

高等院校教学参考书

普通物理思考题 习题全解

(下)

(程守洙第三版)

高 联 改编

长春市大专院校普通物理题解编写组

第二册 目 录

第三篇 电场和磁场

第 八 章	真空中的静电场·····	1
第 九 章	导体和电介质中的静电场·····	44
第 十 章	电流和电场·····	81
第 十 一 章	真空中的磁场·····	104
第 十 二 章	磁介质中的磁场·····	156
第 十 三 章	电磁感应·····	167
第 十 四 章	电磁场·····	197

第四篇 振动和波动

第 十 七 章	电磁波·····	205
第 十 八 章	波动光学·····	213

第五篇 量子物理

第 十 九 章	波和粒子·····	242
第 二 十 章	量子力学基础·····	259
第 二 十 一 章	原子核和基本粒子简介·····	274

第三篇 电场和磁场

第八章 真空中的静电场

8-1. 有人提出：“对于电场中的某定点，场强的大小 $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ ， $\vec{E}$ 不是与试验电荷 q_0 成反比吗？为什么说 $\vec{E}$ 与 q_0 无关？”回答这个问题。

解：因为 q_0 受场力 $\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} \vec{r}$ ，与 q_0 成正比，故 $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$ 与 q_0 无关。

8-2. 在一个带正电的金属球附近，放一带正电的点电荷 q_0 ，测得 q_0 所受的力为 F ，试问 $\frac{F}{q_0}$ 是大于、等于还是小于该点的场强？如果金属球带负电，则又如何？

解：当点电荷 q_0 很小时，无论 q_0 是正或是负，该处的场强都等于 $\frac{F}{q_0}$ ，金属球带正电，则场强为正；如果金属球带负电，则场强为负。

8-3. 在某一点电荷附近的任一点，如果没有把试验电荷放进去，这点的电场强度是否为零？

解：不为零。因为场强与试验电荷无关。

8—4. 电荷在电场中某点受到的电场力很大，该点的电场强度是否也一定很大？

解：不一定。因为电场力与试验电荷成正比，当 q_0 很大时，电场力也可以很大，而电场强度由 $E = \frac{F}{q_0}$ 决定，故 E 不一定很大。

8—5. 如果把质量为 m 的点电荷 q 放在任一电场中，由静止状态释放，此电荷是否一定沿着电力线运动？

解：一般来说，电荷不一定沿电力线运动，因为电力线在某点的切线方向代表电场方向，即电荷受力方向，也就是电荷得到加速度的方向，与电荷运动方向不是一回事，在均匀电场中，电荷由静止开始运动时，才沿着电力线运动。

8—6. 根据点电荷的场强公式 $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ 当所考察的点和点电荷的距离 $r \rightarrow 0$ 时，则场强 $E \rightarrow \infty$ ，这是没有物理意义的，对这似是而非的问题应如何解释？

解：点电荷的概念是一种理想化模型，只对相互距离比带电体的尺寸大得多的情况才成立。所以当 $r \rightarrow 0$ 时，则点电荷的公式不成立，应看作是体带电情况。

8—7. 在真空中有 A, B 两板，相距均为 S ，分别带电量 $+q, -q$ 。有人说，两板之间的作用力 $f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$ ，又有人说因 $f = Eq$ ，而 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ， $\sigma = \frac{q}{S}$ ，所以 $f = \frac{q^2}{\epsilon_0 S}$ 。试问这两种说法对吗？为什么？到底 f 应等于多少？

解：对于带电板而言，当然不能用点电荷公式，即

$f \neq \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$ 。如果把极板看得充分大，则电场可看成均匀的，

则 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ，故每一极板上的电荷受到另一极板上的作用

力为

$$f = \int df = \int \frac{\sigma}{\epsilon_0} dq = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot q = \frac{q^2}{\epsilon_0 S}$$

可见此时后一种说法是对的。

8—8. 在高斯定理 $\epsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{S} = q$ 中，在任何情况下电场强度 $\vec{E}$ 是否完全由该电荷 q 产生？

