正交试验设计

中国科学院数学研究所概率统计室编

前　　言

在生产斗争和科学实验中经常要进行许多试验。试验如何安排是很重要的一件事，安排得好，试验次数不多，就能找出事物发展的内在规律，得到满意的结果；试验安排不好，既浪费大量的人力、物力，还不一定达到预期的目的。“试验设计”这门科学就是研究如何合理地、科学地安排试验，以及如何综合分析试验的结果。试验设计的方法很多，这里推荐一种“正交试验设计”的方法，实践证明这种方法对解决多因素、多指标等一类较复杂的问题很有成效，并且相当普遍的一类试验都可以用这种方法设计。这个方法程序比较简单，易为广大工农兵掌握和运用。

我们选择了一些在实践中取得一定效果的实例作为附录，供同志们参考。

这本小册子是青岛市“正交试验设计”学习班的教材，在编写过程中得到青岛市革委会科技组、北京大学数力系及青岛市有关单位的大力支持和热情帮助，在此向他们表示衷心的感谢。

由于水平所限，小册子中定有不少错误和缺点，欢迎批评指正。

目　录

§1.试验为什么要设计……1
§2.正交拉丁方……3
§3.正交表……6
§4.正交表的直观分析……12
§5.多指标的试验分析……14
§6.考虑交互作用的试验分析……17
§7.正交表的方差分析……18
§8.有重复试验的方差分析……26
§9.正交设计小结……29
附录Ⅰ
1.无芽酶试验报告（青岛啤酒厂）……30
2.数理统计在维尼纶缩醛化工艺的应用（北京维尼纶厂、中国科学院）……43
3.烟灰砖生产条件的选择（北京建材所）……51
4.乙丙胶硫化体系的选择（北京橡胶研究所）……53
5.木素作橡胶补强剂的试验（北京橡胶一厂）……55
6.正交表L_8在增白剂试验中的应用（北京印染厂）……60
7.织机工艺参数对20×20纱
卡其布面纹路清晰度的多因素优选试验(青岛国棉八厂)……61
8.改进化学浆料CMC产品质量的试验（北京第二棉纺织厂）……71
9.鉴定黑大底配方质量总结报告（青岛国营第九橡胶厂）……78
附录Ⅱ
1.正交拉丁方表……87
2.正交表……89
（1）$L_4(2^3)$……89
（2）$L_8(2^7)$……90
（3）$L_8(4\times2^4)$……91
（4）$L_{12}(2^{11})$……91
（5）$L_{16}(2^{15})$……92
（6）$L_{16}(4\times2^{12})$……93
（7）$L_{16}(4^2\times2^9)$……94
（8）$L_{16}(4^3\times2^6)$……95
（9）$L_{16}(4^4\times2^3)$……95
（10）$L_{16}(4^5)$……96
（11）$L_{16}(8\times2^8)$……96
（12）$L_{20}(2^{19})$……97
（13）$L_9(3^4)$……97
（14）$L_{18}(2\times3^7)$……98
（15）$L_{27}(3^{13})$……99
（16）$L_{25}(5^6)$……101
（17）$L_{32}(2^{31})$……102
3.F表……105
4.平方表……108

§1.试验为什么要设计

在生产斗争和科学实验中经常要做许多试验，试验设计得好，试验次数不多，就能得到满意的结果；设计不好，次数既多，结果还不一定满意。试验次数多得不合理，必然浪费大量的人力物力，有时由于时间拖长，试验条件改变而使试验失败。因此，如何合理地设计试验是很值得研究的一个问题。

