

— 专题情报资料 —
感应电弧的工艺现状

(3)

上海有色金属研究所
技术情报研究室

目 录

1. 感应电弧：工艺现状述评	1
2. 用高频感应等离子体制取金属氧化物——特别关于高纯度 石英玻璃的合成	41
3. 感应等离子加热：系统的性能·氢运转以及气芯反应堆模 拟装置的研制	64
4. 感应等离子体加热：高功率、低频运转和 纯氢加热	98

摘要：原则上，感应电弧是一个高频变压器，该变压器中，热等离子体构成其次级。自从它在1961年发现后，这种电弧已成为一百多项有各种不同目的的发明的对象。本文对到1972年止所发表的文献中所包含的有关感应电弧的历史、实验技术、理论和应用等方面的情况加以收集和评述。在理论和实验数据间令人满意的相符，这一点指出：热平衡和趋肤效应是支配等离子弧的两个基本过程。这种相符似乎受不平衡效应的限制，这种不平衡效应在理论模型中是未作考虑的。没有电极材料的沾污使感应电弧适用于“清洁的等离子体是至关重要的”场合。最重要的工艺应用可能是等离子体化学，它提供了这样一个能有效操作的电弧。一种期望的方法是直接从动力线借助一相当大的铁芯进行低频操作运转。（即用低频直至工频产生感应电弧——译注）。

I 引言

A. 概要

感应电弧，也是作为无电极电弧*或热感应等离子体而已知的，是一种特殊形式的高压气体放电，这种放电是由一随时间而变化的磁场的感应而维持的。在近似处理中，它可以看成是一高频变压器，该变压器的初级是由一圆柱形或（较少情况下）扁平的线圈构成的。导电的等离子体在线圈里形成一使所说的变压器外路的单匝次级。等离子体用管子与线圈分开。管子是由石英、陶瓷、或者有时是在纵向开槽的金属制成，开槽是为了使初级线圈的磁场可以自由穿透进去。然而在等离子体内，初级的磁场是通过次级电流的磁场以指数形式衰减的。衰减速率由穿透深度来表征。穿透深度（或译：有效肤深）由这

*最初从经过水平间隙进行的高压直流放电的出现而导出的“电弧”这一术语，在这里被用于广义地表征放电等离子体的热性质。

样一个距离来定义的，即初级磁场减低到其原始值的 $1/e$ ($\approx 37\%$) 的那么一段距离。

维持电弧的高频功率一般是从电子管振荡器吸取的，即藉作为槽路电感的感应线圈取得能量。频率变化较宽，从约50兆赫（用于最小的弧，管径 $D \sim 1$ 厘米）到用于大电弧的0.2兆赫（管子直径 $D \sim 20$ 厘米）。因为与放电的衰减速率相比，频率始终是高，故等离子体具有非常象直流电弧那样特性的一稳定的或准稳定的特性。

频率是对于趋肤深度的一个测定因素，另一个是电导^{*}。与电导实际上是恒定的、固体的感应加热状况相比，在感应电弧中，如同在其他放电形式中一样，电导强烈地取决于本身温度，进而取决于传热的功率。

这样，感应电弧就把感应加热、特别是趋肤效应的特点与以复杂的方式放电的特点结合起来。这就使感应电弧对分析研究来说成为一有趣的对象。从实际观点看，一较重要的事实是：不存在电极使感应电弧比起用直流电弧所能获得的高温对更多种气体来说，成为纯洁和稳定的高温。所以，感应电弧就成为对物理学家、工程师、同样也是对化学家有意义的了。并且在过去的十年里，文献也增涨到几百篇。这一情报是被分散在各种学科和国家地区的许多报告及杂志里。结果，提供一目前的工艺状况变得极为困难。因而考虑到及时收集和编纂文献，使之成为适用的述评性文章，以使通常互不相识的科技人员学习彼此的工作，共享成果，避免重复。由于空间和时间的限制，并非所有的参考文献都能收集于本文中，建议研究专门情报的读者仔细查阅“参考文献”章节。在那里列出了一些迄今尚未发表的材料，它有助于使至今仍然不完全的感应电弧的图景完善些。

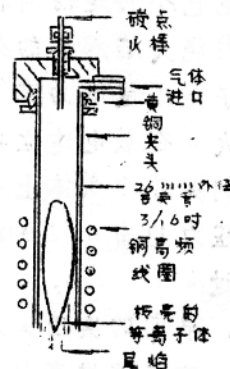
因为绝大部分实验和理论工作是在大气压下用氩进行的，故所有结果，包括气体的性质，除非另外状态，均指上述条件。包括空气、 N_2 和 O_2 中电弧的数据，在文献(3, 14, 34, 39, 40, 43, 53, 61, 67, 68, 83, 84 和 100~102) 中；氩弧的数据见参考文献(45, 46, 75, 77 和 94~96)；对于氮，见(75, 77)；对于氟，见