解：不一定。因为电荷产生的电场是在空间分布的，故封闭曲面处的场强不仅由被包围的曲面内的电荷决定，而且与外部的电荷有关。

8—9. 如果在封闭面上的 E 处处为零，能否肯定此封闭面内一定没有净电荷？

解：根据高斯定理可知，如果封闭面上场强处处为零，则曲面积分等于零、故净电荷等于零。

8—10. 有人用高斯定理求电量为 $\pm q$ 的电偶极子的场强，求法如下：以电偶极子的中心为球心，以 r 为半径作一球面把电偶极子包围，则有 $\epsilon_0 \oint E \cos\theta ds = q + (-q)$ ，化简得 $\epsilon_0 E \cos\theta \oint ds = 0$ ，即 $\epsilon_0 E \cos\theta \cdot 4\pi r^2 = 0$ ，所以 $E = 0$ 。所得结果是在球面上各点的场强为零。这样，与实际情况不符合，试指出他的错误。

解：包围电偶极子的球面上各点的场强不相等，因而在

$\oint E \cos \theta dS$ 中不能把 $E \cos \theta$ 从积分号中提出来, 所以不能得出 E 处处为零的结果。

8—11. (1) 一点电荷 q 位于一立方体中心, 立方体边长为 a 。试问通过立方体一面的电通量是多少? (2) 如果这电荷移动到立方体的一个角上, 这时通过立方体每一面的电通量各是多少?

解: (1) 通过整个立方体各面的电通量的总和等于 $\frac{q}{\epsilon_0}$, 而各个面的通量相等, 所以, 每个面的通量为 $\frac{1}{6} \frac{q}{\epsilon_0}$ 。

(2) 当电荷移到立方体一角时, 则电荷并不被立方体所包围, 为了包围 q , 必须有八个相同的立方体才行, 这时在 24 个面上的总通量为 $\frac{q}{\epsilon_0}$, 故与 q 不在同一面上的各面通量为 $\frac{1}{24} \frac{q}{\epsilon_0}$, 而与 q 在同一面上的通量皆为零。

8—12. 在电场中作一球形封闭面, 如图所示。(1) 当电荷 q 分别处在球心 O 点或球面内 B 点时, 问通过这球面的电通量是否相同? (2) 当这个电荷处在球面外的 P 点或 Q 点时, 通过球面的电通量是否相同?

解: 根据高斯定理知, 穿过封闭曲面的通量仅与包围的电荷有关, 与电荷的位置无关, 所以 (1) 相同, 电通量等于 $\frac{q}{\epsilon_0}$ (2) 相同, 皆为零。

8—13. 要是库伦定律中 γ 的指数不是恰好是 2, 高斯定理是否还成立?

解: 不成立。因为 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\gamma^n}$ 中的 $n \neq 2$ 故应用

高斯定理于某点电荷时

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^n} \cdot d\vec{S} = \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^n} \cdot r^2 d\Omega$$

其中 $d\Omega$ 是立体角元, q 在圆心处, 则可得

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^n} r^2 \cdot 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

可见, 高斯定理不成立了。

8—14. 处于空气中的半径为 1.0 米的球形导体, 能够带有的最大电量为多少库伦? 能达到多高的电势? 已知空气的击穿场强为 3.0×10^6 伏特/米。

解: 对于球形导体, 其电场强度为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

所以最大电量 $Q_{max} = 4\pi\epsilon_0 r^2 \cdot E_{max} = 4\pi\epsilon_0 r^2 \cdot E_{击穿}$

$$\therefore Q_{max} = \frac{1}{9.0 \times 10^9} \times (1.0)^2 \times 3.0 \times 10^6 = 3.3 \times 10^{-4} \text{ (库伦)}$$

最高电势 $U_{max} = \frac{Q_{max}}{4\pi\epsilon_0 r} = r E_{max} = 3.0 \times 10^6$ (伏特)

8—15. 当产生电场的全部电荷分布在有限区域内时, 我们常取无限远处的电势为零。按照这样规定, 说明下述各种情况中电势能的正负。(1) 正电荷(或负电荷)在正电荷的电场中; (2) 正电荷(或负电荷)在负电荷的电场中。

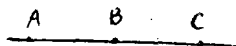
解: 当取无限远处电势为零时, 则电荷 q 在电场中某点的电势能为 $W = Uq$, 其正负由电势与电荷的正负乘积决定。故

