

中国造船工程学会船舶力学学术委员会

第五届结构应力学术讨论会

# 论文集



1988

《中国造船》编辑部



# 目 录

|                                        |                 |          |
|----------------------------------------|-----------------|----------|
| 1、梁柱特征值理论的一般研究 . . . . .               | 束长庚             | 周国华(1)   |
| 2、大开口分节驳结构强度研究 . . . . .               |                 | 朱剑如(10)  |
| 3、一艘大舱口江海直达货船结构模型试验研究 . . . . .        | 杨永谦 王文标         | 严仁军(20)  |
| 4、船体半无矩壳理论动力分析及应用研究 . . . . .          | 孙海虹             | 杨永谦(30)  |
| 5、具有大开口横梁间距不等的甲板板架弹性稳定性近似分析 . . . . .  | 王 林             | 郭日修(42)  |
| 6、按甲板屈曲强度计算船体梁能力 . . . . .             |                 | 邢金有(53)  |
| 7、新颖的单向梁——全双壳结构系统及其在大型油轮中的应用 . . . . . |                 | 郭昌捷(58)  |
| 8、长大开口双壳船体的结构强度研究 . . . . .            | 陶政国 沈德标         | 葛兴美(68)  |
| 9、自卸船的货舱强度计算研究 . . . . .               | 马广宗 刘健宜 甘锡林 朱胜昌 | 张晋伦(78)  |
| 10、水下船舶结构设计计算问题研讨之一 . . . . .          |                 | 侯维廉(95)  |
| 11、腐蚀对耐压壳稳定和强度的影响 . . . . .            | 李龙渊 施德培 韩继文     | 吴树勋(104) |
| 12、环肋圆柱壳应力计算中某些问题的研究 . . . . .         | 王晓天             | 许辑平(113) |
| 13、加肋圆柱壳强度稳定综合问题的计算原理和方法 . . . . .     | 石德新             | 罗培林(121) |
| 14、半波形肋骨初挠度对环肋圆柱壳肋骨应力的影响 . . . . .     | 彭 彪             | 贺小型(127) |
| 15、组合加肋旋转壳的强度和稳定性有限元分析 . . . . .       |                 | 周承芳(138) |
| 16、T型管状节点表面裂纹应力强度因子的计算 . . . . .       | 朱邦俊 王玉华         | 郭成善(152) |
| 17、局部加厚的T型管节点有限元分析 . . . . .           |                 | 王玉华(164) |
| 18、海洋平台局部壁厚加强管节点应力分析研究 . . . . .       | 石理国 姚木林         | 周敏健(173) |
| 19、SAP-5程序计算船舶和海洋工程结构的一些扩充 . . . . .   |                 |          |
| . . . . .                              | 朱胜昌 吴士冲 甘锡林     | 张晋伦(201) |
| 20、SALM系统永久性单点系泊生存能力的结构分析 . . . . .    | 朱胜昌 张晋伦         | 甘锡林(212) |
| 21、液化天然气船球形液仓的稳态温度场及热应力分析 . . . . .    |                 |          |
| . . . . .                              | 陈伯真 胡毓仁         | 陶敬阳(228) |
| 22、近海平台管状接头的极限分析与实验研究 . . . . .        | 陈铁云 陈巍旻         | 杨奇莹(240) |
| 23、近海平台管状接头的子结构有限元分析 . . . . .         | 吴水云             | 陈铁云(254) |
| 24、用边界元法和序列线性规划确定舱口角隅的最佳形状 . . . . .   | 俞铭华             | 徐昌文(266) |
| 25、油船中剖面的模糊优化设计 . . . . .              | 徐昌文             | 肖 熙(275) |
| 26、船舶结构优化设计的单调性分析法 . . . . .           | 郝 刚             | 陈 林(284) |
| 27、解析弹性基础梁的强度稳定综合问题 . . . . .          |                 | 罗培林(296) |
| 28、一种结构可靠性分析方法及在油轮中的应用 . . . . .       |                 | 肖 熙(305) |
| 29、边界元与有限元耦合的弹塑性分析 . . . . .           | 齐 葵             | 金在律(315) |
| 30、大型油轮结构分析方法的研究 . . . . .             | 古长江 郑云龙         | 金在律(331) |
| 31、单向梁系统双壳结构有限元 . . . . .              |                 | 郑云龙(340) |
| 32、薄板组合结构应力分析中的边界元与有限元耦合法 . . . . .    | 金在律             | 孙继光(350) |
| 33、复杂板架受集中质量撞击作用下理想刚塑性有限变形分析 . . . . . | 郑标嘉             | 朱 科(362) |
| 34、船体角接壳板应力强度因子光弹性分析 . . . . .         |                 | 陈尊让(381) |

35. 用具有连续和离散变量的混合数学规划方法解模糊优化问题

..... 邵文蛟 梁志华(392)

36. 纤维增强复合材料疲劳性能..... 周兴才(402)