我们先看一个简单的例子。

例1.某地想移植外地的优良小麦品种，选了A、B、C三种品种进行试验，看哪一种品种在本地更合适一些。

一种试验的方法是把三种品种种在图1(1)的三块田里。如果试验的结果是品种A产量最高，B其次，C最少。我们能否下结论说品种A在本地最适合呢？我们仔细观察一下就会发现三种品种尽管种在相邻的三块地上，但三块地的土质不会完全一样，如果正好种A的这块田土质等条件最好，种B的那块田稍次，种C的那块田最差，那么A的产量高并不一定说明A最适合本地生产，这时品种的好坏与土壤的情况混杂在一起了，给如何下结论带来了困难。因此(1)的这种设计是不好的。如何改善这种设计呢？采用的方法很多，一种是“随机化”的方法，把原来的三大块田每块各分成三小块，在每大块上三种品种都种，三种品种分别种在那一块，由抽签的方法决定(或查一种“随机数表”来定)，如图1(2)所示。这种方法比(1)要好，它使土质等因素对试验的影响大大减弱了，得到的结论就比较可靠。但是这种方法还有不足之处，这种方法土地从纵的方向来看是安排得比较好的，纵的每一大块上三种品种都有；但如果从横的方向把土地分成三大块来看，安排得就不那么好了。在最上面的一大块有两块品种A，没有品种B；而在中间一大块上，种了二块B，没种A。如果土壤按横的三大块划分土质相差较大，则给结果又带来了干扰。于是还有一种“拉丁方”的方法，种植的情况如图1(3)。我们无论从纵的方向还是从横的方向来看，每大块三种品种都有，这样品种的情况就不会和土壤等因素的作用混起来。从这样一个很简单的例子我们就会明白试验为什么要设计。

A	B	C

(1)

A	C	A
C	B	B
B	A	C

(2)

A	B	C
B	C	A
C	A	B

(3)

图1 三种试验方法

在试验中经常遇到的另一个问题是多因素问题，我们还是先看一个简单的例子。

例2.某化工厂想提高某化工产品的质量和产量，对工艺中三个主要因素各分三个等级进行试验，在统计上等级称做“水平”，因素和水平如下：

水平 \ 因素	A：温度	B：压力	C：加碱量
1	80℃	5公斤	2.0公斤
2	100℃	6公斤	2.5公斤
3	120℃	7公斤	3.0公斤

为了书写的简便，A的三个水平用A_1、A_2、A_3表示，对因素B、C一样。

对于这样一个试验许多同志采用下面的方法：首先固定A、B变化C

$$A_1B_1 \begin{cases} C_1 \\ \boxed{C_2} \\ C_3 \end{cases} \qquad \text{（好的用 } \boxed{} \text{ 表示）}$$

试验结果发现C_2最好，然后固定A为A_1，C为C_2，变化B，

$$A_1C_2 \begin{cases} B_1 \\ B_2 \\ \boxed{B_3} \end{cases}$$

结果是B_3好。然后固定B为B_3，C为C_2，变化A，

$$B_3C_2 \begin{cases} A_1 \\ \boxed{A_2} \\ A_3 \end{cases}$$

结果是A_2好，于是下结论说$A_2B_3C_2$最好。这种方法叫做“简单比较”，一般也能得到一定的效果。但是这种方法有一定的缺点，当因素间相互影响比较大时，$A_2B_3C_2$就不一定是最好的；用这种方法做试验，同样的试验次数，提供的信息不够丰富；另外用这种方法做试验，如不做重复试验，给不出误差的估计。如何保持简单比较法的优点(试验次数较少)克服它的缺点呢？“试验设计”提供了许多方法。特别需要指出的是，多因素试验中，在有些情况下，要将因素的水平组合的全部试验都做是不可能的，附录Ⅰ列举的缩醛化试验，全部作要7203次，需五年，实际是办不到的。附录Ⅰ列举的CMC化学浆料的试验，全部作要15625次，也是不可能的。因此在因素较多时，既要考虑试验次数少，又要得出全面的结论，就需要有科学的方法进行合理的安排。

伴随着每个试验都有试验误差，试验误差比较小的场合，处理问题比较方便，当试验误差比较大时，给试验带来很大干扰，甚至因此而得不出正确的结论。要减少试验误差的干扰，在试验操作时应当引起充分重视，尽量保持试验条件的稳定性，测量时力求