1) 当处在正电荷电场中时, W 正负由 q 决定, $q > 0$ 。

则 $W > 0$ 、 $q < 0$ 、 $W < 0$ 。

2) 当处在负电荷场中时, $U < 0$ 。故 W 与 q 反号, $q > 0$ 、 $W < 0$, $q < 0$, $W > 0$ 。

8—16. A 、 B 、 C 三点同在一直线上, 如图所示。电势大小的关系是 $U_A > U_B > U_C$ 。



题 8—16 图

(1) 现在放一正电荷于 B 点。在电场力作用下, 此电荷向

电势高处走还是向电势低处走? (2) 放一负电荷于 B 点又怎样? (3) 根据能量守恒与转换定律, 试说明在 B 点不论放正电荷或负电荷它总是向电势能低的方向移动。

解: 由 $U_A > U_B > U_C$ 知电场方向由 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 。(1) 正电荷在 B 处受力方向与电场方向同、故电荷向 C 运动。

(2) 如放负电荷、受力方向与电场方向相反、向 A 运动。

(3) 在电量一定时, 电势能大小与电势成比例。 $q > 0$ 时, $U_C < U_B$ 。故向 C 运动时, W 减少。当 $q < 0$ 时、 $U_A > U_B$ 。故 $qU_A < qU_B$ 即仍是电势能减少。能量的变化与电场力作功相当。而沿电场力运动, 电场作正功, 都使它势能减少。

8—17. 有一带正电荷的尘埃、在一正电荷的电场中沿着电力线方向移动, 它的动能和电势能怎样改变?

解: 当尘埃与点电荷 q 相距 r 时, 其电势能为

$$W_p = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon r}$$

故当尘埃沿电力线移动时, 电势能随 r 增大而减少。但系统处于保守场中总能量应不变, 所以动能 $E_K = E - E_p$ 。显然将随 r 增大而增加。

8—18. 电场中两点电势的高低是否与试验电荷的正负

有关？电势差的数值是否与试验电荷的电量有关。

解：根据电势及电势差的定义，它们仅与产生电场的电荷分布有关（如果在电介质中尚与极化有关），而与实验电荷无关。

8—19. 试根据场强与电势梯度的关系分析下列问题：

（1）在电势不变的空间内，电场强度是否为零？

（2）在电势为零处，场强是否一定为零？（3）场强为零处，电势是否一定为零？

解：（1）由场强与电势的微分关系 $\vec{E} = -\text{grad}U$ 可知，在电势不变的空间，电场必为零。（2）但电势为零处，电势梯度不一定亦为零，故场强不一定为零。（3）电场为零，则电势梯度为零，但电势不一定为零（如在等势面上）。

8—20. 在均匀电场中，各点的电势梯度是否相等？各点的电势是否相等？

解：由上题知，均匀电场中各点的电势梯度必相等。一般 $\text{grad}U$ 不一定为零，故电势不完全相等。

8—21. 两个不同电势的等势面是否可以相交？同一等势面是否可与自身相交

解：当我们选定了零电势位置以后，电场中各点的电势都是确定的、不可能同一点有两个不同的电势，所以不同电势的等势面是不可能相交的。

8—22. 两个质量各为1千克的铜球，相距1米。

问：（1）每一铜球有多少个电子？（2）两球之间的电性吸引力为 10^4 牛顿（近似于1吨力）时，有多少个电子从一个铜球转移到另一个铜球上？（3）这些电子占球上电子总数的多大部分？

解：（1）铜原子的原子量为63.5，而每一碳单位的质量为 1.66×10^{-27} 千克，所以每个原子的质量为 $m = 63.5 \times 1.66 \times 10^{-27}$ 千克。在1千克铜球中含有原子数为 $N_A = 1 \div 63.5 \times 1.66 \times 10^{-27} = 9.43 \times 10^{24}$ 。而每个原子含有电子数为29个，所以共有电子数

$$N_e = 29 \times 9.43 \times 10^{24} = 2.73 \times 10^{26} \text{ 个。}$$

（2）利用库仑定律可知铜球带电荷

$$q = \sqrt{F \cdot 4\pi\epsilon_0} \cdot r = 1.05 \times 10^{-3} \text{ 库伦。}$$

每一电子电量为 1.60×10^{-19} 库伦，故可知共有

$$N = q/e = 1.05 \times 10^{-3} / 1.60 \times 10^{-19} = 6.56 \times 10^{15} \text{ 个。}$$

电子从一个铜球转移到另一个铜球上。

$$(3) N/N_e = 6.56 \times 10^{15} / 2.73 \times 10^{26} = 2.4 \times 10^{-9} \%$$