专1、近代计算结构力学方法的概括..... 金在律(410)

专2、双壳船体强度问题..... 杨永谦(421)

# 梁柱特征值理论的一般研究

束长庚 周国华  
(中国船舶科学研究中心)

**提要** 本文论述了梁柱屈曲、谐和振动、谐和振动屈曲以及动力稳定性等诸特征值之间的关系,指出了谐和振动屈曲理论在诸特征值中占有极其重要的地位,对它的研究不但具有理论意义,而且具有广泛的应用前景。

## 一、前言

工程结构设计和研究人员都知道,结构屈曲、谐和振动都属结构特征值。它们分属应力分析和动力分析两个学科,然而“谐和振动屈曲理论(以下简称谐振屈曲理论)〔1〕、〔2〕”,将之有机地联系在一起。确切地说,后者是计及轴向压力的谐和振动:当频率取零时,就是通常所说的静力屈曲理论;当轴向力取零时,就是通常所说的谐和振动理论。这就是说,谐振屈曲理论联系且统一了结构屈曲和谐和振动理论。

自然可以想到,谐振屈曲理论应指轴向力为压缩的情况。为了使本文更具广泛性,同时减少不必要的名词术语,本文所指的谐振屈曲理论泛指轴向力为拉伸和压缩两种情况。众所周知,轴向压力能降低结构振动频率,而轴向拉力则能提高结构振动频率;换言之,结构振动频率应该是轴向力的函数。因此,研究结构振动频率,宜采用谐振屈曲理论为妥。

当轴向力具有谐和分量时,将变成动力稳定性问题〔3〕。动力稳定性和谐和振动屈曲一样,也属于结构特征值。但是它是具有无穷个激发区域和不易获得封闭解为其特征的。与谐振屈曲一样,本文在阐述动力稳定性时,也包括轴向压力和拉力两种情况。

总之,结构屈曲、谐和振动、谐和振动屈曲和动力稳定性,均属结构特征值。本文以梁为例,阐述这些理论的一般研究方法、它们的相互联系以及在解析有限元法中的应用。谐振屈曲理论在结构诸特征值中占有极其重要的地位。深入研究该理论,不但结构屈曲、谐和振动可以迎刃而解,也为动力稳定性奠定了坚实的基础。

## 二、符号说明

|          |                          |
|----------|--------------------------|
| $E, E_t$ | 材料弹性模量、切线模量              |
| $I$      | 梁横截面最小惯性矩                |
| $P$      | 作用在梁横截面形心上的轴向力,压缩为正,拉伸为负 |
| $M$      | 等值梁单位长度质量                |

$\omega$  在轴向力作用下等值梁横向振动圆频率  
 $\theta$  轴向力谐和分量圆频率  
 $V(s, t)$  梁横向位移函数  
 $s$  横坐标  
 $t$  时间  
 其它符号, 详见文中说明。

### 三、梁柱屈曲理论

在轴向压力  $P$  作用下, 等截面梁的微分方程为

$$EI \frac{d^4 v(s)}{ds^4} + P \frac{d^2 v(s)}{ds^2} = 0 \quad (1)$$

若梁长为  $l$ , 取参数

$$\alpha^2 = Pl^2/EI \quad (2)$$

则方程 (1) 的解可示为

$$v(s) = a_1 + a_2 s + a_3 \cos \frac{\alpha s}{l} + a_4 \sin \frac{\alpha s}{l} \quad (3)$$

待定系数  $a_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 可由梁的边界条件确定。对两端自由支持的梁柱, 可取  $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ , 则

$$v(s) = a_4 \sin \frac{\alpha s}{l} \quad (4)$$

当  $s=l$  时,  $v(l)=0$ , 因  $a_4 \neq 0$ , 则有

$$\sin \alpha = 0 \quad \text{或} \quad \alpha = i\pi$$

$$\text{则} \quad P_{ei} = i^2 \pi^2 EI / l^2 \quad (i=1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

对计及材料物理非线性的梁柱, 若采用切线模量理论则

$$P_{cri} = i^2 \pi^2 E_t I / l^2 \quad (i=1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

当  $i=1$ , (5) 式为著名的欧拉力公式。

当  $i=1$ , (6) 式为著名的切线模量临界力公式。

### 四、梁横向固有振动理论

若等截面梁单位长度的质量为  $M$ , 其横向固有振动的四阶偏微分方程是

$$EI \frac{\partial^4 v(s, t)}{\partial s^4} + M \frac{\partial^2 v(s, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

对位移  $v(s, t)$  采用分离变量法:

$$V(s, t) = v(s) \sin \omega t \quad (8)$$

代入(7)式得关于  $s$  的四阶常微分方程

$$EI \frac{d^4 v(s)}{ds^4} - M\omega^2 v(s) = 0 \quad (9)$$

取参数

$$\beta = l \sqrt[4]{M\omega^2/EI} \quad (10)$$

则(9)式之通解为

$$v(s) = a_1 \operatorname{ch} \frac{\beta s}{l} + a_2 \operatorname{sh} \frac{\beta s}{l} + a_3 \cos \frac{\beta s}{l} + a_4 \sin \frac{\beta s}{l} \quad (11)$$

