用矢量表示。如图1—1。作图时，按选定的比例尺（即每一单位长度代表多少公斤力）作一矢量，其长度 OA 代表力的大小，矢的指向表示

力的方向，矢量的直线表示力的作用线，矢的起点（或终点）表示力的作用点。通常我们用符号“ \vec{F} ”（或黑体字“ F ”）表示力矢量，今后分析力时我们就使用这样的矢量符号。若字母上无一横则只表示该力的大小。

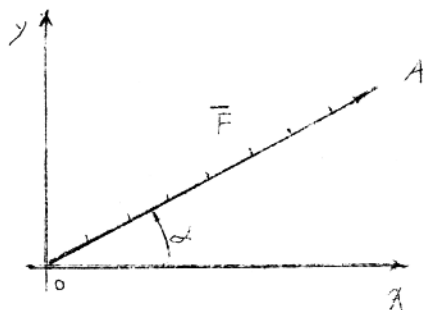


图 1—1

图 1—2 是一辆小车，我们用一个力 \vec{F} 在 A 点拉它使它运动（图 1—2(a)）和在 B 点以同样的 \vec{F} 力推它使它运动（图 1—2(b)），其效果就完全一样，只要力的大小，方向和作用线不变就可以。注意，这时我们是不考虑它的变形

把它作为刚体的。这就是：在研究力对刚体的作用效果时，力的作用点可在作用线上任意移动，其效果不变，称为力的可移性。

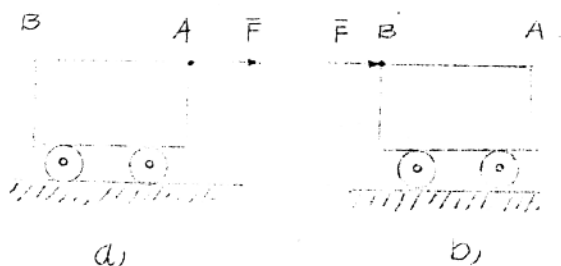


图 1—2

有了力的可移性，则作用在刚体上的力的三要素便是：①力的大小；②力的方向；③力的作用线。

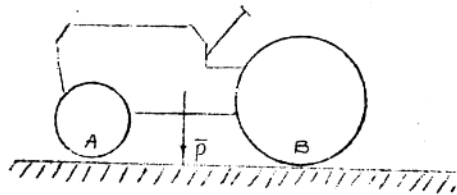
§ 1—2 力的基本定律

一、作用与反作用定律

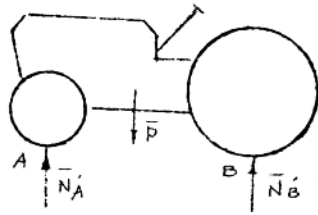
力是物体之间的相互机械作用，因此，力总是成对出现的。当一个物体对另一个物体有作用力时，必然同时引起另一物体对它的反作用力。比如我们拉弹簧，当手对弹簧施加拉力时，就觉

得很费劲，这是由于受到弹簧的反拉力。作用力与反作用力同时存在，其大小相等，方向相反，作用线重合，分别作用在两个不同的物体上，这就是作用与反作用定律。

例如，一拖拉机行放在地面上（图1—3）其重为 \bar{P} ，通过轮子在A、B两处与地面接触，轮子与地面之间就有作用力 \bar{N}_A 、 \bar{N}_B 和反作用力 \bar{N}'_A 、 \bar{N}'_B ， \bar{N}_A 和 \bar{N}'_A ， \bar{N}_B 和 \bar{N}'_B 分别大小相等，方向相反，且作用线相同。必须注意， \bar{N}_A 、 \bar{N}_B 是作用在地面上， \bar{N}'_A 和 \bar{N}'_B 则是作用在拖拉机上。按一般习惯，作用力和反作用力都用同一字母表示，但其中之一加一“撇”。



作用与反作用是力学中的基本矛盾。作用力和反作用力是矛盾的两个方面，这两个力互相对抗又相互依存，有作用力就必然有反作用力；若没有作用力则反作用力也就不存在了。



二、二力平衡定律

我们拔河时就有这样的体会，当双方力量相当时，绳子处于平衡

状态。又如悬挂着的电灯，它受到重力和电线拉力的作用而平衡。物体受到两个力的作用而处于平衡是最简单的平衡情况，称为二力平衡。很显然，二力平衡的条件是：两个力大小相等，方向相反，作用在同一直线上。这称为二力平衡定律。

