高等师范专科学校交流讲义

电动力学简明教程

(理论物理概论之一)

钟采池　钟克武　张东壁

高等师范专科学校交流讲义

电动力学简明教程

（理论物理概论之一）

钟采池　钟克武　张东壁

前　　言

1981年，我们根据教育部制订的高等师范专科学校物理专业理论物理学基础教学大纲，参考国内外有关教材，编写了《电动力学简明教程》，在省内外部分师专进行了试用。1982年5月，在南昌召开的江西省物理学会电动力学讨论会上，兄弟院校代表对本书进行了认真讨论，提出了修改意见。同年8月，在连云港召开的全国高等师范院校第四次电动力学讨论会上；以及同年10月，在庐山召开的全国部分高等师范院校电动力学讨论会上，先后广泛征求了意见。我们根据这些意见，对本书进行了修订。

本书力图贯彻少而精的原则，约用45个课时介绍电动力学的基本内容，力求加强基础理论、基本概念和物理图象的阐述，注意培养学生的抽象思维和逻辑推理能力，使学生在学好电磁学的基础上加深理解电磁运动规律。为了便于教学，本书对于基础理论的论述和基本方程、公式的推导，尽可能做到详细严密和条理清楚。

本书共分四章：第一章电磁现象的普遍规律；第二章静电场和稳恒磁场；第三章电磁波的传播和辐射；第四章狭义相对论。在取材安排上力图兼顾下述两方面的内容：既注意到在电磁学基础上对经典电磁理论作系统的总结和提高，又注意到对有关的现代物理基本理论作相应的介绍；既注意到电磁运动普遍规律的抽象概括，又注意到电磁波辐射、传播等实际问题基本理论的阐述。本教程还配备了适量习题，以

便通过这些习题的自我练习，使学生加深对基本概念的理解和基本技能的训练。

本书由江西省物理学会组织编写，编写过程中得到宜春师专、九江师专、江西师院南昌分院等校大力支持。上海师院阚仲元先生、江西师院冯郁先生审阅了书稿，北京师范大学梁绍荣先生对本书的编写给予支持，提供了宝贵意见，谨此致谢。

由于我们水平有限，编写和修订时间较仓促，缺点错误在所难免，欢迎批评指正。

编者　　1983．1．

目　　录

第三章 电磁波的传播和辐射

第一章　电磁现象的普遍规律

本章我们将把电磁现象的实验定律加以总结，提高为电磁现象的普遍规律，其中麦克斯韦方程组在经典电动力学中的地位，相当于牛顿运动定律在经典力学中的地位。

我们首先讨论真空的情况，接着研究介质中的情况，进而研究介质界面上麦氏方程组的形式；最后由麦氏方程组得出电磁场能量守恒定律的数学表示式，讨论稳恒电流的电磁场的能量传输。

§1.1　真空中的电动力学基本方程

一、真空中的麦克斯韦（Maxwell）方程组的积分形式和微分形式

我们在电磁学中学习过静电场和稳定电流磁场中的一些基本实验定律，变化的电场与磁场中的一些基本实验现象，以及涡旋电场和位移电流等重要概念。现在让我们回顾一下电磁场的这些基本规律。

1．静电场的高斯（Gauss）定理

我们曾经从静电场中的点电荷相互作用的库仑（Coulomb）定律

$$\vec{F}=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} \qquad (1.1)$$

出发，得到静止点电荷在周围空间所激发的电场强度为

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} \qquad (1.2)$$

再应用电场强度的迭加原理，可进一步得出真空中静电场的**高斯定理**：静电场中通过任意封闭曲面的电通量等于该封闭曲面内所包围的自由电荷的代数和除以真空介电常数ε_0，数学表达式为

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV \qquad (1.3)$$

2．静电场与涡旋电场的环路定理

根据静电场中点电荷的场强公式（1.2）和静电场的迭加原理，可以证明静电场是一个保守力场。即在静电场中，电场力移动单位电荷做功与路径无关，只与始点和终点的位置有关，即

$$\int_{A\,(L_1)}^{B}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{A\,(L_2)}^{B}\vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (1.4)$$

由静电场的保守性，不难导出**静电场的环路定理**：静电场的电场强度的环流等于零：

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \qquad (1.5)$$

同时，**法拉第**(Faraday)**电磁感应定律**告诉我们：随时间变化的磁场产生涡旋电场。在实验室范围内，在变化的磁场中沿着任一闭合回路的涡旋电场的线积分等于通过以该闭合回路为周界的曲面内的磁通量对时间的变化率的负值，即

$$\oint_L \vec{E'}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi_m}{dt}=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s} \qquad (1.6)$$

式(1.6)中的$\vec{E'}$表示感应电场的场强，亦即因电磁感应而产

生的涡旋电场的场强。

当空间中同时存在静电场和涡旋电场时，合电场强度应为静电场与涡旋电场场强之矢量和，所以综合（1．5）式与（1.6）式，推导出在任意电场中的环路定理为

$$\oint_{L}\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_{S}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s} \qquad (1.7)$$

