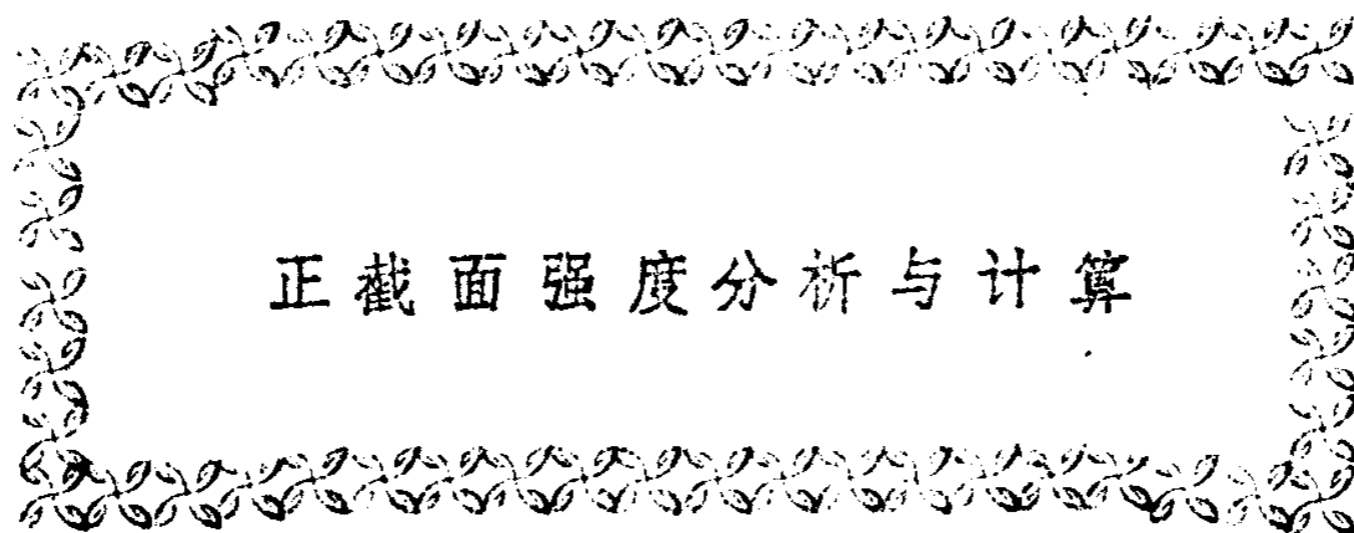


钢筋混凝土结构理论及设计讲座 资料

杭州市土木建筑学会编印

1983年6月



正截面强度分析与计算

浙江大学 刘岳琰

目 录



一 正截面强度分析与计算.....	1
二 几种钢筋混凝土构件的设计计算.....	54
1. A型屋架.....	54
2. 菱型屋架.....	74
3. 空腹桁架与组合空腹桁架.....	92
4. 多层刚架.....	106
三 混凝土徐变理论简介.....	128

正截面强度分析与计算

一、概述：

钢筋混凝土结构构件，在外加荷载作用下，在垂直于构件纵轴的任一截面，即正截面上一般有弯矩 M 、轴力 N 、及剪力 Q 。在弯矩 M 或轴力 N 或者是弯矩 M 和轴力 N 共同作用下，截面到达极限平衡状态时，相应的承载能力称为正截面强度。正截面强度的分析与计算乃是钢筋混凝土结构学中最基本最重要的一个内容。它起到确定构件的截面尺寸、配筋，控制结构的安全度，直接影响技术经济效果的重要作用。因此，从钢筋混凝土结构诞生开始至今，正截面强度计算方法的试验研究从未中断，人们的认识不断地深化和发展。

目前，国际上，关于钢筋混凝土构件正截面强度的计算，有按容许应力设计法和按极限状态设计法两种但主要的是采用极限状态设计法；各国规范的极限状态设计方法，尽管其安全度体系表达各不相同，实质上可以分为两种类型：

一、苏联“混凝土及钢筋混凝土结构设计标准及技术规范”

($HHTy 123-55$) 和我国现行“钢筋混凝土结构设计规范”(TJ 10-74) 为第一类型。在正截面强度的计算中，采用了三个基本假定，即

1. 在截面破坏始于受拉钢筋屈服的受弯(适筋梁)和大偏心受压构件中，压区混凝土取用等效矩形应力图块，其折算弯曲抗压强度 $R_w = 1.25 R_a$ ， R_a 为混凝土棱柱轴心抗压强度拉区混凝土的作用略去不计；

2. 在截面破坏始于压区混凝土压溃的所谓超筋梁和小偏心受压构件中，不论受拉钢筋配筋率和偏心距大小，受压区混凝土合力对受拉钢筋合力点的力矩 M_h ，假设为一常值，即所谓的“力矩守恒”，以式表之。