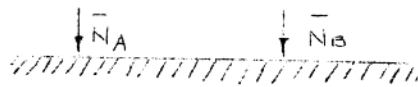


图 1 — 3

必须指出，这两个力是作用在同一物体上而使物体平衡的，千万不要与作用、反作用定律混淆起来。作用及作用定律中的两

个力虽然也是等值、反向、共线，但是分别作用在两个不同的物体上。

图1—4为发动机的曲柄连杆机构，研究连杆AB的受力，因它本身的重量不大，中间不受外力，只有A、B两处各受到活塞销和曲轴的作用力而平衡。根据二力平衡条件，这两个必须大小相等、方向相反，且作用在同一直线上（A、B两点的连线）。

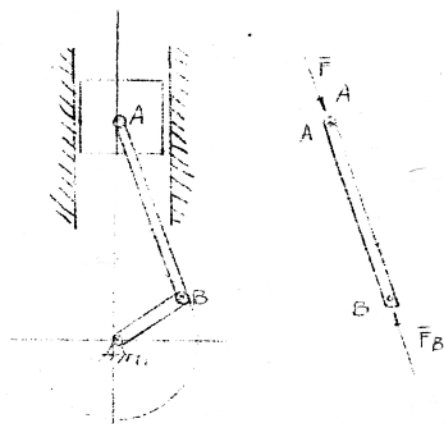


图1—4

两端受外力作用而中间不受力的杆件在农机中经常遇到，称为二力杆。其作用力必定通过两连接点的连线。农机中的机架等结构，有许多是用一些杆件搭配起来，两端绑接或焊接而成的。其中每根杆件如不考虑它本身的重量，便是两端受力。设计时为了简化计算，往往当作二力杆处理。

三、力的平行四边形定律

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向，可由以这两个力为邻边所画出的平行四边形的对角线来表示。如图1—5所示。合力 \vec{R} 叫做 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 的矢量和。可写为：

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

这平行四边形称为力的平行四边形。

如果两个力的作用线是重合的，则由力的平行四边形定律可推知，其合力等于

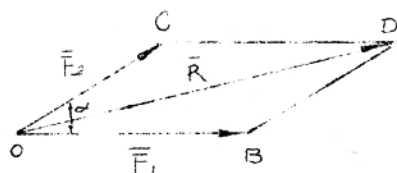


图1—5

两个分力的代数和。

合力的 { 大小：同向时，二力相加，异向时，大力减小力；
方向：同向时，与原二力方向相同，异向时，和较大力同向；
作用线：仍在原二力的作用线上。

推论：若一个物体受三个力作用而处于平衡，且其中两个力作用线相交于一点，则第三个力必与前二力共面且相交同一点，此为三力平衡汇交定理。

证明如下：设在物体上 A_1 、 A_2 、 A_3 点分别作用有互相平衡的三个力 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 、 \vec{F}_3 ，（图 1—6）其中 \vec{F}_1 和 \vec{F}_2 的作用线交于 A 点。根据力的可移性，将 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 移到交点 A ，并由力的平行四边形定律求得其合力 \vec{R} 。此力通过 A 点。

由于 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 、 \vec{F}_3 是相互平衡的，因此， \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 的合力 \vec{R} 必然与 \vec{F}_3 平衡。根据二力平衡定律可知， \vec{R} 与 \vec{F}_3 必大小相等，方向相反且作用在同一直线上。即 \vec{F}_3 也在 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 决定的平面内。

而且通过 A 点。这就证明了推论。

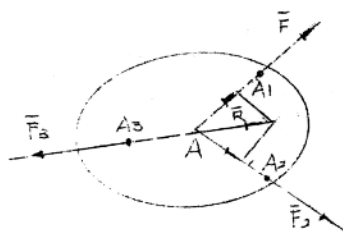


图 1—6

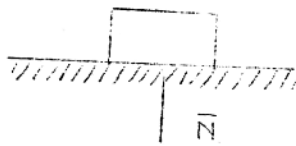
§ 1—3 典型约束和约束反力

如果一物体在空间的运动不受其他物体任何限制的，称为自由体。例如飞行着的飞机，火箭等。如果物体的运动由于受其他物体的限制，使得在某些方向的运动不能实现，则称非自由体。例如火车受铁轨限制，只能沿铁轨运动；转轴受轴承的限制，只能绕轴线转动。限制非自由体运动的物体称为约束，而约束作用于非自由体的力称为约束反力。约束的大小，随物体的受力情