注 * 磁导率往往视为常数并等于真空的值。

(75,77)。

B. 历史

与直流放电的历史相比(在这种放电中,电弧和辉光放电是独立发巳的),感应电弧是低压无电极环形放电的旁枝。后者是1884年由希多夫(Hittorf)(51)在进行电流经稀薄气体传导的试验中所发现的。该试验是通过一火花电感线圈周期性地给莱顿瓶充电,然后使莱顿瓶经一线圈放电,产生一连串衰减的高频振荡,该线圈是围绕着一个盖斯勒管的。汤姆逊(108)用这种组合方式进行了多年的试验,在1927年,他发表了他的结果和无电极放电的理论。在这一理论中,弧柱两端间的等离子体电导被认为是恒定的。这使他能用贝塞尔函数表示磁场和电场的分布。因为它方便,这一模型仍然常常被用于感应电弧的近似分析。巴贝特(Babat)(3)采用大功率电子管振荡器,在1942年发现环形放电一旦建立就能稳定,同时,压力上升到大气压大小并由此转入电弧放电。故巴贝特是感应电弧的发明人。然而,主要兴趣仅在里德(Reed)(85)之后才发巳起来。他在1961年表明:用一开放管和流动气体,人们可以产生一“感应灯炬”在这灯炬里,等离子体可被直接观察到,并能如图1所示。用作一热沉。里德阐述的一种应用是生长难熔材料的晶体(86)。他也测量了由氢感应焰至探针的热传递速率。并发现它们是可以与由同样大小功率的氢氧焰所得的热传递速率相比的(87)。〔对于用空气的感应灯炬的类似研究,参见(61)〕。



II 实验研究

A. 感应电弧点火

把能量从交变磁场传递给气体,要求存在一个能导电的闭合回路,结果藉感应电压就可产生电流。如果放电管周围的电压超过

图1 里德的感应等离子炬原理图(85)

100V, 气体在约1托的压力下往往就将击穿,随之压力就能提高以

建立一热等离子体(3,39)。在里德所采用的方法中(85)，为在大气压下使一小的氩炬点火(图1)，一根碳棒被插入感应线圈的作用场中。这时，碳棒被感应电流加热，使附近气体的密度下降，特别是如果表面热到足以有明显的电子发射，就引起击穿。小的灯炬用一泰斯勒线圈较易点火，对于点火的方法的详细说明，见马利诺斯基(Marynowski)的文章(68)。

对于泰斯勒线圈的功率已不够的大管径来说，人们可以这样产生放电：将一钨丝或其他难熔金属丝引入管中接近对地带有高频电位的线圈的一头，这就有一电容性电流在线圈和丝之间经管子电解质而流动。现在当金属丝进入管子内部时，就有一细丝状的弧被引发。根据气体的种类和线圈的电势，该弧可长达1米。若气体以螺旋运动方式被引入，则击穿比较容易，因为这对形成一闭合回路提供了一较好的机会。在150mm直径的管中，一旋转细丝的长时间曝光拍摄的照片如图2a所示。(图2使一大的氩感应焰点火($D=15\text{ cm}$))(35,36)(a)：由碳棒拉着的旋转细丝，照片略一译注)。图2b是已完全形成的放电。这样大小的一团放电已不再是轴对称的，而是显现出如同普通燃烧火焰那样的类似的“焰峰不稳定性”。最好是用氩作为供给气体，在大气压下实现点火。在放电建立之后，人们就能逐步地转换到另外的气体上去，如氧或氮。点火方法和压力也由Arsen'ev和Kustov(2)讨论过。

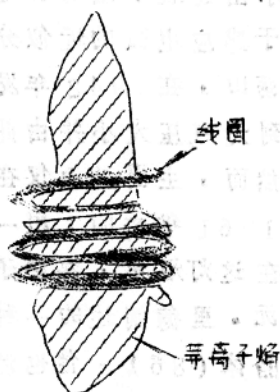


图2(b) 已建立起来的等离子焰(35,36)

B. 早期的实验，放电稳定性

在里德发表其有关感应灯炬的结果后不久，美国、英国和法国的其他工作者，以及稍晚些在苏联，都开始试验类似的装置，那些装置主要是用氩。进行了一系列光谱研究，并基于假定整个等离子体是热平衡的而导出了温度分布。不久就判明(27,42,53,78)；在接近于等离子体边界层处所观察到的最大线辐射强度不是象里德(85)所