$$M_h = R_a \cdot S_0 \quad (2.1)$$

S_0 为有效截面对受拉钢筋中心的面积静矩，对于矩形截面上式变成：

$$M_h = 0.5 b h_0^2 R_a = 0.4 b h_0^2 R_w \quad (2, 2)$$

3. 截面破坏时，受拉钢筋屈服和压区混凝土压溃同时产生，这一界限条件为

$$S_h = 0.8 S_0 \quad (2, 3)$$

S_h 为压区混凝土对受拉钢筋中心的面积静矩，对于矩形截面，上式变成：

$$X = 0.55 h_0$$

X 为矩形应力各块的受压区高度（参阅图 2.1）。

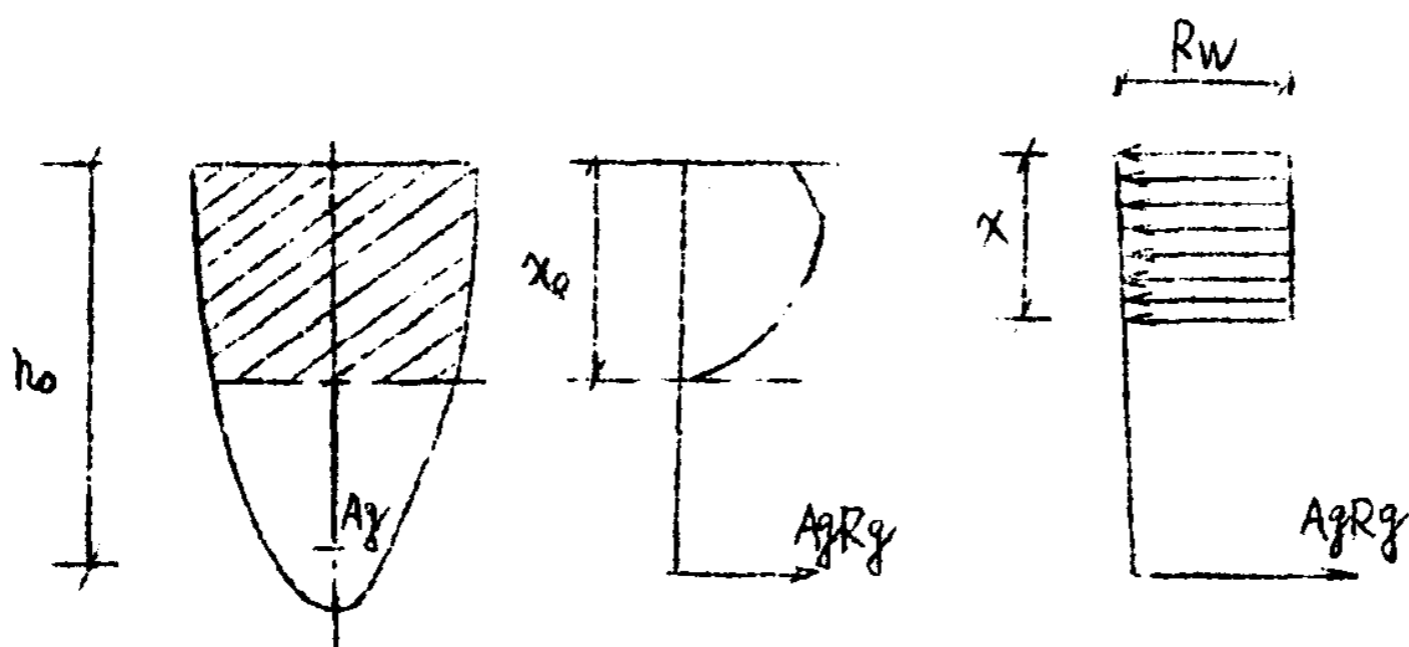


图 2.1

根据这三个假定和静力平衡条件即可建立正截面强度的计算体系避开了截面变形协调条件，计算方法简便，在一定条件下（满足有关计算公式的限制条件）计算结果和试验值吻合良好。

三 “美国钢筋混凝土规范”（ACI 318-77），欧洲混凝土学会“混凝土结构与施工建议”（CEB-FIP-1970），西德“混凝土和钢筋混凝土结构设计和施工规范”（DIN 1045-1972）和英国“混凝土结构规范”（CP110-1976）以及最近由欧洲各国学术团

体联合拟订的所谓“样本规范”属于第二类型。

这一类型的计算体系采用了下列基本假定：

1. 从构件开始加荷，直至截面破坏的各个阶段，混凝土和钢筋的变形均适用平截面假定。截面的破坏，或则由于受压区混凝土边缘到达最大压应变 ε_{hmax} 或则由于受拉钢筋的屈服；或者是上述二种情况同时产生。这个假定是计算体系的核心；

2. 钢筋和混凝土的应力应变曲线为已知；

3. 受拉区混凝土的作用略去不计。

可见这个计算体系是以材料的应力应变关系（物理条件）和平截面假定的变形条件和静力平衡方程为基本出发点，结合试验定出反映截面弹塑性的参数，从而解出截面的承载能力（强度）变形，和延性。其主要优点是理论上较严谨，考虑的因素较全面，特别是能够把拉、压、弯、压（拉）弯几种情况的计算公式统一起来，消除不衔接情况，便于应用计算机进行全过程分析。计算结果和试验结果吻合较好。缺点是计算较为烦琐。但是随着电子计算机在设计工作中的广泛应用，再辅以必要的图表，这一缺点完全可以得到克服。欧美各国多年来实践已证明这点。

我国现行规范（TJ-10-74）的计算体系，建国以来已应用多年，在工程建设中起了重要作用。但是随着混凝土标号不断地提高，钢筋品种的增多，和钢筋混凝土及预应力混凝土结构的广泛应用和发展，这一体系暴露出不少其固有的缺点。特别是从1977年以来，在中国建筑科学院的组织领导下，我国各有关研究单位，高等院校和设计部门，对受弯和偏压构件进行了系统的大量试验研究工作。发现三个基本假定（ $R_a=1.25R_w$ ； $M_h=0.5bh^2_0R_a$ ； $S_h\leq 0.8S_0$ ）都存在问题，在超适筋界限附近于大小偏压界限的附近，试验值低于计算值，影响结构的安全度（参阅图2.2）；由于缺少截面变形条件的规定，在具体的计算公式中，不同情况不同处理，出现不衔接问题，且限制条件较多，理论性差，不得不作近似处理（如 $X\leq 2a'$ ）；而且截面强度的计算和变形、延性、刚度裂缝的计算都不相协调。