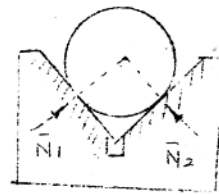
况而定。因此，约束反力称为被动力。(其他已知力则称为主动
力)。约束阻碍了物体的运动，因之约束反力的方向就和约束本
身所能阻碍的运动方向相反。至于约束反力的作用点则在物体与
约束接触的表面。下面介绍机械中常见到的几种简单的约束类型
— 加确定约束反力的方法。

一、具有光滑接触面的约束

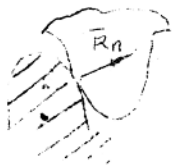
如果接触面具有足够的光滑，则它们之间的摩擦力很小，可
以略去不计。这类约束不能限制物体沿约束表面切线方向的运动，
而只能阻碍物体沿接触表面法线方向的运动，因此，约束反力的
方向又沿接触表面的公法线，指向受力物体。这种约束反力称为
法向反力，常用 \bar{N} 表示。例如图 1—7 所示。



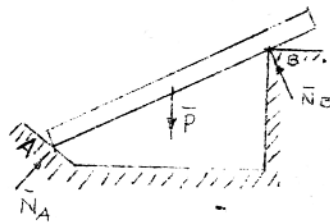
平面对滑块
的反力
(a)



V形槽对轴
颈的反力
(b)



啮合齿轮的
法向反力
(c)

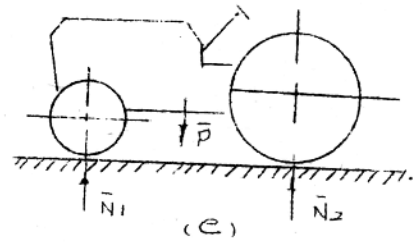


物体搁置在
棱边上的反力
(d)

图 1—7

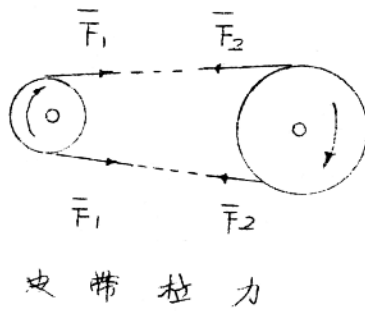
二. 柔性约束

由绳索、钢索、皮带、链条等所构成的约束即为柔性约束。柔性体本身只能承受拉力，不能抵抗压力和弯曲，所以它对物体的约束反力也只能是拉力，且力的作用线必沿绳索。参看图 1—8。

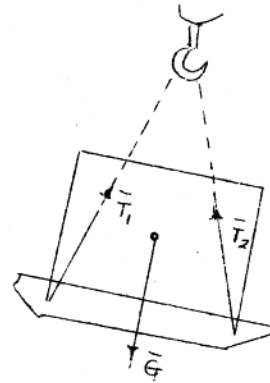


拖拉机放在地面上时所受的反力

图 1—7 (e)



皮带拉力



绳索拉力

(b)

图 1 — 8

三. 铰链及轴承约束

如图 1—9 所示，将 A B 杆钻一圆孔，再用销钉，将 A B 杆穿连在支座上，则杆只能绕销钉转动，这种装置称为铰链（平面铰链约束）。若将支座固定，则称固定铰链支座，简图如图 1—10 a)。A B 杆在主动动力作用下，只能绕销钉旋转，由于销钉可以紧压在杆孔的任何处（随着杆所受的主动动力不同，则销钉与杆孔接触点 K 的位置也不同），所以约束反力方向不能预先确定，若