待定系数  $a_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 由边界条件确定。对两端自由支持的梁, 可取  $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ , 则

$$v(s) = a_4 \sin \frac{\beta s}{l} \quad (12)$$

当  $s = l$  时,  $v(l) = 0$ , 因  $a_4 \neq 0$ , 则有

$$\sin \beta = 0 \quad \text{或} \quad \beta = i\pi$$

则该梁之  $i$  阶横向固有圆频率为

$$\omega_i = \frac{i^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{EI/M} \quad (i=1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

(13) 式无轴力  $P$ , 为具有通常含义的固有圆频率。

顺便指出, (3) 式可用作梁柱屈曲解析有限元的位移函数(4), (11) 式可用作梁横向固有振动解析有限元的位移函数(5)。无论是(3)式还是(11)式, 当  $P \rightarrow 0$  或  $\omega \rightarrow 0$  时, 均可退化为

$$v(s) = a_1 + a_2 s + a_3 s^2 + a_4 s^3 \quad (14)$$

这就是通常梁有限元法惯用的多项式位移函数。无疑, 若采用(3)式或(11)式, 以位移解法来获得梁柱屈曲或梁横向固有振动的单元矩阵, 当令  $P \rightarrow 0$  或  $\omega \rightarrow 0$  时, 即可获得多项式有限元法的单元刚度矩阵。因此, 若在稳定性程序设计中, 受压梁元可采用(3)式位移函数的解析单元矩阵, 非受压梁元亦可采用该单元矩阵, 不过需令  $P \rightarrow 0$  即可。

采用解析有限元法〔2〕、〔4〕、〔5〕的好处是众所周知的, 它对节省机器内存、减少运算时间等均有现实意义; 尤其能保持解析解的精度, 是最受工程设计和科学研究人员所欢迎的。

单

## 五、梁谐振屈曲理论〔1〕、〔2〕

在等截面梁形心上作用一轴向力  $P$ ，该梁单位长度质量为  $M$ ，则它的横向谐和振动偏微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 V(s, t)}{\partial s^4} + P \frac{\partial^2 V(s, t)}{\partial s^2} - M \frac{\partial^2 V(s, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

对位移  $V(s, t)$  采用分离变量法：

$$V(s, t) = v(s) \sin \omega t \quad (16)$$

代入 (15) 式，消去时间  $t$  变量后，(15) 式转变为只含坐标变量  $s$  的常微分方程如下：

$$EI \frac{d^4 v(s)}{ds^4} + P \frac{d^2 v(s)}{ds^2} - M\omega^2 v(s) = 0 \quad (17)$$

若取参数

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= l \sqrt{P/EI} \\ \beta &= l \sqrt[4]{M\omega^2/EI} \\ a &= \sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4}\alpha^4 - \frac{\alpha^2}{2}} \\ b &= \sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4}\alpha^4 - \frac{\alpha^2}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

则 (17) 式之通解为

$$v(s) = a_1 \operatorname{ch} \frac{as}{l} + a_2 \operatorname{sh} \frac{as}{l} + a_3 \cos \frac{bs}{l} + a_4 \sin \frac{bs}{l} \quad (19)$$

根据本文对轴向力  $P$  正负号的规定，(19) 式实际表示了轴向压力  $P$  与梁的横向振动圆频率  $\omega$  的位移函数，而待定系数  $a_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 由边界条件确定。显然，当  $P \rightarrow 0$  时，(19) 式退化为 (11) 式；当  $\omega \rightarrow 0$  时，(19) 式退化为 (3) 式。(19) 式对认识结构屈曲、振动的  $P \sim \omega$  之间的关系以及结构屈曲的微振动测量等，都具有工程应用价值。作者已将该理论在计及剪切、转动惯量、附连水质量以及材料物理非线性时，以解析有限元的形式发表〔1〕，它在空间骨架弹塑性屈曲方面已获得工程应用〔6〕。

根据本文在前言中所述，本文所指的谐振屈曲理论泛指轴向力为拉伸和压缩两种情况，因此，下面研究轴向力为拉伸时的情形。当轴向力为拉伸时，该梁横向谐和振

动偏微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 v(s, t)}{\partial s^4} - P \frac{\partial^2 v(s, t)}{\partial s^2} + M \frac{\partial^2 v(s, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (20)$$

采用分离变量法, 则(20)式变为  $s$  的常微分方程

$$EI \frac{d^4 v(s)}{ds^4} - P \frac{d^2 v(s)}{ds^2} - M\omega^2 v(s) = 0 \quad (21)$$