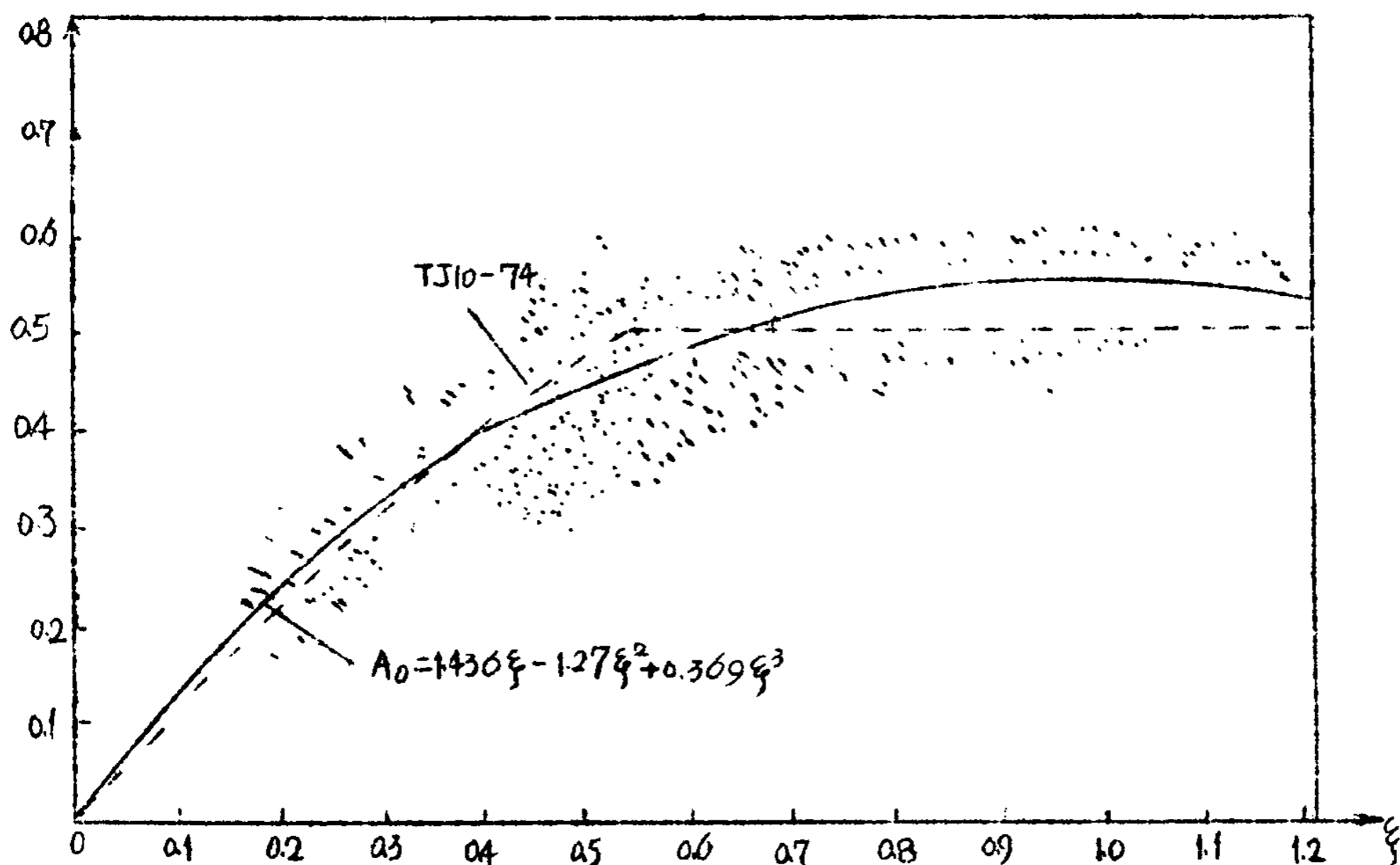


图 2.2 $A_0 - \xi$ 关系图

试验研究证明，三个基本假定的三个定值关系，只不过是有一定的材料强度和配筋情况下的近似处理方法。有时会带来不容忽视的偏差；由此建立的计算体系，适应性较差，例如对于多排及周边配筋的构件，组合截面，圆形及环形截面，以无屈服台阶的硬钢配筋的截面，均缺少有效的分析方法，此外，在使用阶段、钢筋和混凝土的实际应力也无法计算。不得不引用平截面假定。再一个问题是三个假定彼此制约相互依存，其中每一个假定完全可以由另外两个假定推导出来。修正其中的一个假定，势必修正其余二个假定才行。

再一个问题是，三个基本假定原是苏联在 30~40 年代提出的，一直沿用至最近，中国发现问题几经修正，不能根本改善。于是在 75 新规范中（СНП II-21-75）终于不得不抛弃以上三个基本假定，另辟蹊径，建立新的计算体系。

鉴于以上情况，我国决定在 85 新的钢筋混凝土结构设计规范中采取第二种类型——以平截面假定为纲，反映我国工程实践特点建立新的正截面强度计算体系。这一彻底的改变，既可提高设计计算的理

论水平，也能和国际上总的趋势相协调。

新的正截面强度计算方法的条文，尚在拟订中，现就几个基本问题介绍讨论于下。

三、平截面假定的适用性

在材料力学中，对匀质弹性体梁，我们应用了平截面变形假定，和内外力平衡条件，可容易地求得梁的应力。对于具有弹塑性材料性质的钢筋混凝土构件，是否适用平截面假定，特别是拉区开裂以后，平截面假定更成为有争议的问题。事实上钢筋混凝土梁或偏压构件，到达强度极限状态时，无论是混凝土压溃或钢筋到达屈服不都是局限于一个截面内而有一个区段范围。在此区段范围内（ $1.5 \sim 2.0h_0$ ）沿截面高度量得的各测点的平均应变值是符合平截面的线性分布的。图2.3为我国偏压专题研究组对329个试件实测的结果；各单位所做的受弯构件的试验结果（深梁除外）也证实了平均应变符合平截面假定的结论。以此作为正截面强度分析的手段是适用的，可行的。

国际上欧美及极大部分国家的设计规范均早已确认平截面假定的适应性、可行性。

在苏联СНИП-П-75新规范中，引进了截面变形条件的经验公式，较НМТУ123-55及以前的旧规范，作了较大的修改，却避开平截面假定的明确提法。苏联中央建筑科学研究院，根据大量试验研究结果统计分析，提出了截面内钢筋应变增量和相对受压区高度（ $\xi = \frac{x}{h_0}$ ）存在下述双曲线关系：

$$\Delta \epsilon_a = \frac{A}{\xi} - B \quad (2.4)$$

式中： $\Delta \epsilon_a$ ——钢筋应变增量；

ξ ——受压区相对高度 = $\frac{x}{h_0}$ ；

h ——截面总高，可近似取 $1.1h_0$ ；

h_0 ——截面有效高度；

x ——受压区（等效矩形应力图块）高度，不同于实际

的受压区高度 x_0 —从应变 0 轴到压区边缘距离；

A, B—统计常数；

当 $x=h$ 时，表示全截面受压（即轴压情况）， $\epsilon=1.1$ ， $\Delta\epsilon_a=\epsilon_{II}$ （混凝土轴心受压时的最大变形值），当 $\Delta\epsilon_a=0$ 时，受拉钢筋位于中性轴上，则有 $\epsilon=\epsilon_0$ ，把这二个条件代入上式，消去常数 A B，即得：

$$\Delta\epsilon_a = \frac{\epsilon_{II}}{1 - \frac{\epsilon_0}{1.1}} \left(\frac{\epsilon_0 h_0}{x} - 1 \right) \quad (2.5)$$