8—23. 为了得到1库伦电量的大小的概念，试计算两个都是1库伦的点电荷在真空中相距1米时的作用力和相距1千米时的作用力。

$$\begin{aligned} \text{解： } F_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1^2} = 9.00 \times 10^9 \times \frac{1^2}{1^2} \\ &= 9.00 \times 10^9 \text{ (牛顿)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2} = 9.00 \times 10^9 \times \frac{1^2}{(1 \times 10^3)^2} \\ &= 9.00 \times 10^3 \text{ (牛顿)} \end{aligned}$$

可见，1库伦电量的电荷之间的作用力相当大，所以一般点电荷的电量远小于1库伦。

8—24. 氢原子由一个质子和一个电子组成。根据古典理论，在正常状态下，电子绕核作圆周运动，轨道半径是

5.29×10^{-11} 米。已知质子质量 $M = 1.67 \times 10^{-27}$ 千克，电子质量 $m = 9.11 \times 10^{-31}$ 千克，电荷分别为 $\pm e = 1.60 \times 10^{-19}$ 库仑。

(1) 求电子所受库仑力，(2) 库仑力是万有引力的多少倍？(3) 求电子的速度。

解：(1) 电子受的库仑力 $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

代入条件得到 $F_e = 9.00 \times 10^{+9} \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$
 $= 8.23 \times 10^{-8}$ (牛顿) (2) 万有引力为

$F_m = G \frac{M \cdot m}{r^2} = 6.70 \times 10^{-11} \times \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 9.11 \times 10^{-31}}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$
 $= 3.64 \times 10^{-47}$ (牛顿)

故库仑力与万有引力之比为

$F_e/F_m = 8.23 \times 10^{-8} / 3.64 \times 10^{-47} = 2.26 \times 10^{39}$ 。

可见，库仑力比万有引力大得多。(3) 为求电子速度，可利用电子的圆运动的向心力与库仑力相等条件 即

$$\frac{mv^2}{r} = F_e \quad \therefore v = \sqrt{\frac{F_e \cdot r}{m}} = 2.19 \times 10^6 \text{ (米/秒)}$$

8—25. 把某一电荷 Q 分成两部分，使它们相隔一给定距离。如果要使这两部分有最大库仑斥力，问两部分电荷应怎样分配？

解：把电荷 Q 分为 q 与 $(Q-q)$ 两部分，则两部分电荷之间的库仑力为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(Q-q)}{r^2}$$

取最大值时，满足如下条件

$$\frac{\partial F}{\partial q} = 0 \quad \therefore \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2}(Q-2q) = 0$$

$$\therefore q = \frac{Q}{2}$$

可见，只有电荷平均分配时，相互作用的库仑力为最大。

8—26. 在某一时刻，从 ${}_{92}^{238}\text{U}$ 的放射性衰变中(${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$)跑出来的 α 粒子，离 ${}_{90}^{234}\text{Th}$ 核的中心为 9×10^{-15} 米，这时(1)作用在 α 粒子上的力是多大？(2) α 粒子的加速度是多少？

解 ${}_{90}^{234}\text{Th}$ 中含有电荷 $90e$ ， ${}_2^4\text{He}$ 含有电荷 $2e$ 所以(1)作用在 α 粒子上的库仑力为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9.00 \times 10^9 \frac{(90e) \times (2e)}{(9.0 \times 10^{-15})^2} \\ = 512 \text{ (牛顿)}$$

$$(2) \quad a = \frac{F}{m} = \frac{512}{4 \times 1.6 \times 10^{-27}} = 8.0 \times 10^{28} \text{ (米/秒}^2\text{)}$$

8—27. 两个相同的小球，质量都是 m 带等值同号的电荷 q ，各用长为 l 的细线挂在同一点，如图所示。设平衡时两线夹角 2θ 很小，试证明下列近似等式

$$x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

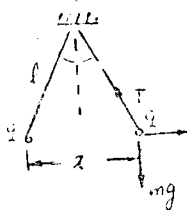
式中 x 为两球平衡时的距离。

(1) 如果 $l=1.2$ 米， $m=10$ 克， $x=5.0$ 厘米，则每个小球带的电荷 q 是多少？(2) 如果每个球以 1.0×10^{-9} 库仑/秒的恒定速率放电，求两球彼此趋近时的瞬时相对速

率(即 $\dot{x}$) 是多少?