精确，对一些误差太大的测量方法加以改进。但不管如何努力，试验误差不可能消灭，因此在试验设计时事先要考虑试验误差的影响，尽量提高试验的精度，排除误差的干扰。

试验设计是数理统计的一门重要分枝，它的主要内容是讨论如何合理的安排试验以及试验后的数据如何分析等。本书仅仅介绍在实际中应用最广的“正交设计法”，有关这方面的内容可参考（1）、（2）和（3）。

§2.正交拉丁方

先看一个例子。

例3.生产某染料，用四种主要原料A——硫磺，B——硫化碱，C——烧碱，D——二硝基，每种原料均取了三个水平，要找一个最好的配方，使质量又好，成本又低。

如果每个因素各个水平的所有组合都做试验，要做 $3^4=81$ 次，试验次数太多，能否作一部分试验，又能得出较好的结果呢？

我们先考虑A、B两个因素，全部试验要作九次，安排如下：

A \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3
A_2	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3
A_3	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3

如果同时还要考察因素C，而试验次数不增加，怎么安排呢？我们看到只有二个因素时，二因素的三个水平互相各碰一次，这样反映的情况比较全面。当三个因素时，要反映的情况比较全面，必须任二个因素间的不同水平各碰一次，回想起上节的第一个例子，采用如下的安排：

A \ C \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_3C_3$
A_2	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_3C_1$
A_3	$A_3B_1C_3$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_3C_2$

这样的安排很均衡，A的每个水平和B的三个水平各碰一次，和C的三个水平也各碰一次；同样B的每个水平和A、C的三个水平也是正好各碰一次；对C也有同样的性质可以设想，虽然只做了九个试验(全部要做 $3^3=27$ 次)，还是可以反映比较全面的情况。为了书写的简便，上面的试验设计表可以简化为：

A \ C B	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

上表右下角是：

1	2	3
2	3	1
3	1	2

我们发现每一行每一列1、2、3正好各出现一次，具有这样性质的方块叫“拉丁方。”由于排这种方块常用拉丁字母，所以就产生了拉丁方的名称。

回到我们的例子，如还要同时考察因素D，能否还保持上述的要求，而试验次数不增加呢？根据方才的经验，D的三个水平必须构成拉丁方，这样和A、B才能均衡。我们用 **1 2 3** 表示D的三个水平，试验安排如下：

A \ C D B	1	2	3
1	1 **1**	2 **2**	3 **3**
2	2 **2**	3 **3**	1 **1**
3	3 **3**	1 **1**	2 **2**

我们看到A、B和C之间很均衡，A、B和D之间也很均衡；但C和D之间就不均衡了，C的1水平只和D的**1**相碰，和**2**、**3**一次也没碰到，C的其它水平也有类似的情形。这样的安排是不好的，如果试验的结果发现C的1水平最好，同时自然也可认为是D的**1**水平最好，C和D的作用混杂在一起了。因此，设计需要改进。D的三个水平要排成拉丁这一点是不能废的，问题是D的拉丁方和C的不能一样，两个拉丁方之间要搭配均匀，按此原则改成如下的设计

C D B / A	1	2	3
1	1 **1**	2 **2**	3 **3**
2	2 **3**	3 **1**	1 **2**
3	3 **2**	1 **3**	2 **1**

D的三个水平组成的是拉丁方，它和A、B之间的搭配是均匀的，D和C之间的搭配也是均匀的，D的每一个水平和C的1、2、3各碰一次，同样C的每一水平和D的**1**、**2**、**3**也各碰一次，达到设计的要求，这样设计就比较好。