假设的那种洛伦兹型 (Lorenz type), 而是由于趋肤加热 (Skin heating) 和辐射冷却 (Radiation Cooling) 所引起的。最高温度在 8000 至 11000°K 范围内, 一般在较小的管子里有较高的温度。

图 3 给出了某些作者得到的, 在放电的最大横截面处的径向温度分布曲线。图 4 表示的是由 Goldfarb 和 Dresvin (42) 测定的整个的温度场分布曲线图。从线状辐射和连续辐射以及从杂质线 (主要是 $H\beta$ 线) 的斯塔克谱线增宽效应所得到的温度分布很好相符, 被作为存在热平衡的证明。可是某些工作者在把由光谱导出的温度和由量热法 (21, 9) 或探针法 (44) 得到的结果相比较时, 出现了不一致的地方, 约低达 30%。这似乎指出在等离子体中有些缺少平衡, 这点将在第 III 节中讨论。

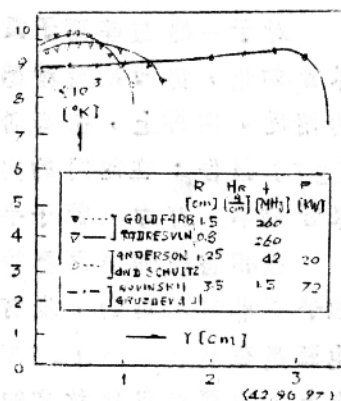


图 3 在某些不同半径的感应等离子体中测得的径向温度分布

引起很大注意但没有被满意解答的一个问题是感应电弧的稳定性问题。当等离子体的电导小到趋肤效应可被忽略时, 其电流-电压特性就象直流电弧的特性那样, 似为负的。但当电流和电导增加时, 趋肤效应成为较明显的且在某个特异点处, 横截面的减小恰好抵销了电导的增加对电压的影响。超出这一点外, 趋肤效应将起支配作用, 并要求电压随电流而增加。结果, 特性成为正的。这样, 趋肤效应对于感应电弧来说具有一个自然稳定的作用。它起着直流电弧回路中串联电阻的作用。

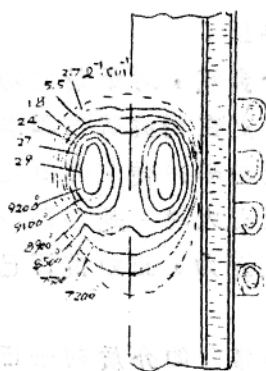


图 4 通过轴心的平面内, 等离子体的温度和电导分布 (42)

从金属的感应加热理论已经知道: 对于一均匀电导的圆柱体来说, 当“趋肤深

度” * δ 为圆柱半径 R 值的 0.57 倍或 $R/\delta = 1.75$ 时, 可达到一最小电压点, 这一点也代表磁场能量耗散的最佳点。趋肤深度 δ 的定义是: $\delta = \left(\frac{2}{\sigma \mu \omega} \right)^{1/2}$ 。

对于一感应等离子弧柱, 因为不均匀电导, 上述数字稍有改变。尽管如此, 仍可期望对感应电弧来说有利的操作区在 $R/\delta = 1.75$ 的附近。实际上, 德姆希茨 (Dymshits) 和柯里茨基 (Koretskii) (27) 报告: 在他们的实验中, R/δ 仅在 1.65 和 1.75 间变动, 尽管频率、压力、管子半径和流速是在宽的范围里变化。

按相当陡的振荡器特性使电弧在 R/δ 值实际低于最小值时秋定似乎是非常困难的, 没有对应这种效应的实验数据报导。相反, 如果电弧是在 $R/\delta > 1.75$ 的点上进行操作, 则是没有问题的。在这些点上, 电弧是自然秋定的。通过在较强的条件下启动振荡器, 如升高直流电压, 很容易实现这一点。许多实验事实上是在 R/δ 值在 3 和 9 之间的范围内进行的 (30, 35)。

等离子体的存在改变了电感线圈阻抗的电阻分量和电抗分量。若这个线圈与板极槽路电容构成一并联谐振电路, 就象通常的情况那样, 这个回路的共振频率也被改变。这些效应由梅新 (Mensing) 和波特克 (Boedeker) (70) 对于作为 R/δ 和 R/R_c 的函数的均匀电导分布进行了计算, R_c 是感应线圈的半径。

槽路电阻对于高频振荡器来讲, 构成一个负载, 对于最佳功率转换来说它应等于振荡管的内阻。这个管子通常是在两类状态工作, 即有一高的负栅偏压, 为的是很少消耗直流板极功率并使它有效地 (达 70%) 转换为射频功率。所以, 它的内阻是大的, 是振荡振幅的非线性函数, 自然也是功率值的非线性函数。因为, 正如前节已指出