将摩擦力忽略不计, 则约束反力 \bar{R} 的作用线与接触点的公法线相重合, 也就是反力方向一定通过铰链中心。对于方向未定的约束反力 \bar{R} , 可用二个互相垂直的分力 \bar{R}_x , \bar{R}_y 表示。若在支座与平面间加上滚轮, (图 1—10. c) 则称活动铰链支座, 这种支座只能限制 A 已杆沿约束面法线方向的挤压运动, 因此, 其约束反力必垂直于约束面, 并通过铰链中心。

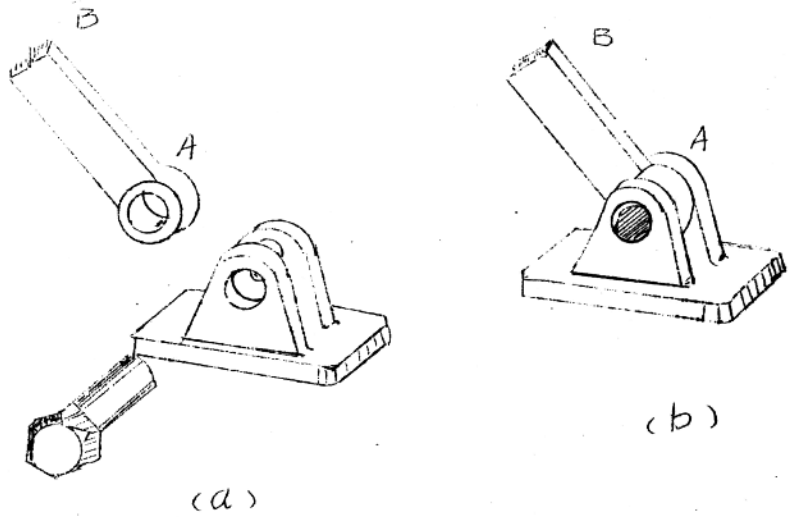


图 1 — 9

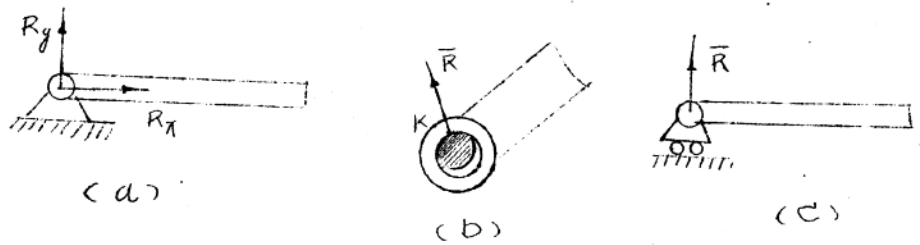


图 1 — 10

毛主席教导我们：“必须提倡思索，学会分析事物的方法，养成分析的习惯”。在机械中常见到的各种轴承，我们也可以作类似的分析。例如：滑动轴承(图 1—11)和止推轴承(图 1—

— 12) 在垂直于轴的平面内, 约束反力与上述固定铰链支座的约束反力具有完全相同的特点。至于在平行于轴线的平面内, 止推轴承的约束反力与滑动轴承不同, 因为止推轴承能限制轴沿轴向往的移动, 所以它还有一轴向约束反力 \bar{R}_z 。