解: 由小球平衡条件知, 静电力应与重力, 张力的合力大小相同, 方向相反。即。

$$T \sin \theta = F, \quad T \cos \theta = mg$$



题c-27图

于是有 $\tan \theta = \frac{F}{mg}$, 如果 θ 很小, $\tan \theta \approx \sin \theta$

$$\therefore \sin \theta = \frac{x/2}{l} = \frac{F}{mg}$$

由库仑定律知 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2}$, 代入上式得到

$$x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

由此式可得 (1)

$$q = \left(\frac{2\pi\epsilon_0 mg x^3}{l} \right)^{1/2} = \left[\frac{10 \times 10^{-3} \times 9.8 \times (5.0 \times 10^{-2})^3}{2 \times 9.00 \times 10^9 \times 1.20} \right]^{1/2}$$

$$\approx \pm 2.28 \times 10^{-3} \text{ 库仑.}$$

(2) 为求瞬时速率, 对 x 微分一次

$$\dot{x} = \frac{2}{3} \left(\frac{l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3} \cdot q^{-\frac{1}{3}} \dot{q} = \frac{2}{3} x \cdot q^{-1} \dot{q}$$

$$= \frac{2}{3} \times 5.0 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2.38 \times 10^{-3}} \times 1.0 \times 10^{-9}$$

$$= 1.40 \times 10^{-3} \text{ 米/秒.}$$

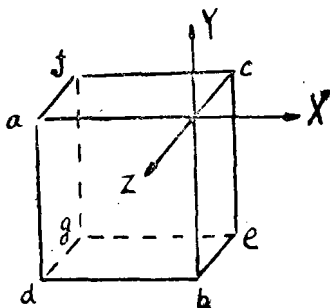
0-23. 有一边长为 a 的立方体, 每一角上放一点电荷 q 。

(1) 试证任一角上的电荷所受合力的大小为

$$F = \frac{0.262q^2}{\epsilon_0 a^2}$$

(2) $\vec{F}$ 的方向如何?

解: 由图可知, 对电荷 q 的作用力是各项顶点电荷对它的库仑力的矢量合, 由于电荷分布的对称性, 合力方向应沿 $g \rightarrow q$ 的方向。很显然, a, b, c 三点电荷对 q 的库仑力相等, 并分别沿 X, Y, Z 轴方向, 其大小为



题 8—28 图

$$F_a = F_b = F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

而 d, e, f 三点电荷对 q 的库仑力也彼此相等, 为

$$F_d = F_e = F_f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2}$$

其方向分别沿各面的对角线方向。把它们分别投影到 X, Y, Z 轴方向与 F_a, F_b, F_c 分别相加得到沿 X, Y, Z 方向的分力

$$F_x = F_a + F_d \cos 45^\circ + F_f \cos 45^\circ = \frac{(2 + \sqrt{2})q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$F_y = F_b + F_d \cos 45^\circ + F_e \cos 45^\circ = \frac{(2 + \sqrt{2})q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$F_z = F_c + F_e \cos 45^\circ + F_f \cos 45^\circ = \frac{(2 + \sqrt{2})q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$$

它们的合力 沿 $g \rightarrow q$ 方向, 大小为

$$F' = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{(2 + \sqrt{2})q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$$

而 g 对 q 的作用力大小为

$$F_g = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(\sqrt{3}a)^2}$$

故各点对 q 的合力大小为

$$\begin{aligned} F = F' + F_g &= \frac{b^2}{12\pi\epsilon_0 a^2} + \sqrt{3} \frac{(2 + \sqrt{2})q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2} \\ &= \frac{(2 + 6\sqrt{3} + 3\sqrt{6})}{24\pi\epsilon_0 a^2} q^2 = \frac{0.262q^2}{\epsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

方向沿 $g \rightarrow q$ (体对角线) 方向。

8—29. (1) 求距离金原子核 10^{-12} 厘米处的电场强度。(2) 求距离质子 5.29×10^{-11} 米处的电场强度。

解: (1) 金原子核带有正电荷 $q = 79 \times 1.60 \times 10^{-19}$ 库伦

$$\begin{aligned} \therefore E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = 9.00 \times 10^9 \times \frac{79 \times 1.6 \times 10^{-19}}{(1 \times 10^{-14})^2} \\ &= 1.14 \times 10^{21} \text{ (伏/米)} \end{aligned}$$

(2) 质子带电荷为 $q = e = 1.60 \times 10^{-19}$ 库伦。故在距质子 5.29×10^{-11} 米处场强为

$$E = 9.00 \times 10^9 \times \frac{1.60 \times 10^{-19}}{(5.29 \times 10^{-11})^2} = 5.14 \times 10^{11} \text{ (伏/米)}$$