若取(18)式所表示的参数, 则(21)式的通解为

$$v(s) = a_1 \operatorname{ch} \frac{bs}{l} + a_2 \operatorname{sh} \frac{bs}{l} + a_3 \cos \frac{as}{l} + a_4 \sin \frac{as}{l} \quad (22)$$

待定系数  $a_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 由边界条件确定。

对梁来说, 轴向压力会出现屈曲问题, 而轴向拉力不会出现屈曲问题。因此, (19)式用作位移函数的可能性为大。本文为了使理论更为完善, 也给出了轴力为拉伸时的通解。

## 六、具有轴向力梁谐和振动的特点

无疑, 具有轴向力梁的谐和振动, 在性质与数值上均有很大变化。下面我们利用(19)式和(22)式来研究。

对两端自由支持的等值梁, 第  $i$  阶 ( $i=1, 2, 3, \dots$ ) 振动圆频率为:

(1) 当轴力为压缩时:

$$b = i\pi \quad (23)$$

代入有关各式, 可解得

$$\omega_i = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{M} \left( \frac{i^2 \pi^2}{l^2} - \frac{P}{EI} \right)} \quad (24)$$

(2) 当轴力为拉伸时:

$$a = i\pi \quad (25)$$

代入有关各式, 可解得

$$\omega_i = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{M} \left( \frac{i^2 \pi^2}{l^2} + \frac{P}{EI} \right)} \quad (26)$$

其实, 不问轴力是压缩还是拉伸, 均可用(24)式表示, 只不过要注意本文对轴力  $P$  正负号的规定即可。(24)式表明, 梁横向振动圆频率  $\omega_i$  随着轴向压力的增加而减小; 特别地当  $\omega_i=0$  时, 则有



$$P_{e1} = \frac{1^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (27)$$

这就是等值梁柱第  $i$  阶欧拉力的公式，尤其当  $i = 1$ ，即得著名的欧拉力公式：

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (28)$$

若考虑材料物理非线性，采用柱子的切线模量理论，则可得梁柱的临界力公式：

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{l^2} \quad (29)$$

(26) 式 (或用 (24) 式当  $P < 0$  时) 表明，梁横向振动圆频率  $\omega_i$  随着轴向拉力的增加而增加，不可能象轴力为压缩时找得  $\omega_i = 0$  的条件，即轴向受拉梁没有屈曲问题，只有振动频率的特征值问题。对无限线性材料，承受轴向拉力梁的横向振动圆频率，会随着轴向拉力的增加而无限增加。但是，若考虑材料的物理非线性，梁承拉的抗弯能力用切线模量表示时，可以想象的是，当平均拉应力趋近于材料拉伸屈服限时，因  $E_t \approx 0$ ，故

$$\omega_i \rightarrow \frac{i\pi}{l} \sqrt{P/M} \quad (30)$$

即  $\omega_i$  不会无限增加，随着  $P$  的增加而趋近于 (30) 式表示的一个常数。

当  $P = 0$  时，(24) 与 (26) 式同时退化为通常含义下的固有圆频率公式 (13)。

## 七、等值梁的动力稳定性 (3)

在谐和轴向力

$$P(t) = P_0 + P_t \cos \theta t \quad (31)$$

作用下，不计阻尼时，梁横向振动偏微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 v(s, t)}{\partial s^4} + (P_0 + P_t \cos \theta t) \frac{\partial^2 v(s, t)}{\partial s^2} + M \frac{\partial^2 v(s, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (32)$$

(32) 式为具有周期系数的四阶偏微分方程。谐和轴向力的周期  $T$  由下式确定

$$T = \frac{2\pi}{\theta} \quad (33)$$

要获得 (32) 式的封闭解是困难的。为寻找 (32) 式的解，可取  $v(s, t)$  为如下周期函数：

$$V(s, t) = \sum_{k=0}^{\infty} (X_k(s) \sin \frac{k}{2} \theta t + Y_k(s) \cos \frac{k}{2} \theta t) \quad (34)$$

本文旨在研究梁柱特征值之间关系，不研究动力稳定性问题，为使问题简化，先取  $V(s, t)$  的一次近似解，即

$$V_1(s, t) = X_1(s) \sin \frac{\theta}{2} t + Y_1(s) \cos \frac{\theta}{2} t \quad (35)$$

将之代入(32)式后，可得一组四阶常微分方程如下：

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{d^4 X_1(s)}{ds^4} + (P_0 - \frac{1}{2} P_t) \frac{d^2 X_1(s)}{ds^2} - M \left( \frac{\theta}{2} \right)^2 X_1(s) &= 0 \\ EI \frac{d^4 Y_1(s)}{ds^4} + (P_0 + \frac{1}{2} P_t) \frac{d^2 Y_1(s)}{ds^2} - M \left( \frac{\theta}{2} \right)^2 Y_1(s) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