注 * 趋肤深度的上述定义, 对于穿入 $\sigma = \text{常数}$ 的介质的平百波 ($R/\delta \rightarrow \infty$) 来说, 代表一确切的 e 倍距离。对于等离子弧柱讲, 这一定义仅仅是近似的。但因为用代表某一适当的平均值的 σ , 即

$\frac{1}{2} \sigma_{\max}$ 较方便, 而被保留。

的，负载电阻也随功率大小以显著非线性形式而改变。所以，振荡器——负载匹配理论是十分复杂的，并且没有一个有规律的处理方法。直到目前为止，对这一匹配问题的广泛研究的最好近似方法是由弗里曼(Freeman)和蔡斯(Chase)(40)用经验方法得出的。他们以极简化的形式，从一系列电弧操作点导出了射频振荡器特性，这些操作点是在不同功率下用各种气体进行操作而得到的。马里诺斯基(68)阐述了在用氩—氧混合物试验中阻抗匹配的重要性。氧是具有比氩较高的维持电压的分子性气体，它代表一个较高的负载阻抗，那末，为用纯氧维持放电，振荡器阻抗必须增大。沃尔什(Walsh)和斯托克斯(Stokes)(118)近来也获得了氩弧、氦弧和氮弧的电压——电流特性，他们是从能量平衡方程式的近似解得出这些特性的。并且也考虑了轴向流动对热稳定性的影响。

C. 诊断

对感应电弧的大部分诊断工作是藉光谱法测定电子温度。因为这些技术并非与用于通常电弧的那些技术有所不同，所以在此无需讨论。但有一点要指出：因为通常是较低的温度，故不仅发射光谱，而且吸收光谱都能用于测定。约翰逊(Johnson)(58)用一闪光管作为背景光源以测量 $AI\ 7635\text{\AA}$ 和 $7514\text{\AA}$ 线的吸收系数。(即测量氩的波长为7635埃和7514埃的两条原子线的吸收系数——译注)。

克莱曼(Kleinmann)和Cajko(60)由多普勒谱线增宽效应产生的氩线(from Doppler-broadened argon lines)测定了原子温度。亨德森(Henderson)(49)从一个以超声速度射过等离子体的尼龙小球的冲击射程推导出气体的温度。

测量感应电弧的维持电压比起对直流电弧的测量是更为困难的。这是这样做的(32)：用一嵌在石英毛细管里的水冷闭合线圈(如图5所示)来测量。图5也表明了在有等离子体和没有等离子体时感应电压的轴向分布，感应电压相应用 ϕ 。(无等离子体)和 ϕ' (有等离子体)表示，因为电压在数值上与通过闭合线圈的磁通量对时间的变化率是一样的。

磁探针是一种诊断工具，它特别适用于感应电弧并能提供有关感应电弧结构的有价值情报。磁探针是由一嵌在毛细管中的多匝微型线

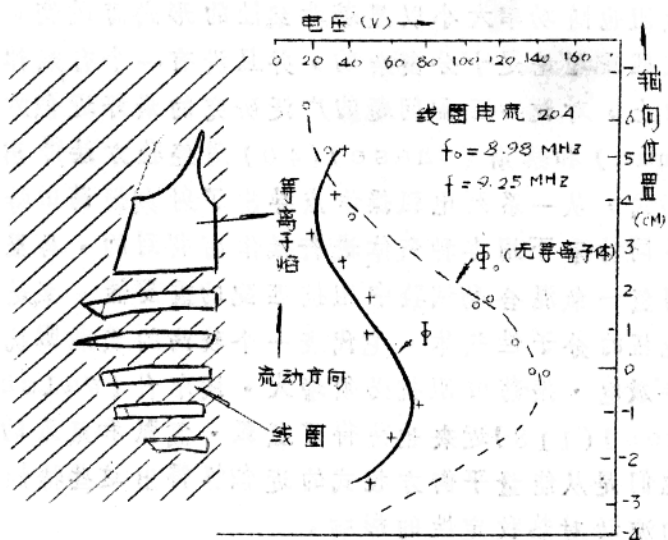


图5 有等离子体 (ϕ) 和无等离子体 (ϕ_0) 时感应电压的轴向分布曲线 (以如左所示闭合线圈测量的) (32) ($f = 8.3$ 兆赫 $I_1 = 21$ A, $P \sim 2.5$ 千瓦)