〔注〕 ϵ_0 的物理意义如图 2.4 示。

$$\epsilon_0 = \frac{x}{h_0} = \frac{x}{x_0}$$

ϵ_0 之值愈大，表示压区应力图形愈丰满。对普通混凝土取 $\epsilon_0=0.85-0.0008R_{np}$ ；对轻混凝土 $\epsilon_0=0.80-0.0008R_{np}$ 。 R_{np} 为棱柱轴心受压强度，以 kg/cm^2 为单位。

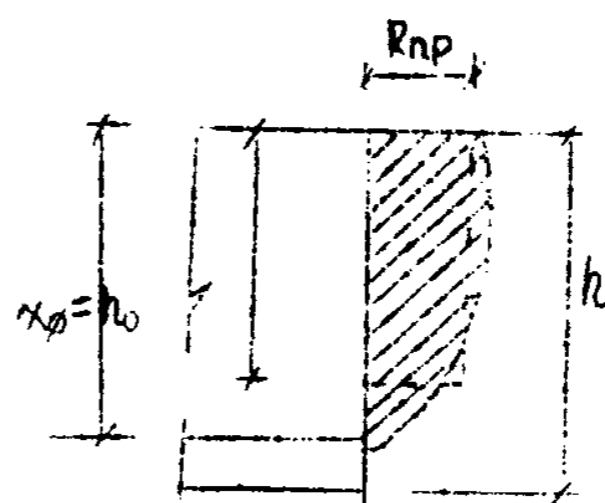


图 2.4

对于预应力钢筋：

$$\epsilon_a = \Delta\epsilon_a + \epsilon_0$$

ϵ_0 为扣除全部预应力损失后，预拉应变值。

对于非预应力钢筋

$$\epsilon_a = \Delta\epsilon_a \quad \epsilon_0 = 0$$

已知钢筋应变 ϵ_a ，由应力应变关系，可得钢筋的应力，在弹性阶段钢筋应力 $\sigma_a = E_a \cdot \epsilon_a$ ，上式变成：

$$\sigma_a = \frac{\sigma'_A}{1 - \xi_0 / 1.1} \left(\frac{\xi_0}{\xi} - 1 \right) + \sigma_0 \quad (\text{预拉应力}) \quad (2.6)$$

式中 $\sigma'_A = \varepsilon_{\text{II}} E_a$; $\varepsilon_{\text{II}} = 0.002 \sim 0.0025$ 。

大小偏心受压和超适筋梁的界限相对受压区高度 ξ_R , 可令 $\sigma_a = R_a$ (相当于 TJ10-74 中 R_g) 代入上式, 可以解得:

$$\xi_R = \xi_0 \div \left[1 + \frac{R_a - \sigma_0}{\sigma'_A} \left(1 - \frac{\xi_0}{1.1} \right) \right] \quad (2.7)$$

可见界限受压区高度, 并非定值, 而随混凝土标号和钢筋强度的不同而改变。

试比较一下按式 2.6 和按平截面假定确定钢筋应力, 差异多大。

如截面平均应变符合平截面假定, 则由图可得:

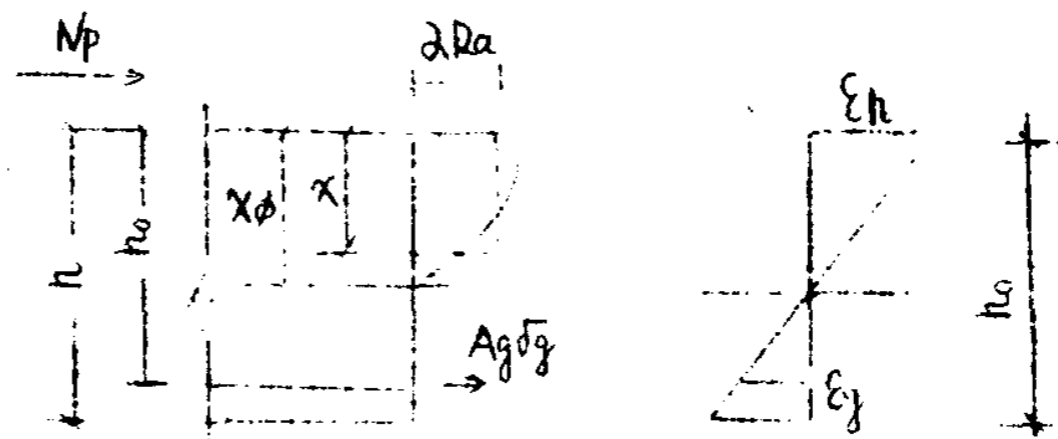


图 2.5

$$\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_n + \varepsilon_g} = \frac{x_0}{h_0}$$

$$= \frac{x_0}{x} \cdot \xi$$

如取 ε_n 为定值 0.0035, $\frac{x_0}{x} = \frac{1}{0.85} = 1.1765$, $E = 2.0$

$\times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 代入可得:

$$\sigma_g = \left(\frac{5950}{\xi} - 7000 \right) \text{kg/cm}^2 \leq R_g (R'_g) \quad (2.8)$$

我国“偏压专题组”根据他们的试验结果, 求得 σ_g 和 ξ 的直线回归方程为:

$$\sigma_g = (9290 - 10918\xi) \text{kg/cm}^2 \leq R_g (R'_g) \quad (2.9)$$

又在式中，若取 $\varepsilon_0 = 0.73$, $\sigma'_A = 4000 \text{ kg/cm}^2$ 代入可得：

$$\sigma_a = \left(\frac{8919}{\varepsilon} - 11892 \right) \text{ kg/cm}^2 \leq R_a (R'_a) \quad (2.10)$$

将三个方程描于图 2.6 中，可见实测的回归曲线和平截面假定推得的曲线是非常接近的和公式的 (2-9) 趋势也是一致的这说明 CHB II 21-75 新提出的经验公式和平截面假定基本上也能协调。殊途同归思路不同而得到相同结果。