显然，方程组(36)可给出封闭解，它们相当于两个谐振屈曲方程。

若取  $V(s, t)$  的零次近似解，即认为位移与时间  $t$  无关，即

$$V_0(s, t) = Y_0(s) \quad (37)$$

代入(32)式，得

$$EI \frac{d^4 Y_0(s)}{ds^4} + P_0 \frac{d^2 Y_0(s)}{ds^2} = 0 \quad (38)$$

(38)式与(1)式完全相同，即梁柱动力稳定性的零次近似解为静力屈曲解。  
(36)式与(17)式完全相同，即梁柱动力稳定性的一次近似解为谐振屈曲解，只不过用  $\theta/2$  代替  $\omega$  而已。更详细地分析可以看到，动力稳定性的解是成对出现的，由  $X_1(s)$ 、 $Y_1(s)$  可解出在  $P_0 - \frac{1}{2} P_t$  和  $P_0 + \frac{1}{2} P_t$  作用下所对应的  $\theta_{12}/2$  和  $\theta_{11}/2$  ( $\theta_{12} > \theta_{11}$ )，若梁在轴力  $P_0$  作用下，其振动圆频率满足不等式

$$\theta_{12}/2 > \omega > \theta_{11}/2 \quad (39)$$

则梁横向振幅随时间  $t$  的增加而无限增加，即梁将丧失一阶动力稳定性；否则，梁首阶横向振幅是稳定的。

大家知道，在轴力作用下梁横向振动圆频率是确定值，为了防止梁丧失动力稳定性，其唯一办法是改变外荷频率  $\theta$ ，使之在(39)式之外即可。

## 八、例题

为使读者对梁柱诸特征值之间的关系有一个清晰而形象地了解，特给出一例题，

所取参数如下:

材料弹性模量  $E=2.0601 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2$   
梁截面惯性矩  $I=0.01 \text{ m}^4$   
梁长  $l=7 \text{ m}$   
单位长度质量  $M=10 \text{ kg/m}$   
重力加速度  $g=9.81 \text{ m/s}^2$   
轴力脉动值  $P_t=10 \text{ kN}$

取不同的轴向力  $P$ , 根据谐振屈曲理论所提供的 (24) 式, 对首阶振动频率  $\omega_1$ , 计算值用表 1 给出:

表 1 轴力  $P$  与频率  $\omega_1$  之间的关系

| $P \text{ kN}$         | -40    | -35    | -30    | -25    | -20    | -15    | -10    |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_1 \text{ 1/s}$ | 1.2812 | 1.2413 | 1.2000 | 1.1573 | 1.1129 | 1.0667 | 1.0184 |

| $P \text{ kN}$         | -5     | 0      | 5      | 10     | 15     | 20     | 25     |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_1 \text{ 1/s}$ | 0.9677 | 0.9142 | 0.8574 | 0.7965 | 0.7305 | 0.6580 | 0.5764 |

| $P \text{ kN}$         | 30     | 35     | 40     | 40.5   | 41      | 41.4    | 41.45   | 41.49   |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
| $\omega_1 \text{ 1/s}$ | 0.4812 | 0.3617 | 0.1735 | 0.1415 | 0.09981 | 0.04366 | 0.02998 | 0.00966 |

根据表 1, 可在  $P \sim \omega$  坐标平面上作出曲线 ABC, 这就是该题的谐和振动屈曲曲线。该曲线与  $\omega$  轴的交点 B 之  $\omega$  值, 就是通常所说的梁的横向固有振动的圆频率, 与 (13) 式计算的  $\omega_1$  相同; 该曲线与  $P$  轴的交点 C 之  $P$  值, 即为该梁的欧拉力  $P_e$ , 与 (6) 式计算的  $P_{e1}$  相同, 详细计算值为  $P_e=41.49464 \text{ kN}$ 。

注意到谐振屈曲方程 (21) 和首阶动力稳定性方程组 (36) 的相似性, 以及轴力脉动值  $P_t=10 \text{ kN}$ , 则  $\theta_{12}/2$  的值可由表 1 的  $P - \frac{P_t}{2}$  确定, 而  $\theta_{11}/2$  的值可由表 1 的  $P + \frac{P_t}{2}$  确定,  $\theta_{12}/2$  和  $\theta_{11}/2$  所夹的区间就是该梁的首阶动力不稳定性近似区域。

在图 1  $P \sim \omega$  坐标平面上, 因  $\theta/2$  相当于  $\omega$ ,  $\omega$  纵坐标轴亦可看作  $\theta/2$ , 则  $\theta_{12}/2$ 、 $\theta_{11}/2$  与  $P$  的关系曲线分别由图 1  $A_1B_1C_1$  和  $A_2B_2C_2$  给出。对该题来说, 曲线  $A_1B_1C_1$  与曲线  $A_2B_2C_2$  所夹的区域, 就是首阶动力不稳定性区域。若轴力脉动值  $P_t=10 \text{ kN}$ , 而谐振圆频率之半  $\theta/2$  落入该区域, 则为动力不稳定性的; 反之, 落入该区域之外, 则为动力稳定的。至于高阶动力不稳定性区域的近似确定方法, 与之相仿,