圈构成的, 毛细管可被插进等离子弧中。在一恒定的操作频率下, 探针传递一个与磁场本身数值成比例的符号。为了获得好的空间分辨能力和保持等离子体的扰动少, 探针杆的直径与等离子柱的直径相比应是小, 这点是重要的。图6*表示的是一种为连续操作而设计的水冷探针的改型, 其设计和参数在参考文献(35)中有详细描述。在另一工作(109)中, 研制了一用弹簧操纵的弹射和缩回机构, 用于非水冷探针。用图6探针获得的有等离子体和没有等离子体的磁场强度 $|H|$ 的分布曲线, 如图7所示。等离子焰与图

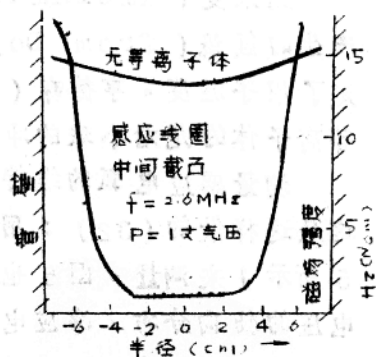


图7 感应线圈中间截面上高频磁场的径向变化(有等离子体和没有等离子体) (35) ($f = 2.6$ 兆赫, $I_1 = 68$ A $D = 1.5$ cm)

* 图6系照片, 未复制 —— 译注。

2b所示的相似。在无负载的情况下 $|H|$ 曲线稍稍下凹；在有负载的情况下， $|H|$ 在靠近管壁处的过大的数值，这两种情况都是由于感应线圈的长度是一定的这一原因所致(35)。在氩等离子弧、空气等离子弧以及无负载的线圈中，磁场强度 $|H|$ 的轴向分布在图8中已显示出来了。对于这两种等离子体，输入功率是相同的，但对于为维持电弧而要求有较强感应电场的空气等离子体，具有在轴向上较强的磁场。这意味着在空气等离子体中电流是较低的。由于有较高的维持场和较低的感应电流，故空气等离子体的阻抗必定是比氩等离子体的阻抗要高得多。

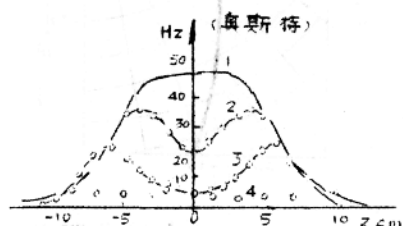


图8 高频磁场在放电管轴向上的分布(1)无离子体；(2)空气等离子体(109)；(3)氩等离子体；(4)感应线圈

$f=9$ 兆赫 $I_1=85$ A $H_R=45$ A/cm 功率=27千瓦 $D=2.6$ cm

因为 H 是个复数，只有在相位角也测量时，才能得到放电时有关电气条件的完全情况。在文献(36)中描述了一种用于实现这一目的的双重磁探针体系。除了可动探针测量 $|H|$ 外，还有一固定的同样的探针

放置等离子弧柱的边界层中，以测量 H_R 。由 $H_R \cdot |H|$ 以及这两个符号的矢量和或矢量差，可标出这两个符号间的相位角。用这种方法得到的磁场强度 H 的实部分量和虚部分量的分布曲线如图9所示。其条件类似于图7的条件。按下节中的方程(2)，通过 H 对 r 积分，我们就可得到感应电场 E 的分布曲线，它如图10所示。通过 H 的微分，根据方程式(3)，我们就得到电流密度 j 。这样，藉比率 j/E ，就能确定电导 σ 。 $|E|$ ， $|j|$ 和 σ 的分布曲线标绘在图11上。

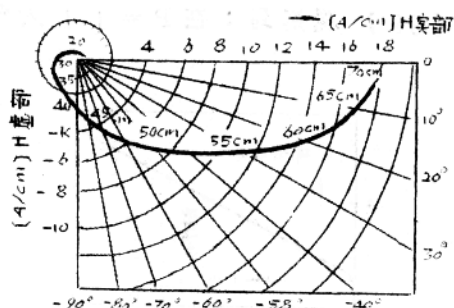


图9 在感应线圈中间截百处等离子体内射频磁场的极坐标曲线(36)

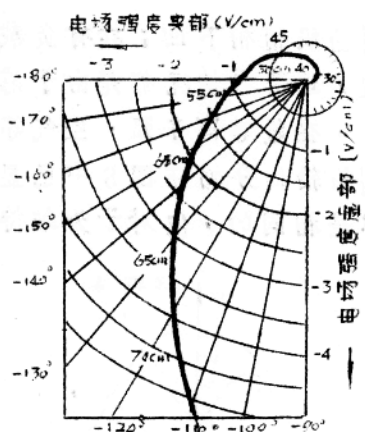


图 10 感应线圈中间截面处，等离子体内感应电场的极坐标曲线 (36)