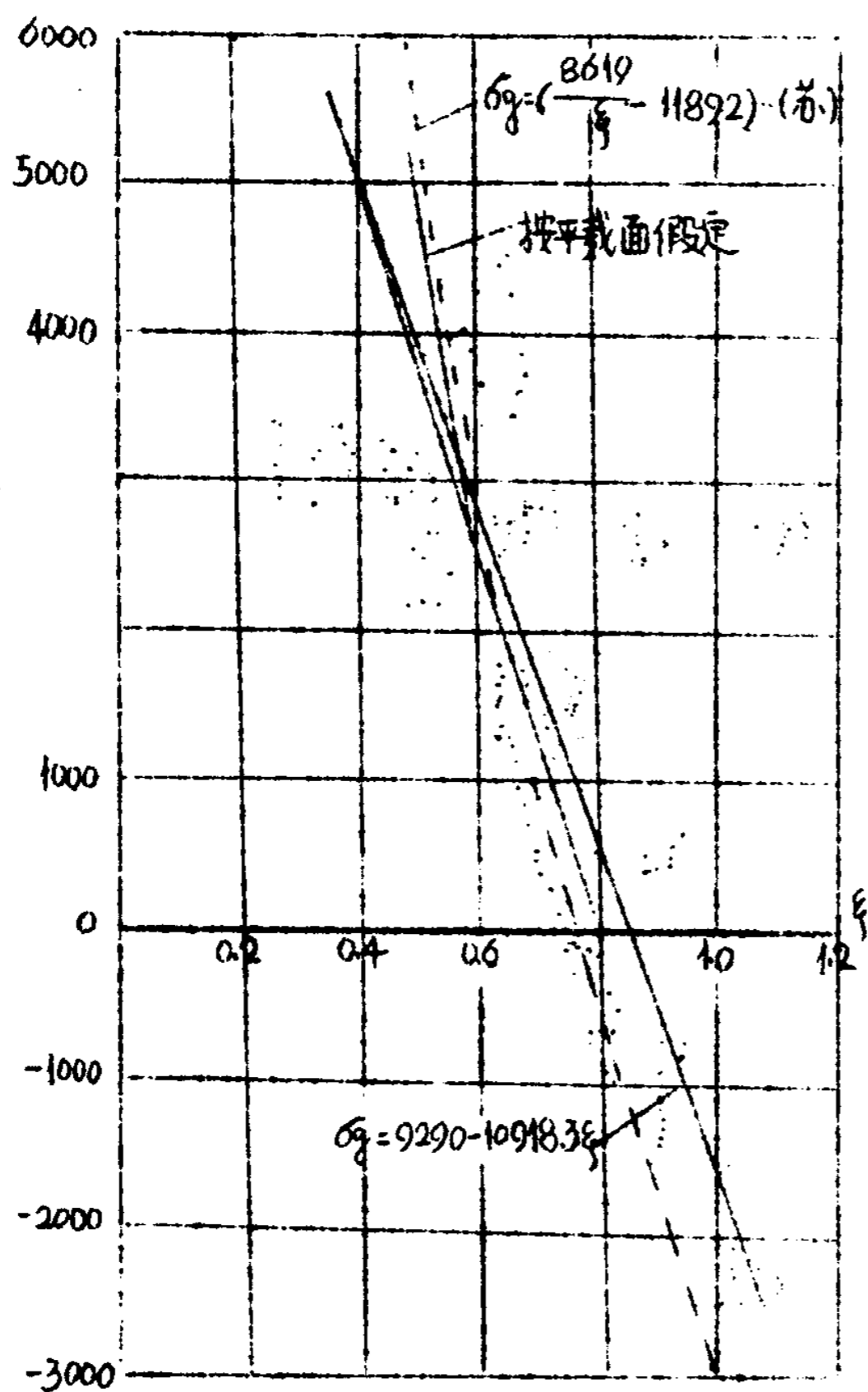


图 2-6

三 混凝土的极限压应变

应用平截面假定分析正截面强时，压区混凝土边缘纤维最大应变值（极限压应变） ϵ_{nmax} 是一个重要参数，这个数值和混凝土的标号，加载速度，截面尺寸和形状，应变梯度等等因素有关。

在T形截面中，肋部应变较小的受压（拉）纤维对翼缘压应变较大的纤维牵扯作用较弱，极限压应变值，较受压区宽度不变的矩形截面要小些。反之，受压区宽度逐渐增大的三角形环形截面，按同样理由，其极限压应变值较矩形截面要大。对于同样的截面形状，轴心或小偏心（全截面）受压时，较大偏心受压时要小些，因为前者的应变梯度小于后者。

极限压应变值对于正截面强度的计算结果并不敏感，对于极限曲率 ϕ_j 和延性的计算则有直接的影响。为了简化计算，许多规范均采用一个适当的定值。ACI确定轴心受压时，极限压应变值为0.002，受弯及弯压时为0.003。CEB-FIP，分别为0.0022及0.0035。

“偏压专题”组实测的平均值为：小偏心受压为 3.158×10^{-3} ，大偏心受压为 3.349×10^{-3} ，界限附近（ $\xi=0.4 \sim 0.7$ ）为 3.347×10^{-3} 。结构安全度组对受弯构件实测得的极限压、应变随钢筋品种不同在0.003至0.004之间变动。综上所述，清华抗爆研究室建议，轴压时取 $\epsilon_{nj} = -0.002$ 界限破坏时取 $\epsilon_{nj} = -0.0033$ ，这个数值界于ACI和CEB之间。

四 混凝土受压区的应力图形及其特性参数

研究混凝土压区应力图形，对于正截面强度的分析具有重要意义。

同济大学曾利用环氧水泥—铝板传感器进行直接测定混凝土受压区应力图形的探索试验，实测应力图形如图2.7所示。图中实线为应力实测线，虚线为二次回归线； N_p^S 为试件的破坏荷载， N_n 为实测受压区应力的总和， e_o ， e_{on} 分别为 N_p^S 、 N_n 至截面中心轴的距离。从应力实测值求得的 ϵ 和 α （ $\alpha = \frac{R_w}{R_a}$ ）和按破坏荷载返算求得的 ϵ 和 α ，比较接近，对比结果见表1。

试件编号	按实测应力值计算		按试验破坏荷载计算	
	ϵ	α	ϵ	α
PA4-1	0.785	0.98	0.880	0.978
PA4-2	0.700	1.00	0.817	1.002
PA4-3	0.830	0.93	0.718	1.134
PA5-5	0.517	1.07	0.484	1.076
PA5-6	0.395	1.33	0.395	1.275