我们将C和D的两个拉丁方迭在一起

1	2	3
2	3	1
3	1	2

→

1 **1**	2 **2**	3 **3**
2 **3**	3 **1**	1 **2**
3 **2**	1 **3**	2 **1**

←

1	**2**	**3**
3	**1**	**2**
2	**3**	**1**

发现1、2、3与**1**、**2**、**3**各碰一次，既无重复又无遗漏，具有这种性质的两个拉丁方叫“正交拉丁方”。例如下面三个拉丁方就是两两正交的：

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

许多书上附3正交拉丁方的表，本书附录Ⅱ也附了一部分正交拉丁方，供使用的方便。

正交拉丁方设计由于互相搭配均匀，在分析数据时可以把每个因素的作用分得清清楚楚，不会混杂，并且可以方便地找到最优工艺条件。正交拉丁方设计可以大大减少试验次数，例3的试验全部要作$3^4=81$次，而我们只作了九次。对于因素更多，水平更多的情况节省的数量就更为惊人，例如8因素，每因素7水平，全部试验要$7^8=5764801$次，用正交拉丁方只需49次。因此当因素较多时，用正交拉丁方来安排试验是比较好的，它既能减少试验次数，又能达到因素间的均衡，提供分析试验的信息比较丰富，还能给出试验误差的估计。

§3. 正　交　表

用正交拉丁方在安排试验时通常是排成表格的形式。如例 3 的设计，我们给它编上试验号码，以①、②……⑨表示，填在原来的设计里

C D ＼ B A	1	2	3
1	1 **1** ①	2 **2** ②	3 **3** ③
2	2 **3** ④	3 **1** ⑤	1 **2** ⑥
3	3 **2** ⑦	1 **3** ⑧	2 **1** ⑨

把它立成表格，就成为：

因素 试验号	A	B	C	D
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

这个表A、B、C、D任二列之间，三个水平1、2、3之间正好各碰一次，搭配很均匀。具有这种性质的表叫正交表，附录Ⅰ列了常用的正交表。

正交表是不是都从正交拉丁方来的呢？不是的，正交拉丁方必须要试验次数等于正整数的平方（注意并不是每个正整数都有正交拉丁方，如 6 × 6 的正交拉丁方就不存在），而正交表并不一定，只要任两列之间具有搭配均匀的性质就可以了。所以正交表是正交拉丁方的自然推广，以后只介绍正交表的用法就够了。

为了叙述的方便，给正交表一个记号，$L_8(2^7)$、$L_{16}(2^{15})$、$L_9(3^4)$、$L_{27}(3^{13})$、$L_{16}(4^5)$等等，符号“L”代表正交表；L下面的数字8、16、9、27等表示试验次数；括

弧内指数的数字7、15、4、13、5等表示最多允许安排因素的个数；括弧内下面的数2、3、4等表示因素的水平数。如$L_{27}(3^{13})$表示做27个试验，每个因素取3个水平，最多允许安排13个因素。$L_{16}(4^2\times2^9)$表示做16个试验，其中最多允许安排二个四水平的因素，九个二水平的因素。

在介绍如何使用正交表之前，先介绍一个重要的概念，叫做“交互作用”。有实践经验的同志都知道，在一个试验里，不仅各个因素在起作用，而且因素间有时联合起来起作用，这个作用就叫“交互作用”。举一个通俗的例子。

例4．生产队对四块大豆试验田，用不同方式施肥，结果如下：

第一块没加化肥，平均亩产400斤；第二块加6斤氮肥，平均亩产430斤；第三块加4斤磷肥，平均亩产450斤；第四块加6斤氮肥，4斤磷肥，平均亩产560斤。列成表是：