不予叙述。

图1形象而具体地描绘了梁柱诸特征之间的关系，还可看出谐和振动屈曲理论在诸特征值中占有极为重要的地位。

## 九、结 论

本文论述表明，结构屈曲、谐和振动、谐和振动屈曲和动力稳定性等均属结构特征值，它们彼此不是孤立的，而是有机地联系在一起的：

(1) 结构屈曲、谐和振动是特征值问题最简单的形式，是建立结构特征值一般理论的基础；

(2) 谐和振动屈曲理论将结构屈曲和谐和振动有机地联系在一起，它把结构振动频率看作轴向力的函数，也把结构屈曲载荷看作外载荷频率 $\omega$ 的函数，屈曲和谐和振动是该理论的特例；

(3) 动力稳定性理论以谐和振动屈曲理论为基础，离开后者将难以研究动力稳定性；

(4) 谐和振动屈曲理论在结构诸特征值中占有极其重要的地位，是沟通诸特征值的桥梁，它不但具有理论意义〔2〕，在工程中必定有广泛的应用前景〔1〕。

## 十、参考文献

- 〔1〕 束长庚、周国华“弹塑性空间刚架的谐和振动屈曲理论”，中国钢协结构稳定与疲劳协会论文集，1987。
- 〔2〕 R.W.Clough《结构动力学》，科学出版社，1981。
- 〔3〕 符·华·鲍洛金《弹性体系的动力稳定性》，高等教育出版社，1963。
- 〔4〕 周国华、束长庚等“甲板稳定性计算方法”，《舰船科学技术》，1979，11
- 〔5〕 束长庚“有限元解析法在船舶板架振动计算中的应用”《中国造船》1980 NO 2
- 〔6〕 《高速水面舰结构设计计算规则》附录B

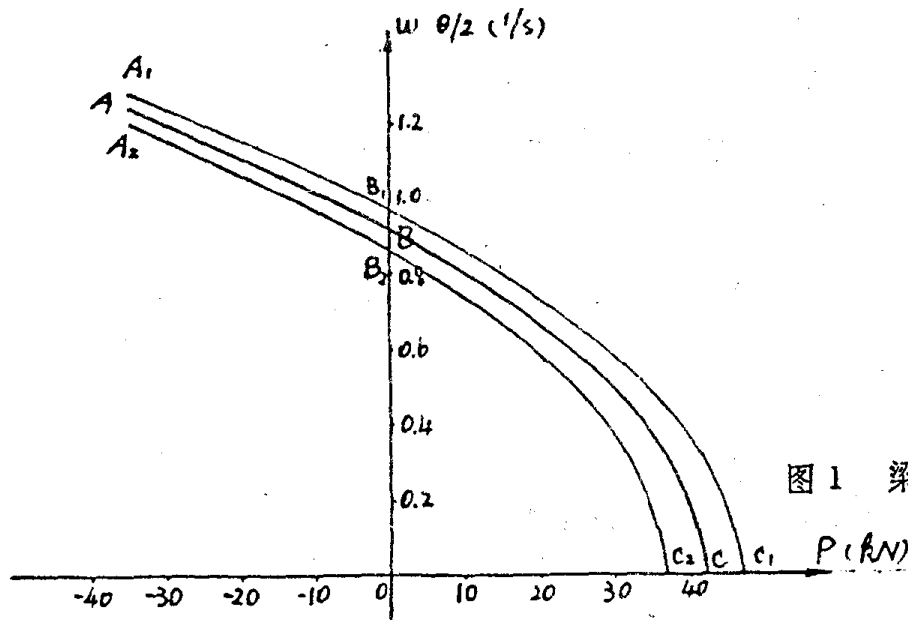


图1 梁柱诸特征值之间的关系



# 大开口分节驳结构强度研究

朱剑如

(船检局河船规范研究所)

## 前 言

随着交通运输事业的飞跃发展,长江分节顶推运输也得到迅速发展。分节驳的最大特点是结构简单,省材料易于加工建造,舱口大,便于港口快装快卸,在同一排水量情况下,阻力小,载量大,营运周期短,是发展水运事业的比较合理的船型。

由于分节驳具有长大的货舱口,抗扭强度比一般常规船型要差,该船型的扭转强度问题特别引人关注。为此,我们根据长江现有分节驳船的结构情况,选择了有代表性的两种结构型式的实船作为母型进行了模型试验,实船试验和全船的有限元分析等并且对所取得的数据如应力、变形进行了比较分析,对舱口角隅局部强度,在比较分析的基础上提出了计算该区域应力的近似公式。

## 一、船舶主要参数及计算、试验概况

我们将船舶的主要技术参数及模型试验、实船试验以及有限元分析概况列于表1

### 1. 有限元力学模型的简化

模型为三维的空间板、梁结构,有限元分析均利用SAP5结构静力程序计算。

对于6.096<sup>m</sup>模型,整个结构的节点总数为700个,板单元为868个,梁单元数为973个。5.5<sup>m</sup>模型,节点总数为898个,板单元为1269个,梁单元为699个〔1〕、〔5〕。