(1．7)式中的$\vec{E}$为空间的合电场强度。

3．磁场中的安培（Ampere）环路定理

由实验总结出来的毕奥——沙伐尔(Biot—Savart)定律

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (1.8)$$

精确地给出了稳恒电流激发的磁场的分布规律，根据毕奥—沙伐尔定律可以求出无限长直电流、环形电流、长直载流螺线管等各种具体问题的磁场的分布。

我们从无限长直载流导线的磁场分布公式

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (1.9)$$

这一特例出发，可以很方便地推导出安培环路定理：在稳定电流的磁场中，磁感应强度$\vec{B}$沿任意闭合回路的线积分（环流）等于穿过这个环路所包围面积上的所有电流的代数和I_C与真空磁导率μ_0的乘积

$$\oint_{L}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_C \qquad (1.10)$$

在电磁学中，式(1．10)虽是从无限长直稳恒电流的磁场这一特例推证得来的，但理论和实验都证明，安培环路定理对任意条件下的传导电流的磁场都普遍成立。

式（1，10）中的I_C表示通电导线中流过的传导电流。

我们还学习了位移电流的重要概念，实验表明，位移电流也和传导电流一样，具有磁效应，由此我们得到变化的电场产生磁场这一重要结论。

真空中位移电流密度的定义式为

$$\vec{j}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{1.11}$$

相应地通过某一曲面 S 的位移电流为

$$I_d = \int_S \vec{j}_d \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

当空间中同时存在着传导电流和位移电流时，定义全电流 I 为传导电流 I_C 和位移电流 I_d 之和

$$I = I_C + I_d \tag{1.12}$$

将安培环路定理推广到全电流 I，则(1.10)式为

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 (I_C + I_d) \\ &= \mu_0 \int_S \left[\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] \cdot d\vec{S} \end{aligned} \tag{1.13}$$

所以电磁场中的安培环路定理可以表述为：磁感应强度沿任一闭合回路的环流等于通过以该回路为周界的曲面上的全电流的 μ_0 倍。

4．磁场的高斯定理

根据位移电流的磁效应可知，变化的电场产生的磁场与传导电流所产生的磁场一样，都是涡旋场，它们的磁感线都是闭合的，因此无论由传导电流或位移电流（变化的电场）或两者共同产生的磁场中，通过任意封闭曲面的磁通均为零。进一步推广，则为在任意磁场中，通过任意封闭曲面的磁通恒等于零。此即磁场的高斯定理，表达式为

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \tag{1.14}$$

麦克斯韦在系统总结上述电磁现象的规律的基础上，把稳定场的方程修正、推广到在非稳定条件下仍能成立，从而得出反映电磁现象普遍规律的一组方程，即

$$\begin{aligned}
&\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \\
&\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \left[\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right]\cdot d\vec{S} \\
&\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV \\
&\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0
\end{aligned} \tag{1.15}$$

方程(1·15)称为麦克斯韦方程组的积分形式.

麦克斯韦方程组的积分形式描述了空间一定区域内的宏观电磁场的性质和变化规律，如果要求宏观电磁场中各场点的电磁变化规律，则必须求出上述方程组的微分形式.为此，我们根据场论中矢量场$\vec{A}$的散度和旋度的定义：

$$div\vec{A} = \nabla\cdot\vec{A} = \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}}{\Delta V} \tag{1.16}$$

$$(rot\vec{A})_n = (\nabla\times\vec{A})_n = \lim_{\Delta S\to 0}\frac{\oint_L \vec{A}\cdot d\vec{l}}{\Delta S} \tag{1.17}$$

以及高斯公式

$$\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_V \nabla\cdot\vec{A}\, dV \tag{1.18}$$

和斯托克斯(Stokes)公式

$$\oint_L \vec{A}\cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla\times\vec{A})\cdot d\vec{S} \tag{1.19}$$

分别对(1. 15)式中各积分方程逐个进行变换。

对(1.15)式的第三方程应用高斯公式得

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V (\nabla \cdot \vec{E})\, dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV$$

则(1.15)式中第三积分方程的微分形式为

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.20}$$

同理，根据高斯公式对(1.15)式中第四方程作积分变换，得其对应的微分方程为

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{1.21}$$

应用斯托克斯公式对(1.15)式中第一、二方程式作积分变换：

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S}$$

并与原积分方程的右边比较，得到这两个积分方程的对应微分形式为

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{1.22}$$

和

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{1.23}$$

将微分方程(1.20)～(1.23)写在一起，即

$$\left.\begin{aligned} &\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ &\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ &\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{aligned}\right. \tag{1.24}$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0$$