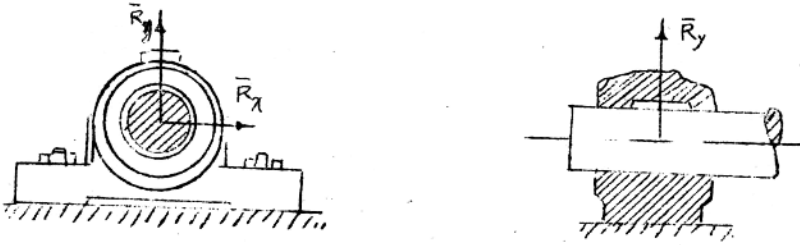


图 1 ———— 11

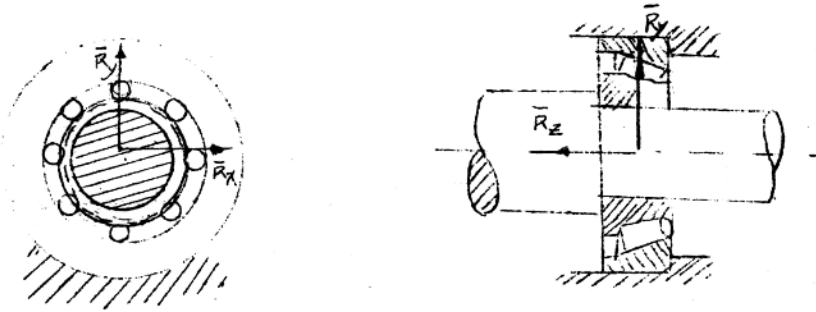


图 1 ———— 12

§ 1—4 分离体与受力图

在进行静力分析时, 首先必须把研究对象和它受到的力 (包括已知力和约束反力), 用图形清楚地表示出来。为此, 需要把研究对象从周围物体中分离开来, 单独画出。从周围物体中, 单独分离出来的研究对象, 叫做分离体。在分离体图上画出它所受的全部主动力和约束反力, 这样画出的图形称为受力图。

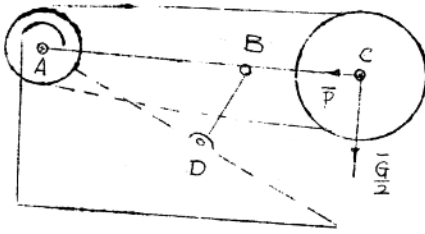
下面举例说明取分离体和画受力图的方法。

例 1 — 1 珠江 — II 型水轮机联合收割机拨禾轮的支架简

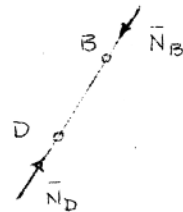
图如图 1-13a 所示, 作用于 C 点的拨禾轮重为 $\frac{G}{2}$, 链传动对轴压力为 \bar{P} , BD 杆和 AC 杆的重量忽略不计, 试画这两条杆的受力图。

解: 1) 取 BD 杆为研究对象。BD 杆的两端是铰链连接, 中间不受力, 是二力杆, 故作用于 BD 杆两端的约束反力大小相等, 方向相反, 且同作用在 B、D 两点的连线上。由于 BD 杆支撑着拨禾轮的一部分重量, 可知该杆受压力, 即在铰链 B 处受到 AC 杆的压力 \bar{N}_B 、在 D 处受支架的反力 \bar{N}_D (图 1-13b)。

2) 取 AC 杆为研究对象。在 C 点有拨禾轮重 $\frac{G}{2}$ 作用, 方向铅垂; 还有链传动对轴的压力 \bar{P} , 沿 AC 杆。在 B 点根据作用反作用定律, BD 杆对 AC 杆的约束反力为 \bar{N}_B' , 它与 \bar{N}_B 大小相等, 方向相反。A 点为固定铰链支座, 其约束反力方向未定, 可分解为 \bar{R}_x 和 \bar{R}_y 两个分力。见图 1-13c。



(a)



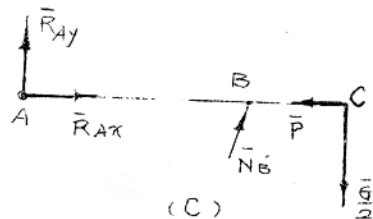
(b)

图 1-13

例 1-2 简式吊车如图 1-14a 所示, 已知重物的重量为 \bar{P} , 作用于横梁的中点; BC 为钢丝绳。设横梁 AB 的重量不计, 试作其受力图。

解: 取横梁为研究对象。横梁的中点受重物 \bar{P} 的作用;

B 点受钢索约束, 反力为 \bar{T} , 方向沿着钢丝绳, 指向背离横梁。



(c)

图 1-13c

A点是固定铰链，约束反力通过铰链中心。横梁在三个力作用下平衡，据三力平衡汇交定理，反力 \bar{N}_A 必定经过 \bar{P} 与 \bar{T} 的交点O。见图1—14b。