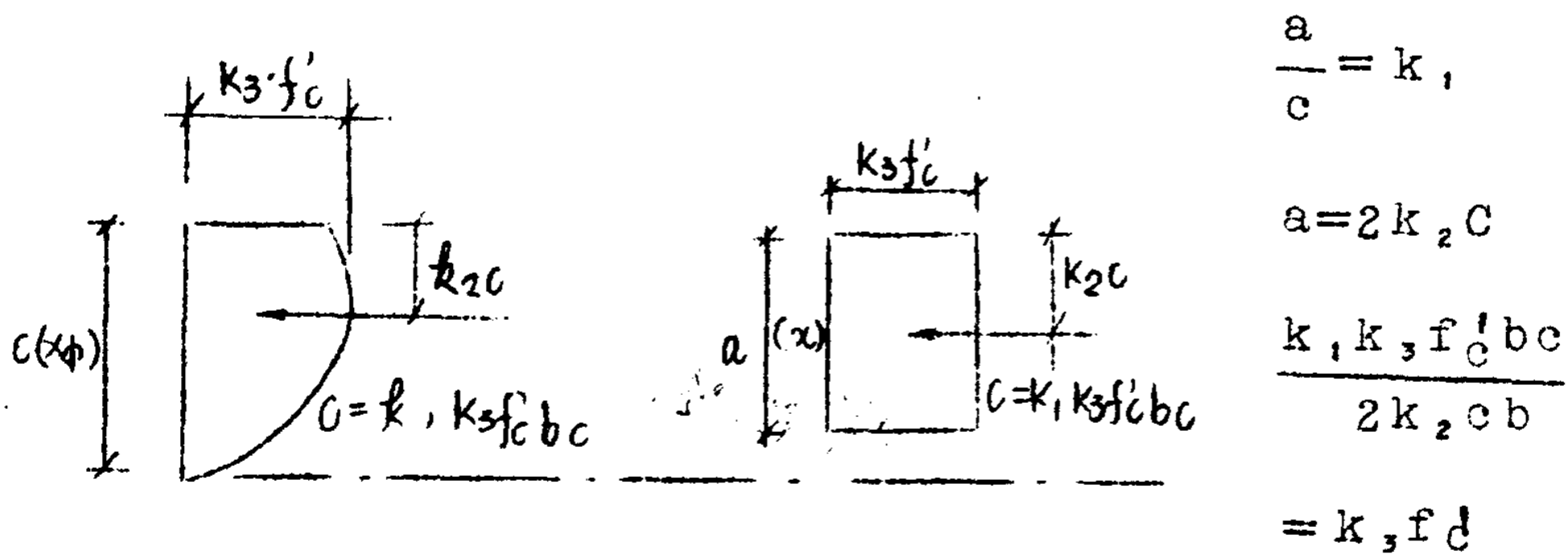
从实测应力图形和上表对比结果，可以看出：

1. 压区混凝土实际应力图形，按某一曲线分布，应力峰值，一般不在边缘纤维；

2. 等效矩形应力图块的折算应力 R_w 和 R_a ($R_a = 0.7R$) 的比值 α ，在 0.98~1.33 之间，有随着 ϵ 的减少而增大的趋势；

3. 等效矩形应力图块的高度 x 和实际受压区高度 x_p 之比值，平均约为 0.716，最大 0.882 最小 0.61。

将压区混凝土按曲线分布的应力图形，转化为等效的矩形应力图块，以简化计算。为此需引进三个特征参数。



矩形截面梁压区实际应力分布图 等效矩形应力分布图 $\frac{k_1 k_3}{2k_2} = k_3$

图 2.8

Hognested 用图 2.9 的试验装置，测出了试件到达极限状态

时，三个特征参数 k_1 、 k_2 、 k_3 ，以及压区边缘的最大压应变值。试验时，试件受到两个力 P_1 及 P_2 的作用，适当地调节主推力 P_1 和推力 P_2 ，选定偏心距 a_1 和 a_2 ，使在整个加荷过程中， σ 应变轴（中性轴）保持在试件的底边。以模拟受弯截面压区应力的分布。次推力 P_2 在开始加荷时随着 P_1 而增加，到达某一最大值后， P_2 再降低，主推力 P_1 从加荷到破坏则一直增加。偏心距 a_2 和拉杆的刚度按如下要求选择，即当构件变形使拉杆缩短时 P_2 迅速减少，但拉杆系统中油压千斤顶的活塞在整个试验过程中却是连续伸长的。使试验机的应变能不致毫无控制的释放。

因此试验结果不受加载装置和试验机的弹性性质的影响。

按图 2.8 示和静力平衡条件，可写出：

$$k_1, k_3 = \frac{N_n}{bcf_c'} = \frac{P_1 + P_2}{bcf_c'} \quad (2.11)$$

$$k_2 = 1 - \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{(P_1 + P_2) \cdot C} \quad (2.12)$$

偏心距 a_1 与 a_2 包括初始值和附加挠度值。于是，从 σ 荷载到破坏，各级荷载下应力图形的特征参数 $k_1, k_3, k_2/k_1, k_2/k_3$ 可以直接测定。

$$k_3 f_c' = \frac{k_1 k_3 b c f_c'}{2 k_2 b c} = \frac{(P_1 + P_2)}{2 k_2 b c}, \quad k_3 = \frac{k_3 f_c'}{f_c}$$