P磷肥 \ N氮肥	$P_1=0$	$P_2=4$
$N_1=0$	400斤	450斤
$N_2=6$	430斤	560斤

从表中看出，只加4斤磷肥的效果，使亩产增加50斤；只加6斤氮肥的效果，使亩产增加30斤；氮磷肥都加的效果，使亩产增加560斤－400斤＝160斤。因此，

氮磷肥的交互作用效果＝氮磷肥都加的总效果－只加氮肥的效果－只加磷肥的效果＝160斤－30斤－50斤＝80斤。

用第一节讲的简单比较的办法，一般无法判断交互作用的大小，而正交表有时可以考虑交互作用，并给出大小的估计，这是正交表的优点之一。

现在介绍如何使用正交表：

（1）根据试验的目的，确定试验要考察的因素，如果对事物的变化规律了解不多，因素可以多取一些；如果对其规律已有相当了解，可以准确的判断主要因素，这时因素可取少一些。

（2）确定每个因素变化的水平。每个因素的水平数可以相等，也可以不等。重要的因素，或者特别希望详细了解的因素水平可多一些，其余可少一些。

（3）估计试验条件的情况，看看一次能做多少试验，一次做不完，需要分成几次。

（4）综合上述三点选取L表。

我们通过几个例子来说明怎么选用L表。

例5．考察影响某化工产品产量的四个主要因素，每个因素选二个水平：

因素 \ 水平	A（酸的浓度）	B（反应时间）	C（酸的当量）	D（反应温度）
1	93%	30分	45	70℃
2	87%	15分	35	60℃

（1）只考虑A、B、C三个因素选$L_8(2^7)$比较合适，按附录Ⅱ的表头设计

列　号	1	2	3	4	5	6	7
因　素	A	B	A×B	C	A×C	B×C	

此时三个因素的两两交互作用全可计算出来。共做八个试验，安排试验时交互作用列不需要，试验安排列成下表：

试验号＼因素	A	B	C
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	2	1
4	1	2	2
5	2	1	1
6	2	1	2
7	2	2	1
8	2	2	2

（2）如果四个因素都要考虑，而它们的交互作用从经验上知道不大，此时仍选$L_8(2^7)$。由附录Ⅱ表头设计得：

列　号	1	2	3	4	5	6	7
因　素	A	B	A×B C×D	C	A×C B×D	B×C A×D	D

这时保证了因素的作用可以分析得清楚，而交互作用由于很小，不需要单独拿出来，而让它们混杂在一起。

（3）如果四个因素都考虑，并且特别希望分析A与B、C、D的交互作用，而其它的交互作用很小，此时仍选$L_8(2^7)$，表头设计如下（见附录Ⅱ）：

列　号	1	2	3	4	5	6	7
因　素	A	B C×D	A×B	C B×D	A×C	D B×C	A×C

在此设计中有一些混杂，B和C×D混，C和B×D混，D和B×C混，但由于C×D，B×D，B×C可认为很小，故不影响结果的分析。

附录Ⅱ列出了部分表头设计，使读者用起来格外方便。为了使读者灵活运用正交表，我们还列出了二列间的交互作用表。如我们要了解$L_8(2^7)$两列间的交互作用，

方才这个情况，我们把A、B、C、D分别放在1、2、4、6四列，我们希望知道它们的交互作用在那一列上。由交互作用表可以方便地查出来。因为A放在第一列，查表中（1）的这一行，B放在第2列，查2这一列，对应数为3，即A×B在第3列。同样欲查C×D在哪一列，就查（4）行和6列对应的数，此数为2，即C×D在第二列。表头设计就是通过二列间的交互作用表查出来的。读者可以不拘泥于我们已给的表头设计利用交互作用表自行设计。附录Ⅱ没有给表头设计与交互作用表的L表，表示用这些表一般难以考虑交互作用*，只能考虑因素本身的作用。

（4）如果四个因素都考虑，因素的所有两两交互作用也要考虑。这时由$L_8(2^7)$的表头设计中看出选$L_8(2^7)$是不可能办到的，于是选$L_{16}(2^{15})$，由附录Ⅱ它的表头设计如下：

列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
因素	A	B	A×B	C	A×C	B×C		D	A×D	B×D		C×D			