作受力图时，首先根据需要选定研究对象，取分离体，然后在

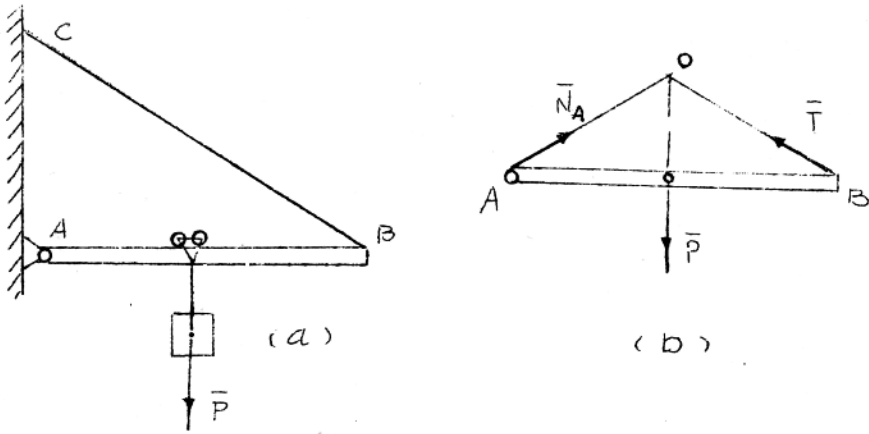


图 1 — 14

分离体上画出它所受的全部作用力。这是对构件进行受力分析的第一步。在这过程中，分析约束反力是关键，分析约束反力不能根据物体的运动趋势，而是根据约束的性质，看约束怎样限制物体的位移。这就要求对各种约束的特性及其约束反力的表示方法有深刻的理解。还要灵活运用力的基本定律和定理。

值得注意的是，如果取几个物体或构件组成的一个部分作分离体时（称这种情况为整体受力图）。则其中各构件之间的约束不再画出，这是因为作用力和反作用力必然大小相等，方向相反，作用线重合，而且都同时作用在整体受力图上。它们的作用都两两相互抵消，因而不必再考虑了。

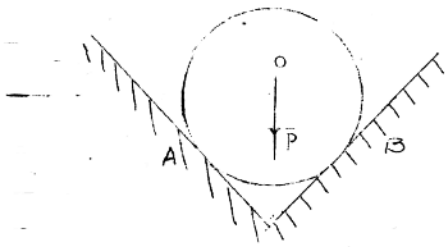
象这种在一个整体受力图中，一部分物体和另一部分物体之间的相互作用力，叫做内力。画受力图时，内力不要画出。

习 题 一

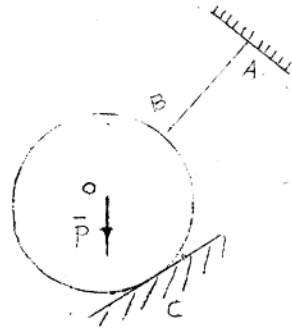
(1) 下列各图中，假定各物体的重量除已标明者外，都可略

不计，并假设所有接触处都是光滑的，试分别作出各个物体的受力图。

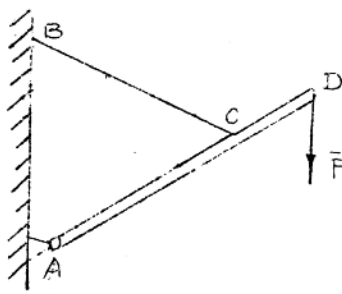
题 (1) 图



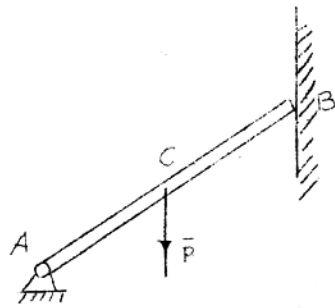
(a)



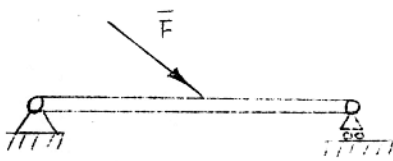
(b)



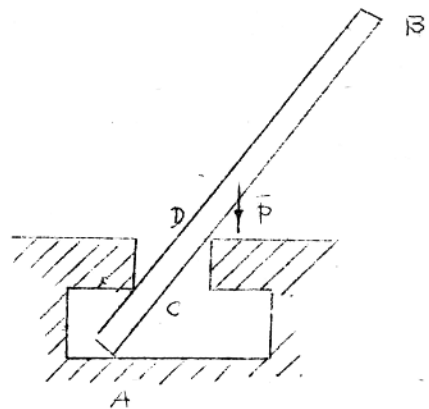
(c)