### 2. 外载及边界条件

为了有限元计算与模型试验进行比较,模型试验、有限元计算的加载方式及大小边界条件是一致的。船中部是纯弯曲(中拱、中垂工况),首尾集中扭,弯扭联合工况则为前二种的组合。

### 3. 薄壁梁的约束扭转

根据薄壁梁理论,船体梁截面上的扭转力矩 $M_x$ 由自由扭转力矩 $M_K$ 和弯扭力矩 $M_\omega$ 所平衡〔2〕、〔4〕:

$$M_x = M_K + M_\omega$$

### 4. 钢质结构模型试验〔6〕

主要技术数据以及试验工况等与有限元计算相同,略。

5. 实船结构强度试验, 参见文献〔1〕、〔3〕。

表1 船舶主要技术参数、计算与试验概况

| 船 型        |                        | 1             | 2            | 备 注                                                    |
|------------|------------------------|---------------|--------------|--------------------------------------------------------|
| 项 目        |                        |               |              |                                                        |
| 船舶主要技术参数   | 船长(m)                  | 55            | 60.96        | 详见长航科研所分节驳扭转强度和局部强度的研究报告。                              |
|            | 满载水线长<br>(两柱间长)<br>(m) | 53            | 50.34        |                                                        |
|            | 型宽(m)                  | 10.6          | 10.67        |                                                        |
|            | 型深(m)                  | 3.5           | 4.27         |                                                        |
|            | 吃水(m)                  | 2.6           | 3.8          |                                                        |
|            | 载货量(T)                 | 1000          | 2000         |                                                        |
|            | 双层底高<br>(m)            | 0.9           | 0.4          |                                                        |
|            | 舱口角形状                  | 抛物线型          | 直角线型         |                                                        |
| 实船试验概况     | 船中弯矩<br>(T-M)          | +1262<br>(中垂) | 2025<br>(中垂) | 同 上                                                    |
|            | 船中扭矩<br>(T-M)          | 278           | 427          |                                                        |
| 钢及质有限元试验分析 | 缩尺比                    | 1: 10         | 1: 10        | 1. 同上<br>2. 另外, 弯扭联合作用<br>弯矩为 5.78T~M,<br>扭矩为 1.68T~M. |
|            | 模型板厚<br>(mm)           | 4             | 4            |                                                        |
|            | 船中弯矩<br>(T-M)          | 6.72<br>(中垂)  | 6.6          |                                                        |
|            | 首尾集中扭矩<br>(T-M)        | 4.311         | 4.311        |                                                        |

## 二、试验数据与理论计算比较分析

### 1. 在首、尾集中扭矩作用下的应力分布及其变形:

#### (1) 剪应力 $\tau_{xy}$ 、翘曲正应力 $\sigma_x$ 沿船长方向(纵向)的分布

$\tau_{xy}$ 和 $\sigma_x$ 沿船长方向的分布如图1、2,在船中处的理论计算与试验结果之间的比较如表2所示,在舱口角隅局部范围的应力分布在后面另述。

从图中可以看出模型试验与有限元计算所得的剪应力 $\tau_{xy}$ 沿船长方向的分布吻合良好,在舱口角隅附近急剧变化,剪力流向由于端部约束的影响,其方向发生变化。

翘曲正应力 $\sigma_x$ 在个别点有偏离(有限元计算时约束点有所影响)外,船中部位几乎为零,且由中部向两端递增,在舱口角隅处的很小范围内出现峰值,这是应力集中现象的缘故。

从二模型 $\tau_{xy}$ 、 $\sigma_x$ 曲线变化情况来看,6.096<sup>m</sup>模型的曲线变化较大,这是由于该模型舱口角隅是直角型的缘故,其应力集中现象比5.5<sup>m</sup>模型舱口角隅是抛物线形的要严重。

#### (2) 剪应力和翘曲正应力的横向分布

在首、尾集中扭矩作用下的剪应力 $\tau_{xy}$ ,翘曲正应力 $\sigma_x$ 的横向分布如图3、4所示。

从图中可以看出,船侧外板上在距船底约 $\frac{1}{3}$ D型深处剪应力最大,其它部位如船底、内侧板和甲板等,其值小于船侧外板,且变化平缓。

舱口围板的抗扭刚度较低,反映出剪应力较小,所得数据正说明了这样的受力特性。

翘曲正应力 $\sigma_x$ 在内侧板与甲板相交处最大,约为外侧板同高度的1.2倍左右,这是由于断面翘曲正应力的分布规律与断面扇形坐标的分布相似,翘曲正应力零点值与扇性坐标零点几乎重合。双壳船的应力零点值,对内、外侧有所不同,在同一扭转角的情况下,外侧板距基线较远,因而,内侧板与甲板相交处的翘曲正应力大于外侧板同高度的应力值,这是与理论分析是一致的。