例6.为了提高造纸的质量，考虑如下四个因素：纸浆浓度（A），纸浆材料（B），打浆程序（C），温度（D）。每个因素都取三个水平。

①如果只考虑因素A、B、C，不考虑交互作用，此时选$L_9(3^4)$，A、B、C可放在$L_9(3^4)$表中四列中的任意三列，如可放在前三列：

列　号	1	2	3	4
因　素	A	B	C	

②如果四个因素都考虑，不考虑交互作用，这时要根据具体情况来定。

（Ⅰ）试验费用昂贵，希望少做点试验，可仍取$L_9(3^4)$，表头设计为：

列　号	1	2	3	4
因　素	A	B	C	D

这样设计分析的精度差，如条件允许最好不选这个表，而选试验次数更多的表。

（Ⅱ）试验费用不太大，试验比较方便，此时选$L_{18}(2\times3^7)$为宜，表头设计如下（A、B、C、D放在2～8列中任四列均可）

列　号	1	2	3	4	5	6	7	8
因　素		A	B	C	D			

这样分析的精度比$L_9(3^4)$有所提高。

---

* 我们说的交互作用严格来讲是一阶交互作用，还有$A^2\times B$、$B^2\times C^2$、$A\times B\times C$等高阶交互作用，一般的正交设计只考虑到一阶交互作用。

③如需要考察的有因素A、B、C及它们两两的所有交互作用，这时$L_9(3^4)$、$L_{18}(2\times3^7)$均不可能做到，选用$L_{27}(3^{13})$，表头设计如下（具附录Ⅱ）

列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
因素	A	B	$(A\times B)_1$	$(A\times B)_2$	C	$(A\times C)_1$	$(A\times C)_2$	$(B\times C)_1$			$(B\times C)_2$		

其中每个交互作用都占了两列。

例7.研究某一橡胶配方，选了四个因素，每个因素选了四个水平：

水平＼因素	促进剂总量 (A)	氧化锌总量 (B)	促进剂D占的比例 (D)	促进剂M占的比例 (M)
1	2.9	1	25%	34.7%
2	3.1	3	30%	39.7%
3	3.3	5	35%	44.7%
4	3.5	7	40%	49.7%

（1）四个因素全考虑四水平，选用$L_{16}(4^5)$，四个因素放在表的任四列，表头设计为：

列　号	1	2	3	4	5
因　素	A	B	C	D	

这时不可能考虑交互作用。

（2）A、B、C取四水平，D取二水平。选$L_{16}(4^3\times2^6)$，A、B、C放在前三列，D放在4～9列中任一列：

列　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
因　素	A	B	C			D			

由以上三例，我们看出选择L表时有如下几条原则：

（1）先看水平数。如全是二水平的，就取二水平的L表，L_8、L_{16}、L_{12}、L_{20}、L_{32}等；全是三水平的选L_9、L_{18}、L_{27}等；全是四水平的选L_{16}、L_{64}等；全是五水平的选L_{25}等；五水平以上我们没有列出正交表，可用正交拉丁方。水平数不等的选$L_{16}(4^3\times2^6)$，$L_8(4\times2^4)$等。

（2）根据试验要求来定L表。试验精度要求高的可取试验次数多的L表；试验费用昂贵的，可取试验次数少的L表。要分析的交互作用多的，要选大的L表；可以认为交互作用小的，可选小的L表。

总之，要具体情况具体分析，灵活应用，不可一概而论。

最后我们还要讲两点，在安排试验时应予考虑的。

（1）分区组

如果一批试验中需要在几台不同的机器（或用几种原料）上进行，为了防止机器（或原料）的不同带来一些误差而干扰试验的分析，在安排试验时可以用L表中未排因素的一列来安排机器（或原料）。

类似的，如果指标检验需要几个人（或几台仪器）检验，为了消除不同人（仪器）检验的水平不同给试验分析带来干扰，也可采用在L表中用一列来安排的办法。

如例7（2），检验指标时必须在两台设备上进行，为了消除设备的不同对试验的干扰，我们把设备当作一个因素排在第九列上，凡是该列为“1”的，在第一台设备上检验；凡是为“2”的，在第二台设备上检验。

