舰艇机动学

中国人民
解放军 海军第一水面舰艇学校

一九八二年五月

绪　　言

舰艇在战斗中，以一定的战术目的占领或变换对目标的相对位置而进行的运动，称为**舰艇机动**。研究运动过程中与目标方位、舷角、距离的变化规律，以及完成各种机动的理论与方法的学科，称为**舰艇机动学**。它是军事航海学的重要组成部分。

一切军事技术和战术都离不开**“保存自己，消灭敌人”**这一作战的根本目的。舰艇进行机动的目的，就是为了在战斗中能充分而有效地发挥本舰的全部兵器的威力；阻碍敌人兵器的使用或降低敌人兵器使用的效果。舰艇机动按其战术使命不同，分为接敌、展开、占领阵位、变换阵位、侦察、搜索和规避等不同的机动方式。

舰艇机动的基本样式，有定向定速机动、定舷角机动、混合机动和曲折机动等。

定向定速机动，又称直航向机动，是最基本最简便的一种机动样式，也是本书所要研究的主要对象。

定舷角机动的特点是在运动过程中，保持本舰所选的有利舷角不变。这种机动样式，曾一度用于火炮对抗的海战中，但由于要不断改变航向，执行起来比较复杂，一直未被推广使用。在双方运动的情况下，若一方作定向定速机动，而另一方对其作定舷角机动时，则称为**混合机动**。

曲折机动是有规律地或按预定方案无规律地改变航向航速的一种机动样式，舰船为了规避敌舰炮射击，或规避敌潜艇和航空兵的攻击，常采用曲折机动。

解算舰艇机动命题，有图解和解析计算两种方法。以相对运动原理为理论基础，通过矢量作图解算问题，是目前最基本最常用的方法。舰艇指挥员必须深刻理解相对运动原理，熟练掌握图解绘算的方法，才能在执行任务时，灵活而迅速地解算各种机动问题，保证舰艇机动顺利实施。随着计算机技术的发展和普及，为了适应现代海上战斗的需要，我军舰艇必将逐步实现机动计算的自动化。解析法——数学模型是计算机软件的基础，为了适应机动计算自动化的需要，我们特将常用的舰艇机动数学模型，集中附于本书之后，供学习参考。

目　　录

第 一 章

舰艇机动基础知识

相对于某一目标进行机动的舰艇称为**机动舰**；相对于机动舰的目标称为**机动目标**，或简称**目标**。机动舰通常是指己方的舰艇或编队，机动目标可能是敌舰或编队，也可能是己方的舰船或编队。

目标分为固定目标和机动目标两种，固定目标包括岸上的设施、建筑物、工事、炮台和停泊的舰船等。机动目标指的是在航的舰船，亦称为**目标舰**。

为了在标图及舰艇机动中便于区分机动舰和机动目标，通常用“W”表示机动舰，用“d”表示敌方的机动目标。如果机动目标是己方舰船或编队，则用“M”表示。

舰艇相对于某一目标的位置，称为**阵位**。

由解析几何可知，在极座标系里，某点相对于极点的位置，用极径和极角来表示。在舰艇机动学中，是采用极座标系来表示阵位的。把目标当作极点，机动舰与目标之间的距离，就是极径，机动舰对于目标的方向角，就是极角。同样，也可以以机动舰为极点，以目标对于机动舰的方向角为极角。如图1—1(a)中，W舰的阵位是在W舰看目标d的方位（F）000°0、距离（D）100L的位置上（以下文中所提及的方位及其数值，凡未加特别说明均为机动舰W看目标d的方位和数值）。舰艇与舰艇之间的阵位，一般用舷角（X）和距离（D）来表示。如图1—1(b)中，W舰的阵位为X_d、D；反之d舰的阵位为X_w、D。

表示阵位的舷角（或方位）、距离称之为**阵位要素**。

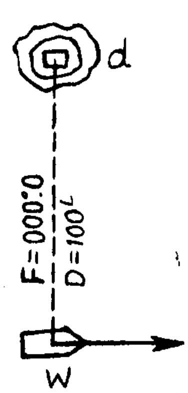

图 1—1(a)

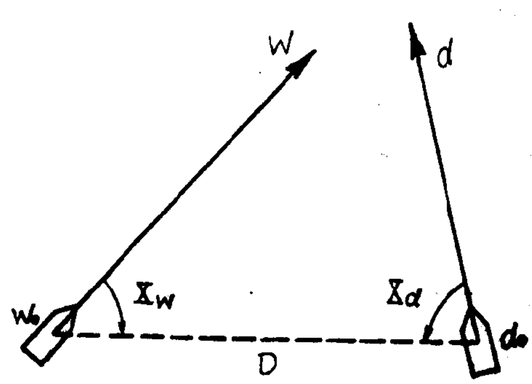

图 1—1(b)

第 一 节　单舰对固定目标定向定速运动时阵位要素的变化和绘算

一、阵位要素变化率

（一）距变率、横移率和位变率

机动舰对某一固定目标作定向定速机动时，与目标的方位、距离在不断地变化，也就是机动舰的阵位要素在不断地变化。研究阵位要素的变化率，对指导舰艇正确实施战斗活动有一定的实际意义。如图1—2所示，机动舰位于W_0点，W_0W_1为速度矢量，用$\vec{V}_w$表示。对固定目标作定向定速运动，此时刻的舷角为X_W。现将$\vec{V}_W$分解为沿方位线W_0d方向的分矢量$\vec{V}_A$和沿方位线垂直方向的分矢量$\vec{V}_B$。分矢量$\vec{V}_A$表示该时刻机动舰对目标的距离变化速度，分矢量$\vec{V}_B$表示该时刻机动舰在垂直方位线的方向上对目标的横移速度，而舰艇的横移则引起了对目标方位的变化。由此，对距变率、横移率和位变率定义如下：