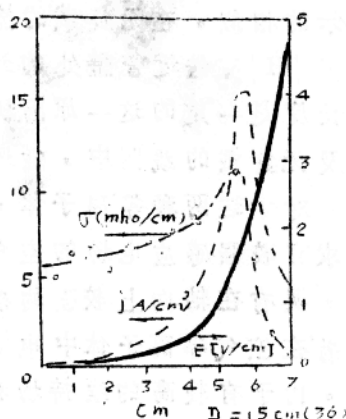


图 11 在感应线圈中间截面处，等离子柱径向上 $|E|$, $|H|$ 和 α 的分布曲线

D. 高于大气压的电弧，直流磁场的形响

米丁 (Mitin) 和普里亚特金 (Pryadkin) (74, 75), 以及普里亚特金, 米丁和克利莫夫 (Klimov) (81) 曾阐明: 感应电弧能在高于大气压许多倍的压力下被维持着, 而且压力的限制 (~ 40 大气压) 显然仅仅是由于容器的强度而决定的。随着提高压力, 能量平衡向着较高的辐射损失方向移动, 后者最终大大超过传导损失。在特别高的功率 ($P > 100$ 千瓦) 和功率密度 (~ 10 千瓦/ cm^2) 的放电中, 罗曼 (Roman) 和克莱茵 (Klein) (89) 观察到: 在 $P = 11$ 大气压时, 约 75% 的输入功率穿过硅管而辐射了。图 12 中显示的是在小功率放电中, 由氩弧所得到的数据, 实验是由格鲁茨德夫 (Gruzdev), 罗维斯基 (Rovinski) 和希洛柯娃 (Shirokova) (95, 46) 对于压力在 0.1 和 1.0 大气压间进行的。在这范围内辐射功率对总放电功率

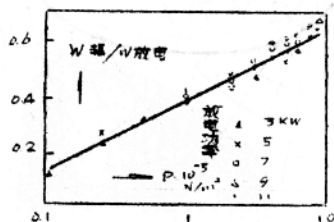


图 12 氩弧中辐射损失的功率与压力的函数关系 (95, 46)

之比可由如下经验公式表示：

$$P_{\text{rad}} \approx (0.38 + 0.25 \log p) P \quad (1)$$

(式中： P_{rad} 辐射功率； P 总功率； p 压力 —— 译注)

米丁和普里亚特金(76, 77)也观察到永久磁铁对高压放电(high pressure discharges) ($p \sim 1-3$ 大气压) 的总外形影响。当等离子体是球形或椭球形时, 它表现出弱的顺磁性, 即它被接近等离子体的磁铁吸引, 这个磁铁的磁场强度是 $200 \sim 300$ 安培/厘米, 周围的梯度是 100 安培/厘米。然而在一较强的磁场中, 等离子体变成一复曲凸形而且显示出反磁性。这些磁力线的强度估计是等离子体的热浮力 (Thermal buoyancy) 的数量级。根据在所存在的磁场梯度下产生这样的力所必需的磁矩的估计和根据等离子体中总的射频电流, 作者们得出结论: 数量级为这个力的约 1% 的一种反射效应能解释所观察到的现象, 这个反射效应的方向取决于等离子体的形状。这样的一种效应可能是由于在直流磁场中等离子体直径的稍稍改变而引起的, 直流磁场对电流的一个半周比对另一半周有更有利的形影响。随着进一

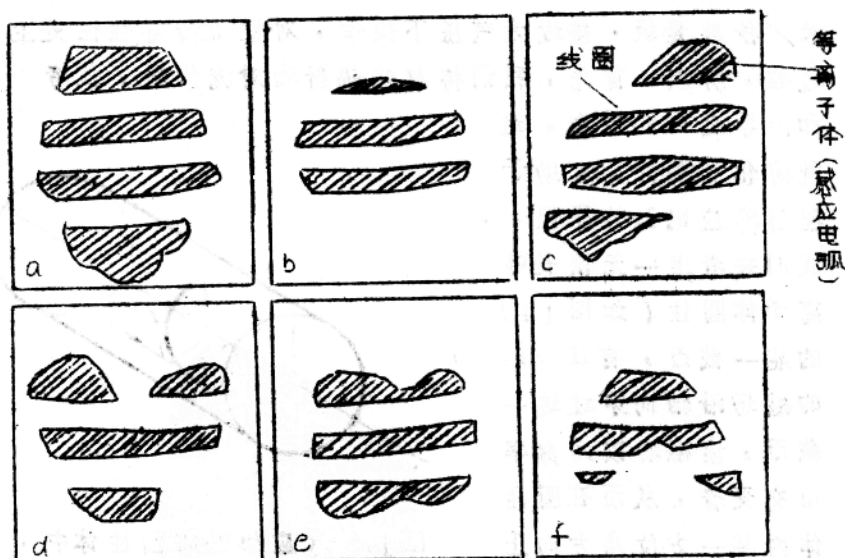


图 13 磁场对感应电弧的影响 (a) 无磁场 (b) 弱磁场 (c-f) 在磁场中等离子火球的转动 (77) [图中阴形为“火球”, 白色为线圈及背景——因原为照片 (火球为白色, 背景及线圈为黑色) 特此说明——译注]