(d)

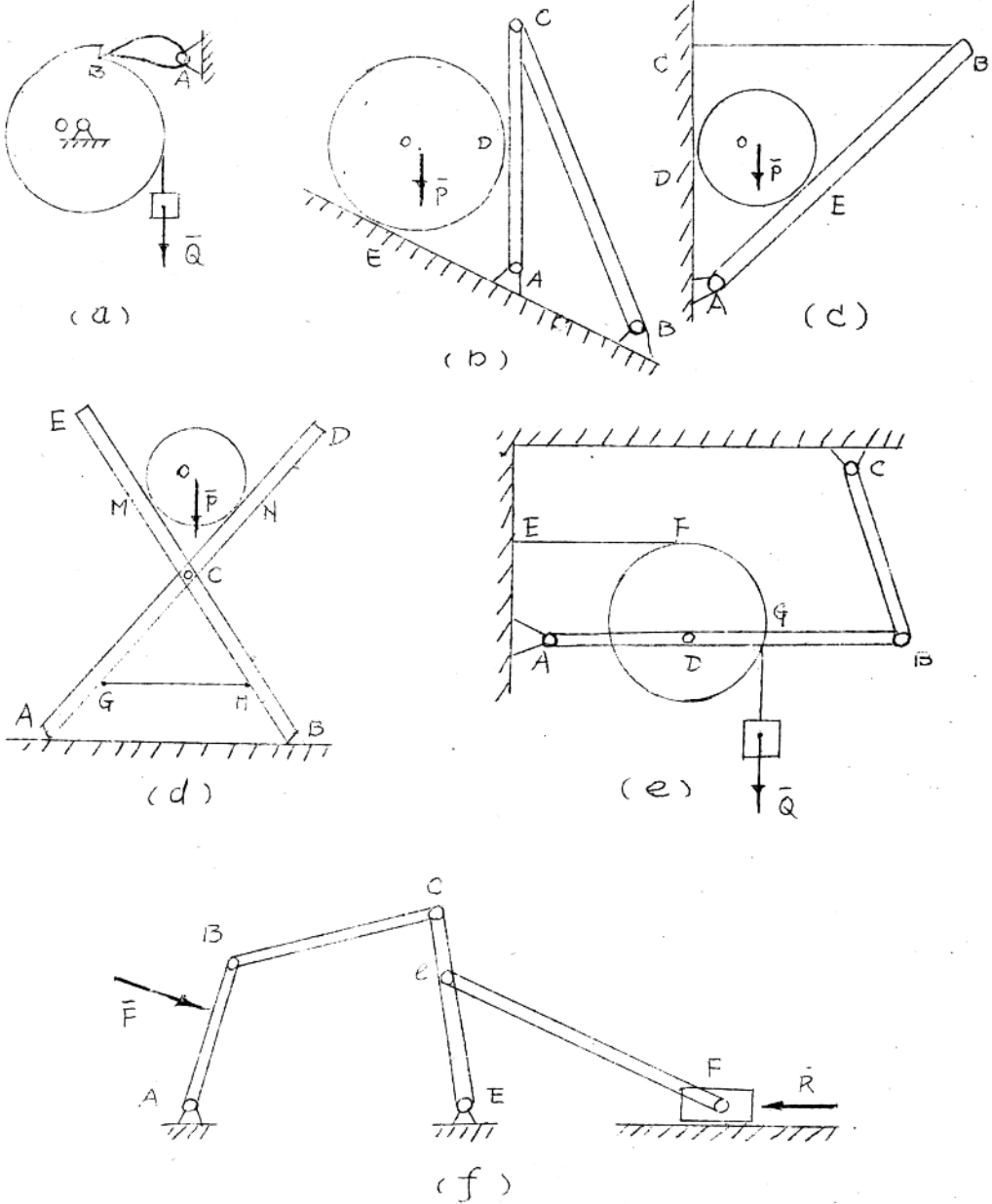


(e)



(f)

2. 下列各图中, 除已标明者外, 各构件的重量均略去不计, 假设各接触处都是光滑的。试画出各构件的受力图。



题 (2) 图