这样一种办法叫做分区组的办法。

（2）随机化

在以上的例子中，每个因素的水平总是由小到大（或由大到小）的顺序排列，按正交表排试验，所有的“1”水平要碰在一起，而这种极端的情况有时是不希望出现的，有时没有实际意义，有时希望出现某一个特定的水平组合，因此最好因素的水平不要全是由小到大排。那么水平究竟怎么排好呢？常用的一种方法叫“随机化”。

一是对部分因素的水平随机化。如例7，
本来促进剂总量的四个水平是由小到大排列的，即：

水　平	1	2	3	4
A	2.9	3.1	3.3	3.5

现对A的水平进行随机化，所谓随机化就是不用人为地主观地决定A四个水平的位置，而采用抽签（或查随机数表）的办法决定。抽签的结果是：

水　平	1	2	3	4
A	3.3	3.5	2.9	3.1

同样也可对其它因素的水平随机化。

另一是对试验号码随机化。试验进行的次序不是按正交表的试验号码进行，也用抽签等办法来决定，这么作是减少试验中由于先后掌握不匀带来的误差干扰。这个办法不是对所有试验都适用的，有些试验的次序不能随意改变。

两种随机化可都采用或只采用一个，视具体情况而定。

下面就转入介绍正交表的分析。

§ 4.正交表的直观分析

上节介绍了正交表的选择，正交表选定后，进行试验，试验后的数据如何分析呢？我们介绍两种分析方法，一种是直观分析，方法很简单直观；另一种是“方差分析法”，这种方法分析得比较精细，但有一定的计算量。后一种方法将在以后介绍。

例8.用大麦不发芽制啤酒的试验中（以后简称无芽酶试验），选了四个因素，每个因素三个水平。考察指标：粉状粒。

水平 \ 因素	底　水　A	浸氨时间B	920浓度C	氨水浓度D
1	136	180	2.5	0.25
2	138	215	3.0	0.26
3	140	250	3.5	0.27

这项试验全是三水平的，应选L_9、L_{18}、L_{27}等正交表，由于试验工作量所限L_{18}以上一次做不了，于是选$L_9(3^4)$，按如下表头设计

列　号	1	2	3	4
因　素	A	B	C	D

对A的水平作了随机化

水　平	1	2	3
A	140	136	138

于是因素和水平重新列表如下

水平 \ 因素	A	B	C	D
1	140	180	2.5	0.25
2	136	215	3.0	0.26
3	138	250	3.5	0.27

用L_9安排试验，测得粉状粒数据如下：

表 1　　　　　　无芽酶试验计算表

试验号＼列号	A 1	B 2	C 3	D 4	粉状粒(%)
1	1	1	1	1	45.5
2	1	2	2	2	33.0
3	1	3	3	3	32.5
4	2	1	2	3	36.5
5	2	2	3	1	32.0
6	2	3	1	2	14.5
7	3	1	3	2	40.5
8	3	2	1	3	33.0
9	3	3	2	1	28.0
K_1	111.0	122.5	93.0	105.5	
K_2	83.0	98.0	97.5	88.0	
K_3	101.5	75.0	105.0	102.0	
$\overline{k_1}$	37.0	40.8	31.0	35.2	
$\overline{k_2}$	27.7	32.7	32.5	29.3	
$\overline{k_3}$	33.8	25.0	35.0	34.0	

表 1 中K_1表示每列中凡是对应“1”的试验数据相加，如A列$K_1=45.5+33.0+32.5=111.0$，D列$K_1=45.5+32.0+28.0=105.5$，K_2、K_3的意义相同$\overline{k_1}$、$\overline{k_2}$、$\overline{k_3}$是用K_1、K_2、K_3除以 3，即它们表示因素三个水平对应的平均粉状粒。这是正交设计的优点，在每个因素都变化的情况下，它仍然能够清楚地分出每个因素对指标的影响大小，知道对应于每个水平的指标平均值。