步增强直流磁场，这个复曲面的升起先似乎对于感应线圈的平面有些偏斜，之后随频率的增大而开始旋进，最后成为不稳定的，并形成一扭结，如图 13 所示。这种行为显然是由于反磁性的等离子体有使自己从不平行位置转到平行位置这样一种趋势而引起的。

III 理论分析

A. 热平衡

对于直流电弧采用基于 Elenbaas-Heller 方程式的模型的成功促进了感应电弧的类似分析。这里，情况较复杂，因为必须满足麦克斯韦方程式和欧姆定律。在一大气压下，电子碰撞频率高于起动频率 (driving frequency) 几个数量级。电流与电场同相。正如在通常的电弧中一样，由于电流耗散而产生的热量在稳态时由于传导、对流和辐射而被平衡。在对现在已知的感应电弧的所有的分析中，都假设是局部热平衡的。当将结果与在 III B 节中所给出的近来的实验数据相比较时，这种假设的局限性就成为明显的了。

在普通的几厘米直径的感应灯炬和感应弧焰中，在气体速度为 1 米/秒数量级、接近大气压下操作，对壁的传导往往是主要的热损失过程。所以，首先，我们将忽略辐射和对流作用，仅考虑在电磁能量和传导之间的平衡。这就简化了条件并有助于理解感应电弧的原理。

我们来考虑一无限长等离子体圆柱 (如图 14) 的某一截面，有 $H = H_z$ 的磁场沿轴向穿过这一截面，该磁场以角频率 ω 交变着，从而在圆柱体内某一方位角方向上感应出一个电场 $E = E_\theta$ 。 H 和 E 由麦克斯韦方程

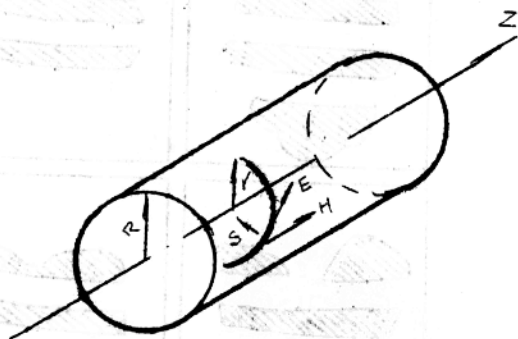


图 14 感应加热的圆柱体中，磁场 H 、电场 E 和波印庭矢量 S 的方向

式关联，在无位移电流的情况下，它有如下形式：

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} rE = -i\omega\mu H \quad (2)$$

$$\text{和} \quad \frac{dH}{dr} = -\sigma E = -j \quad (3)$$

因为 E 和 H 是复数量，方程式(2)和(3)实际上代表用 E_{Re} , E_{Im} , H_{Re} , H_{Im} 表示的四个方程式。这些边界条件是：

$$r=0 \text{ 时, } \frac{dH}{dr} = 0, \quad r=R \text{ 时, } H = H_{Re} = H_R \quad (4;5)$$

让我们把 E 和 H 看作是代表均方根值，那么坡印庭矢量 (Poynting Vector) $S \equiv EH$ 就代表电磁能通量密度的耗散分量，因为当取平均值时，只有这个分量不为零。 S 是沿径向指向内部的，如图 14 所表示的那样。在任何径向位置上，这个能量通量的散度 (The divergence of this energy flux) 必须与方向向外的热通量的散度 $\kappa (dT/dr)$ 平衡，因而：

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rEH - r\kappa \frac{dT}{dr}) = 0 \quad (6)$$

正如 Raizer (84) 所指出的那样，下述关系可由方程式(6)的积分和两个通量在 $r=0$ 处为零这样的事实得出，这个关系也就是：

$$EH - \kappa \frac{dT}{dr} = 0 \quad (7)$$

即电磁能量通量和热通量在任何一点都是互相平衡的。现在，我们把方程式(7)和(3)联合起来以消去 E ，得到：

$$\kappa \frac{dT}{dr} + \frac{H}{\sigma} \frac{dH}{dr} = 0 \quad (8)$$

当方程式(8)重新排列并由外围边界层 $r=R$ (那里 $T=T_R$, $H=H_R$)