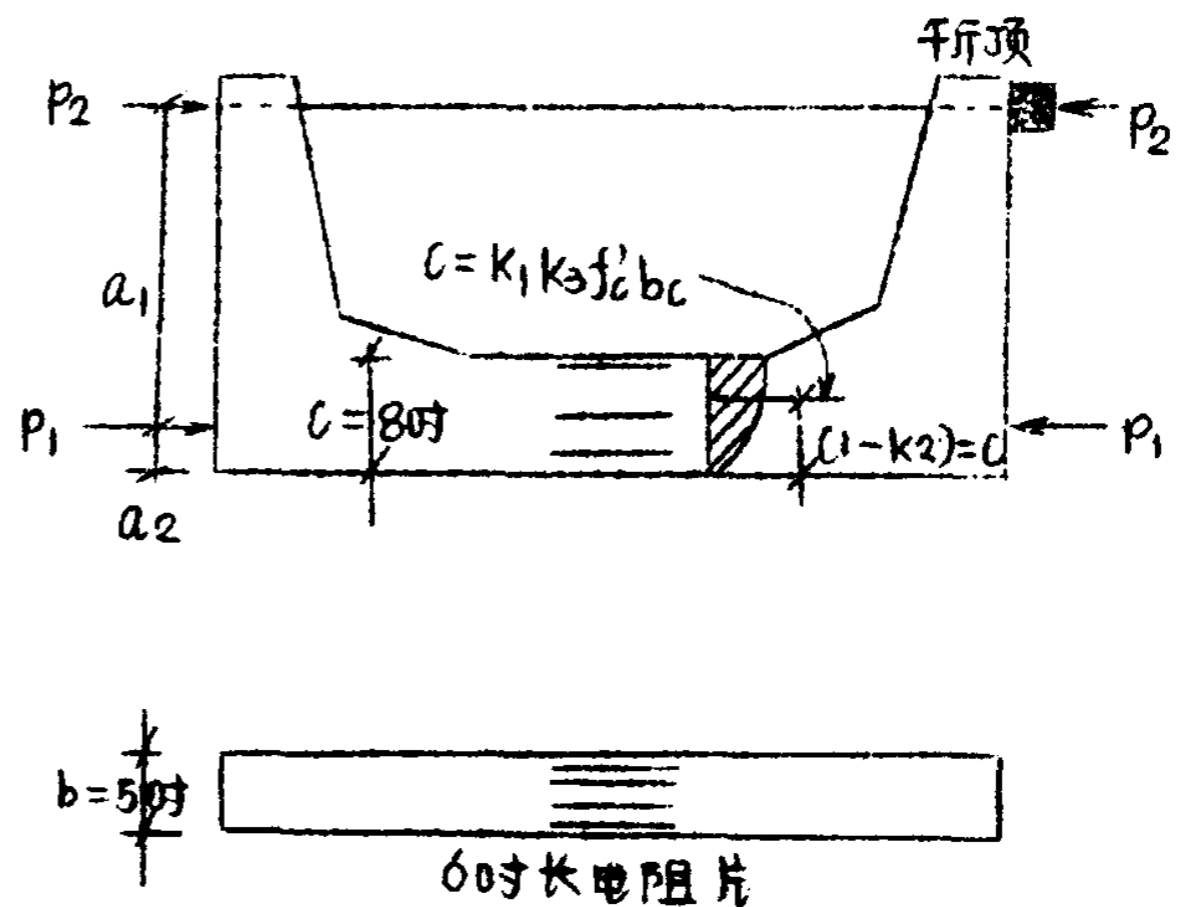


图 2.9

这样求得的 $k_1, k_2, k_3, \epsilon_c$ 列于下表。

f'_c		k_1	k_2	k_3	ϵ_c
PSi	N/mm ²				
2000	13.8	0.86	0.48	1.03	0.0037
3000	20.7	0.82	0.46	0.97	0.0035
4000	27.6	0.79	0.45	0.94	0.0034
5000	34.5	0.75	0.44	0.92	0.0032
6000	41.4	0.71	0.42	0.92	0.0031
7000	48.3	0.67	0.41	0.93	0.0029

注：PSi——磅/吋² N/mm²——牛顿/毫米²

从以上实验数据可以看出混凝土压区应力图形特征参数随着混凝土标号的不同和相对受压区高度的大小在一定幅度内变化。在不影响工程设计精度要求的前提下，设计规范往往加以简化。图2.10示美国钢筋混凝土规范ACI-318-77中有关特征参数的取值。

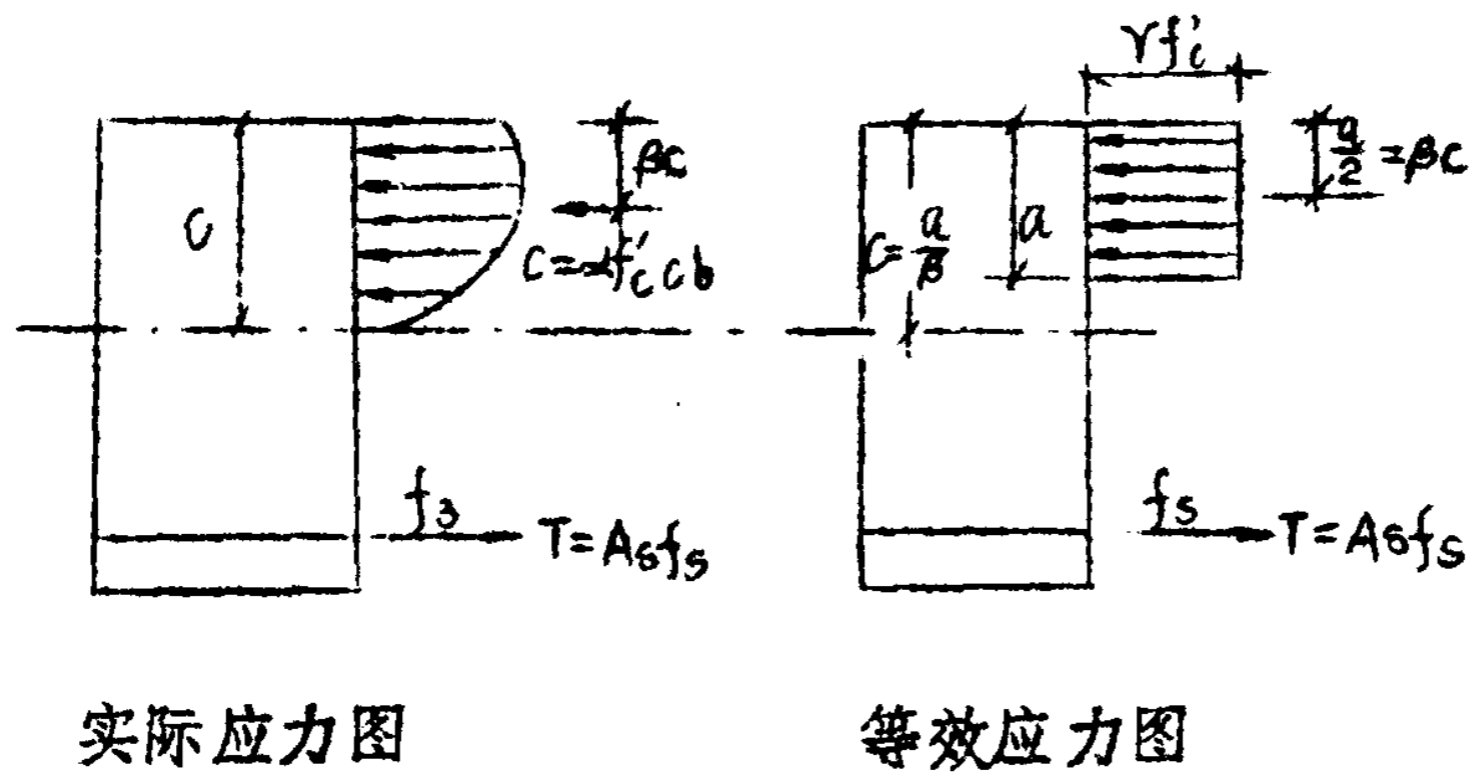


图2.6

当 $f'_c \leq 4000$ PSi 时 β_1 (即 k_1) = 0.85, $f'_c \geq 8000$ PSi 时, $\beta_1 = 0.65$ $f'_c > 4000$ PSi 时, 每超过1000PSi β_1 值减少0.05。

	f_c'		PSI		
	≤ 4000	5000	6000	7000	≥ 8000
α	0.72	0.68	0.64	0.60	0.56
β	0.425	0.400	0.375	0.35	0.325
$\beta_1 = 2\beta$	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65
$\gamma = \frac{\alpha}{\beta_1}$	0.85	0.85	0.85	0.86	0.86