作因素和指标的关系图，即把每个因素的$\overline{k_1}$、$\overline{k_2}$、$\overline{k_3}$点在坐标纸上。

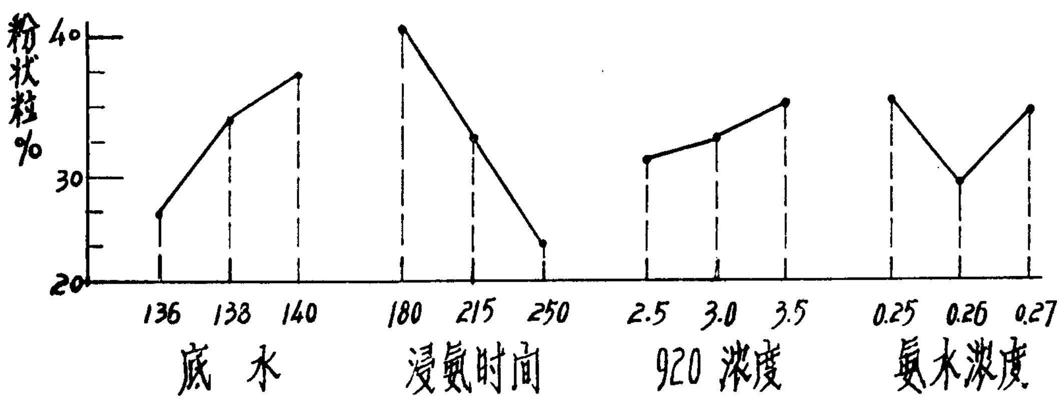

图 2　四个因素与粉状粒的关系

粉状粒越高越好，图2表明：

（1）底水越大，粉状粒越高，以140最高；

（2）吸氨时间越短，粉状粒越高，以180最高；

（3）920浓度越大，粉状粒越高，以3.5最高；

（4）氨水浓度为0.25时，粉状粒最高。

由以上四点，工艺条件应定在$A_1B_1C_3D_1$（如果仅考虑粉状粒一个指标）。因最佳点都在试验范围的边界，还应扩大试验范围，寻求更好的工艺条件。

但是，分析到这儿还是很不够的，毛主席教导我们："**不能把过程中所有的矛盾平均看待，必须把它们区别为主要的和次要的两类，着重于捉住主要的矛盾，……**"如何分清主次，抓住主要矛盾呢？直观上很容易看出，一个因素对粉状粒影响大，是主要的，那么这个因素不同的水平，相应的平均粉状粒之间差异比较大；一个因素影响不大，是次要的，相应的粉状粒差异较小。反应在图上，点子散布大的因素是主要的；散布小的是次要的。

用上述原则从图2看出：浸氨时间的三个点子散布最大，是主要矛盾；底水的点子散布稍小，它的影响居第二位。其余两个因素点子散布都不大，因此可认为它们是次要因素。这样我们就分清了主次，抓住了事物的主要矛盾。

毛主席还教导我们："**然而这种情形不是固定的，矛盾的主要和非主要的方面互相转化着，事物的性质也就随着起变化。**"当试验范围改变时，或试验的条件有所变化，矛盾的主要和次要方面可以互相转化，这一点在实践中是需要很好注意的。

§5.多指标的试验分析

多指标的问题在实际中是大量存在的，多指标的试验分析比单指标要复杂一些，下面通过一个例子讲讲多指标的试验分析。

试验的因素，水平同例7（1），要求考察的指标是：伸长率、变形和屈曲。试验用$L_{16}(4^5)$安排，由于希望出现某特定的水平组合，将D的水平作如下的变动

水　平	1	2	3	4
D	30%	25%	35%	40%

试验的结果如下表所示。