8—30. 在 X 轴上有一点电荷 $q_1 = +20 \times 10^{-6}$ 库伦, 位于原点。另一点电荷 $q_2 = +50 \times 10^{-8}$ 库伦, 位于 $x = -10$ 厘米处, 试求 X 轴上任一点的电场强度。

解: X 在轴上不同位置处的场强不同, 但都等于两点电荷电场的迭加分三种情况讨论。

(1) 当 $x > 0$ 时, 两点电荷场同方向 (沿 x 方向) 所以

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(x+0.10)^2} \right)$$

$$= 9.00 \times 10^4 \left[\frac{2.0}{x^2} + \frac{5.0}{(x+0.10)^2} \right] \text{ (伏/米)}$$

(2) 当 $-0.1 < x < 0$ 时, 两点电荷场强方向相反, 故有

$$E = 9.00 \times 10^4 \left[\frac{5.0}{(x+0.10)^2} - \frac{2.0}{x^2} \right] \text{ (伏/米)}$$

(3) 当 $x < -0.10$ 时, 两点电荷场同方向 (沿 $-x$ 方向) 故

$$E = -9.00 \times 10^4 \left[\frac{2.0}{x^2} + \frac{5.0}{(x+0.10)^2} \right] \text{ (伏/米)}$$

8—31. (1) 地球表面附近的电场强度近似为200伏/米, 方向指向地球中心。试求地球带的总电量。(2) 在离地面1400米处, 电场强度降为20伏/米, 方向仍指向地球中心, 试计算在1400米下大气层里的平均电荷密度。

解: 设地球是均匀带电体, 则电场以球心成球对称分布故:

(1) 在地表面作闭球面 有

$$\oint E dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore -E = \frac{Q}{4\pi R^2 \epsilon_0} \quad \text{或} \quad -Q = 4\pi R^2 \epsilon_0 E$$

地球半径 $R = 6.37 \times 10^6$ 米, 代入后得到

$$Q = -(9.0 \times 10^9)^{-1} \times (6.37 \times 10^6)^2 \times 200$$

$$= -9.02 \times 10^5 \text{ (库仑)}$$

(2) 设大气中电荷为 q ，在1400米处作闭球面。有

$$\oint E' dS = \frac{Q+q}{\epsilon_0}$$

$$\begin{aligned} \therefore q &= -E' 4\pi(R+h)^2 \epsilon_0 - Q \\ &= 4\pi R^2 \epsilon_0 E - 4\pi(R+h)^2 \epsilon_0 E' \\ &= 4\pi \epsilon_0 [R^2 E - (R+h)^2 E'] \end{aligned}$$

大气层中电荷密度

$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{4\pi \epsilon_0 [R^2 E - (R+h)^2 E']}{\frac{4}{3}\pi [(R+h)^3 - R^3]}$$

考虑 $R \gg h$ 所以上式近似的有

$$\rho \doteq \frac{\epsilon_0 R^2 [E - E']}{\frac{1}{3} [3R^2 h + 2Rh^2 + h^3]} \doteq \epsilon_0 \frac{E - E'}{h}$$

$$= 8.85 \times 10^{-12} \times \frac{200 - 20}{1.40 \times 10^3} = 1.14 \times 10^{-12} \text{ 库/米}^3$$

8—32. 在直角三角形 ABC 的 A 点上，有电荷 $q_1 = 1.8 \times 10^{-9}$ 库仑，在 B 点上有电荷 $q_2 = -4.3 \times 10^{-9}$ 库仑，试求 C 点的电场强度（大小和方向）。

($AC = 0.03$ 米， $BC = 0.04$ 米，)

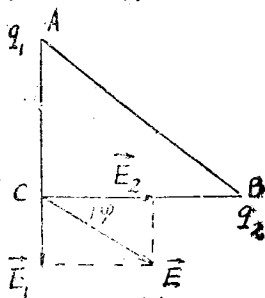
解： q_1 在 C 点的场强大小为

$$E_1 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} = 1.8 \times 10^4 \text{ (伏/米)}$$

方向沿 AC 方向。

q_2 在 C 点的场强大小为

$$E_2 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} = 2.7 \times 10^4 \text{ (伏/米) 方向为 } CB \text{ 方向。}$$



题 8—32 图