处向内部积分，我们就可得到：

$$\int_{T_R}^T \sigma(T) \kappa(T) dT = \frac{HR^2}{2} \left(1 - \left(\frac{H}{H_R} \right)^2 \right) \quad (9)$$

这样，藉计标方程式(9)的积分和测定等离子体中的磁场分布，就能获得一无辐射等离子柱的温度分布。这个重要的结果首先是由格鲁茨德夫·罗维斯基和索波列夫(47,92)得到的。方程式(9)中积分的平方根值被标绘在图15上，它取自参考文献(92)，分别是对氢、氮和氧的，压力为1大气压。图16表示出用光谱法测定的温度(63)以及采用方程式(9)和图15，由磁探针测量图7中的 $H(r)$ 的分布而得出的温度之间的比较。考虑到磁学方法不能标出辐射损失图16两条曲线的符合情况必须认为是满意的。

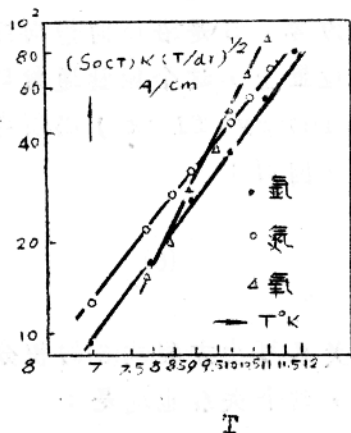


图15 温度积分 $\left(\int \sigma(T) \kappa(T) dT \right)^{1/2}$ (单位 A/cm) 随温度的变化曲线(92)

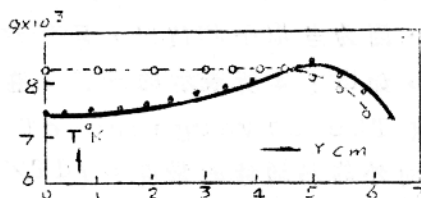


图16 由光谱法测定(——)(63)和由磁探针测定(---)(35)的温度的比较，(后者用图15和方程式(9)藉探针测定图(7)的 $H(r)$ 而得温度)

完全通过计标来决定场和温度的分布就要求解整个的

Elenbaas-Heller方程式，它在包括辐射项 Q 时，有这样的形式：

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \kappa \frac{dT}{dr} + \sigma E^2 - Q = 0 \quad (10)$$

并且，边界条件为：

$$r = 0 \text{ 处, } \frac{dT}{dr} = 0$$

(11, 12)

$$r = r \text{ 处, } T = T_R$$

方程式(10)与方程式(2)和(3)在一起，形成一个六阶体系。主要利用数值计标方法，为解出它们花费了巨大的努力。索施尼柯夫(Soshnikov)和特列克霍夫(Trekhov)(100-102)以及霍利斯特(Hollister)(53, 54)把这个问题作为一个起始值问题来看待，在 $r = 0$ 处开始积分并当 $T = 0$ 或在另一个合理的值 T_R 处结束积分而达到了这个问题的解决。从而 R 和 H_R 的值根据方程的解而得到。然而很显然，为了获得 R 和 H_R 的特定解，要事先进行大量的试标。在这两种处理方法中，计标了环坩压力下空气等离子体的情况。除了温度分布曲线外，索施尼柯夫和特列克霍夫也给出了磁场、电场的数值和相位分布以及电流密度的数值和相位分布。试图(102)重复得到在一外的氩等离子体中(42)测定温度分布曲线而未成功。最近对于具有大的长径比(长度和直径之比)的氩等离子体获得较好的符合(103)。在特列克霍夫·福缅科(Fomenko)和柯歇夫(Koshev)(109)的文章中，以表格的形式给出了对于空气和氩等离子体由这种计标方法和实验数据所得结果的进一步比较。一般说，二者的符合情况是令人满意的。

弗里曼和蔡斯(40)，不考虑方程式(10)中的辐射项，将具有 $\sigma = \text{常数}$ 的管边模型(Channel model With $\sigma = \text{Const}$)应用于感应电弧。为得到确定管边半径所需要的附加关系式，他们引用了Steebeck最小熵生成原理(Steebeck's principles of minimum entropy production)，由这一分析，他们得出结论：如果电弧的趋肤深度小 j 管边半径的0.6倍，电弧将不能存在。这是一个与如II B节所指出的实验数据恰好相反的结果。弗里曼和蔡斯当将预言的氮、氧、氩弧的操作特性和他们自己的实验相比较时，获得了尚好的一致。

格鲁茨德夫·罗维斯基和索波列夫(47, 91, 92)又设 $Q = 0$ ，