方程组（1.24）即为麦克斯韦方程组的微分形式。麦克斯韦方程组实际上就是电磁场的运动方程。电磁场如何运动变化以及如何受电荷、电流的作用，都由这一组方程决定，因此麦克斯韦方程组在经典电动力学中的作用正如牛顿运动定律在经典力学中的作用一样。我们从（1.24）式的第一、三方程式看到，不仅电荷能激发电场，变化着的磁场也能激发电场；从（1.24）中第二方程式看到，除了传导电流能激发磁场，变化着的电场也能激发磁场。这就说明，即使在电荷和电流为零的区域，只要存在变化着的电场或变化着的磁场，它们就能够通过本身的相互激发而维持交变电磁场的存在与传播。

变化磁场产生的电场是左旋方向（由第一方程式右边的负号决定），变化电场产生的磁场是右旋方向。正是因为这种电磁场的涡旋性，所以空间中变化的电场处即有磁场的旋涡，变化的磁场处即有电场的旋涡，因此只要空间某处发生电磁扰动，它就会自动地激发起更远一些点的电磁场，如此继续下去，就会在空间形成向外传播的电磁场(即电磁波)，可见电磁场的存在与传播是可以不依赖于电荷、电流的存在而独立进行的。麦克斯韦正是根据这组电磁运动方程，从理论上预言了电磁波的存在，并指出光波的实质是电磁波。这一预言为以后的赫芝(Hertz)实验和近代光学与无线电实验所证实，这些实验验证有力地证实了麦克斯韦方程组的正确性，证明麦克斯韦方程组客观地反映了电磁场的运动规律，深刻地揭示了电磁场的物质性。

二、洛仑兹(Lorentz)力公式

理论和实验告诉我们，电磁场与带电物体之间是紧密联系的。麦克斯韦方程组反映出带电物体在空间可激发电磁场，

而这些场反过来又对场中的电荷体系施加力的作用。现在我们来讨论电磁场对电荷的作用力问题。

由库仑定律得知，静止电荷q在静电场中受到的电场力为

$$\vec{F}=q\vec{E}$$

其力密度为

$$\vec{f_e}=\rho\vec{E},$$

由稳恒磁场中的安培定律得知，电流元$Id\vec{l}$在稳恒磁场中受到的磁场作用力为

$$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$$

当电流为体分布时，其力密度为

$$\vec{f_m}=\vec{j}\times\vec{B}$$

洛仑兹将它们推广到带电体在变化的电磁场中运动的情形，当电荷密度为ρ的带电体以速度$\vec{v}$在电磁场$\vec{E}$、$\vec{B}$中运动时，它所受到的力密度为

$$\vec{f}=\rho(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) \qquad (1.25)$$

(1.25)式称为洛仑兹力公式，要注意式中的$\vec{E}$和$\vec{B}$是ρ所在处的总的电磁场。

如果把洛仑兹力公式应用到电量为e的一个带电粒子在电磁场中运动时的情形，则它受到的力为

$$\vec{F}=e(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$$

近代物理实验证明，洛仑兹力公式对于任意运动的带电粒子都是适用的。

三、电荷守恒定律

电荷的定向运动形成电流，导线中的电流常用电流强度

I——单位时间内通过导线截面上的电量来描述。但当导体的结构和横截面粗细不均匀以及导体中通过高频交流电时，导体截面上各点的电流分布则是不均匀的，即导体截面上各处在同一时间内通过电荷的多少和电荷定向运动的方向都可能不同。为了精确描述电流在截面上各处的细致分布情况，我们在电磁学中引进了电流密度概念，其大小为单位时间内通过单位横截面积的电量，其方向规定为正电荷在该时刻通过该点的运动方向。因此通过某面元 $d\vec{S}$ 的电流dI

$$dI=\vec{j}\cdot d\vec{S}=jdS\cos\theta \tag{1.26}$$

上式中的 θ 为电流密度 $\vec{j}$ 与面元 $d\vec{S}$ 的正法线方向间的夹角。

根据式(1·26)可知，通过导体内任意截面积 S 的电流强度 I 为

$$I=\int dI=\int_S\vec{j}\cdot d\vec{S} \tag{1.27}$$

电流密度为矢量，而电流强度则为标量。

实验告诉我们，电磁运动还遵从一条最基本的实验定律——电荷守恒定律，它表明电荷既不能产生，也不能消灭。如果考虑空间一个确定的区域 V，其界面为封闭面 S，当有电荷从区域内流出时，区域 V 内的电荷量必然减少。因而我们可以推理得出，通过封闭曲面 S 流出的总电流（即单位时间内流出 S 面的电量）应该等于区域 V 内的电量对时间的减少率。

$$\oint_S\vec{j}\cdot d\vec{S}=-\frac{d}{dt}\int_V\rho\,dV=-\int_V\frac{\partial\rho}{\partial t}dV \tag{1.28}$$

式(1·28)称为**电荷守恒定律**的积分形式，或称**电流连续性方程**。应用高斯公式