#### (3) 舱口对角线变形量

在首、尾集中扭矩作用下,舱口对角线变形计算与试验值的比较,如表3。

从表中可以看出,若以模型试验为准,有限元比试验值低,最大误差7.86%,薄壁梁计算比试验值大,其值为6.6%。其原因,前者是由于划分的单元尺寸大小和自由度的限制所引起的,后者是由于按薄壁梁理论计算时作了简化等因素的影响所致。

#### (4) 舱口角隅的应力分布及最大应力值的近似计算

舱口角隅的最大应力,根据有限元分析和模型试验结果表明,应力集中系数与船长、首、尾封闭端长度,舱口角形状关系最大,这些是影响应力集中系数的主要因素为此,可用下列公式进行计算。

a. 首舱口角隅的最大集中正应力:

表2 船(模)中剪应力比较表

| 船(模)名                       | 加 载<br>工 况                          | 中 扭<br>(T-M) | 剪 切 应 力 (kgf/cm <sup>2</sup> ) |              |     | 相 对 误 差                      |                              |
|-----------------------------|-------------------------------------|--------------|--------------------------------|--------------|-----|------------------------------|------------------------------|
|                             |                                     |              | 有 限 元<br>计 算                   | 薄 壁 梁<br>理 论 | 实 测 | $\frac{⑤-⑥}{⑥} \times 100\%$ | $\frac{④-⑥}{⑥} \times 100\%$ |
| 1                           | 2                                   | 3            | 4                              | 5            | 6   | 7                            | 8                            |
| 5.5 <sup>m</sup><br>模 型     | 首尾集中<br>扭 矩                         | 4.311        | 322                            | 315          | 320 | 1.6                          | 0.6                          |
| 6.096 <sup>m</sup><br>模 型   | 首尾集中<br>扭 矩                         | 4.311        | 301                            | 293          | 300 | 2.3                          | 0.3                          |
| 1000 <sup>T</sup><br>分 节 驳  | 左尾右首<br>对 角 线 加 载                   | 278          |                                | 136          | 140 | 2.9                          |                              |
| 2000 <sup>T</sup><br>分 节 驳  | 右首左尾<br>对 角 线 加 载                   | 427          |                                | 127          | 135 | 6                            |                              |
| *5000 <sup>T</sup><br>分 节 驳 | 左尾右首<br>对 角 线 加 载                   | 2842.1       |                                | 408          | 390 | 4.6                          |                              |
| 备 注                         | “*” 为了验证薄壁梁理论是否适用, 引用了上海船研所实船试验的数据. |              |                                |              |     |                              |                              |

表3 舱口对角线变形量比较

| 模    型             |        |     | 薄壁梁<br>(cm) | 有限元<br>(cm) | 模型试验<br>(cm) |
|--------------------|--------|-----|-------------|-------------|--------------|
| 5.5 <sup>m</sup>   | 伸<br>长 | 伸长量 | 0.2335      | 0.2108      | 0.2190*      |
|                    |        | 误差% | 6.6         | -3.74       | 0            |
|                    | 缩<br>短 | 缩短值 | -0.2318     | 0.2096      | -0.2184*     |
|                    |        | 误差% | 6.13        | -4.02       | 0            |
| 6.096 <sup>m</sup> | 伸<br>长 | 伸长量 | 0.4162      | 0.3794      | 0.4118       |
|                    |        | 误差% | 1.06        | -7.86       | 0            |
|                    | 缩<br>短 | 缩短值 | -0.4148     | -0.3752     | -0.4008      |
|                    |        | 误差% | 3.49        | -6.4        | 0            |
| 备    注             |        |     | * 取自第一次试测值  |             |              |

$$\sigma_{\text{首}} = 0.5 \left( 1 + \frac{L}{20L_0} \right) \left( 2 - \frac{b}{a} \right) \left( \frac{L_1}{L_0} \right) \tau_{cp}$$

式中: L——船长, m

$L_0$ ——尾封闭端长度, m

$L_1$ ——首封闭端长度, m

a——椭圆的长轴, m

b——椭圆的短轴, m

$\tau_{c.p}$ ——船(模)中的平均剪应力, kgf/cm<sup>2</sup>

对于直角形舱口角, 取  $\frac{b}{a} = 0$ , 圆角  $\frac{b}{a} = 1$

$$b \geq \frac{1}{20} B', \text{ 其中 } B' \text{ —— 舱口宽, m}$$

b. 首舱口角隅的集中剪应力:

$$\tau_{\text{首}} = 1.2 \left( 2 - \frac{b}{a} \left( 1 + \frac{h}{H'} \right)^3 \right) \tau_{cp}$$

式中:

$$\frac{b}{a} \left( 1 + \frac{h}{H'} \right)^3 \leq 1$$