欧洲各国提出的样本规范 (Model Code) 的规定如下:

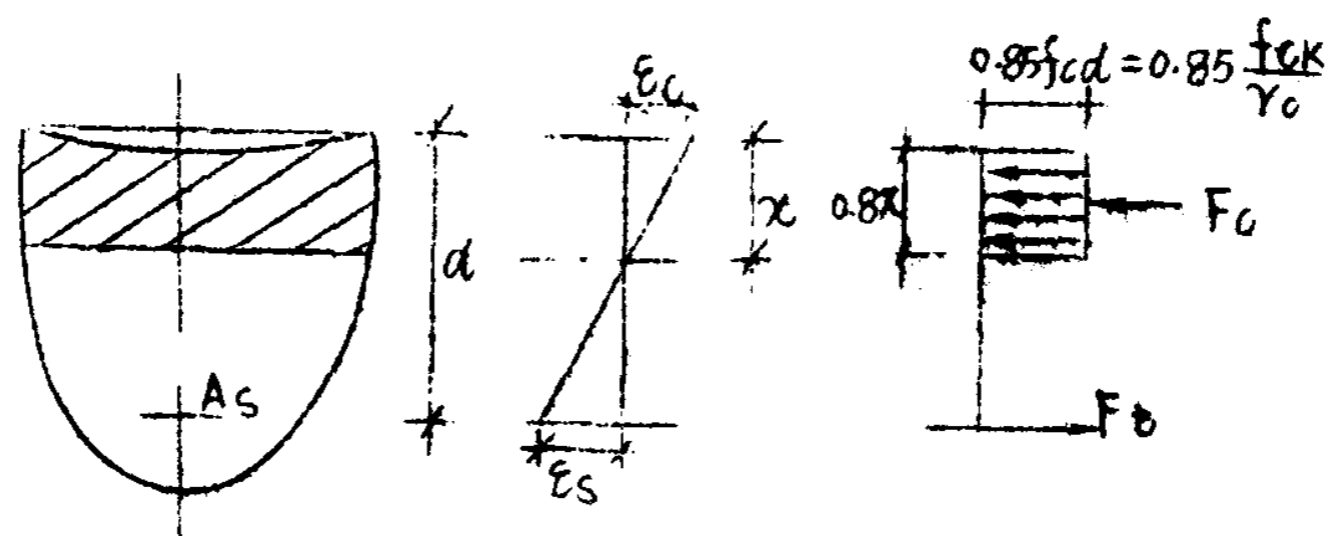


图 2.11

对于压区宽度不变的矩形, 或宽度向边缘渐增的截面, 等效应力图块应力系数取 0.85; 对于圆形、三角形 (矩形截面受斜弯曲时) 受压区则系数取 0.80。较 ACI 简化一些。

压区应力图形的特征参数, 既已确定, 则正截面强度的计算可以迎刃而解了。

三 正截面强度计算的一般方法。

正截面强度的计算, 可以偏心受压构件作为代表, 因为轴压和受弯, 只不过是偏压的特例。

图 2.12 中 M_u 为相应于截面到达极限状态时的外弯矩, N_u 为轴力, e_0 为 N_u 对截面形心的偏心距, $M_u = N_u \cdot e_0$ 。

显然, 当 $e_0 = 0$ 时截面为轴心受压, 这在实际工程中是不存在的。考虑到材料非匀质和施工偏差, ACI, CEB, 及样本规范中规定

$e_{\min} = \frac{h}{30}$ 或 $\frac{b}{30}$ ，且不大于 10^{mm} ($\lambda \leq 25$) 或 20^{mm} ($\lambda > 25$)。

而受弯构件则可认为 $e_0 \rightarrow \infty$, $N_u \rightarrow 0$ 。当 $e_0 \neq 0$ $N_u \neq 0$ 时，即为偏心受压的普遍情况。

参照图 2.12，我们可以列出二个基本的静力平衡方程：

$$N_u = \alpha R_a b X + A_g' \sigma_g' - A_g \sigma_g \quad (2.13)$$

$$M_u = N_u \cdot e_0 = A_g \sigma_g \left(\frac{h}{2} - a \right) + A_g' \sigma_g' \left(\frac{h}{2} - a' \right) + \alpha R_a b x \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2} \right) \quad (2.14)$$

式中，几何尺寸 b, h, a, a', e_0 ，通常均属已知。 A_g 及 A_g' 当为设计题时为待求值，当为复核题时为已知值。受压区高度 x 则为待求值。 σ_g 及 σ_g' 可根据 x 值或 ε 值利用变形条件求得。当未知量（待求值）超过基本方程数目时，应引入附加条件，如 $A_g = A_g'$ ，或按构造要求拟定 A_g' 。如取压区由缘纤维的最大应变值为 0.003，则利用平截面假定和应变相似三角形，我们可以写出：

$$\begin{aligned} \sigma_g &= E \cdot \varepsilon_g = 0.003 \frac{\beta_1 h_0 - x}{x} \cdot E \\ &= 6000 X \frac{\beta_1 h_0 - x}{x} = 6000 X \frac{\beta_1 - \varepsilon}{\varepsilon} \leq R_g \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_g' &= E \varepsilon_g' = 0.003 \frac{x - \beta_1 a'}{a'} \cdot E \\ &= 6000 X \frac{x - \beta_1 a'}{x} = 6000 X \frac{\varepsilon - \beta_1 (a'/h_0)}{(a'/h_0)} \\ &\leq R'_g \end{aligned} \quad (2.16)$$