距变率：机动舰在单位时间内对目标的距离变化量，当时间趋近于零时的极限值。用代号D_{bl}表示。

横移率：机动舰在单位时间内与目标原方位线的横向移动量，当时间趋近于零时的极限值。用代号H_{yl}表示。

位变率：机动舰在单位时间内对目标的方位变化量，当时间趋近于零时的极限值。用代号F_{bl}表示。

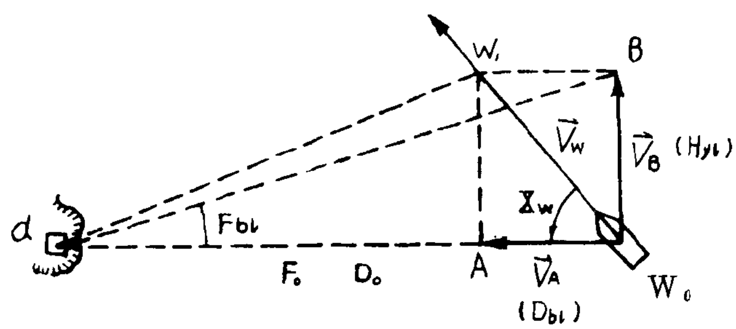

图 1—2

（二）距变率、横移率和位变率的符号及计算公式

1．符号

机动舰对目标作定向定速运动时，若舷角$X_W>90°$，对目标的距离逐渐增大；反之，若舷角$X_W<90°$，则对目标的距离逐渐减小。当目标在机动舰的右舷时，目标方位逐渐增大；反之，目标在机动舰的左舷时，方位就逐渐减小。因此把距变率、横移率、位变率的符号作如下规定：

$X_W>90°$，D_{bl}为“+”；$X_W<90°$，D_{bl}为“−”。

X_W为右舷舷角，H_{yl}、F_{bl}均为“+”；X_W为左舷舷角，H_{yl}、F_{bl}均为“−”。

2．公式

从图1—2中可得距变率、横移率和位变率的计算公式如下：

$$D_{bl} = -V_W\cos X_W \qquad (1-1)$$

$$H_{yl} = V_W\sin X_W \qquad (1-2)$$

$$\mathrm{tg}F_{bl} = \frac{H_{yl}}{D_0}$$

因位变率F_b很小，$\mathrm{tg}F_{bl}\approx F_{bl}$（弧度值），则

$$F_{bl} = \frac{V_W\sin X_W}{D_0} \qquad (1-3)$$

以上讨论的距变率、横移率和位变率，都是表示机动舰某时刻的阵位要素变化率，即研究它们变化的瞬时值。考虑到舰艇进行战斗活动时，通常以分为单位用距变率、位变率公式来求距离、方位的变化量，因此取距离单位为“链”，舷角或方位单位为“度”，速度单位为“节”，则公式（1—1）、（1—2）、（1—3）可写为：

$$\left.\begin{aligned} D_{bl} &= -\frac{V_W}{6}\cos X_W \text{（链/分）} \\ H_{yl} &= \frac{V_W}{6}\sin X_W \text{（链/分）} \\ F_{bl} &= \frac{V_W \sin X_W}{6D_0}\times 57\ 3 \text{（度/分）} \end{aligned}\right\} \quad (1\text{—}4)$$

另外，在图 1—2 中，如 W_0W_1 航程很短，则 W_0W_1 远小于距离 D_0，显然，$\angle W_0dW_1 \approx \angle W_0dB$，所以，为了方便起见，在绘算中也常用$\angle W_0dW_1$代替$\angle W_0dB$当作位变率$F_{bl}$。

用公式（1—4）解得的值作为一分钟距离、方位变化量是存在误差的，现以其中$D_{bl} = -\frac{V_W}{6}\cos X_W$为例，对该误差分析如下：

如图1—3，假设机动舰初始位置在W_0点，此时测得目标 d 的方位、距离为F_0、D_0，一分钟后机动舰的位置移到W_1点，测目标 d 的方位、距离为 F_1、D_1，作$W_1A \perp W_0d$，以 d 为圆心，D_1为半径作弧交dW_0于 B 点，由$\triangle W_0W_1A$可知，用(1—4)式求得的一分钟距离变化量为：

$$W_0A = -\frac{V_W}{6}\cos X_W \text{（链/分）},$$

∵ $D_0 - D_1 = W_0B$（一分钟的实际距离变化量）

∴ 用W_0A作为一分钟距离变化量含有误差AB，

$AB = dB - dA = D_1 - dA$

又 $dA = D_1\cos F_{bl}$，代入上式得

$$AB = D_1 - D_1\cos F_{bl} = D_1(1-\cos F_{bl}) = 2D_1\sin^2\left(\frac{F_b}{2}\right)$$

即 $$AB = 2D_1\sin^2\left(\frac{F_{bl}}{2}\right) \quad (1\text{—}5)$$

公式（1—5）说明一分钟内产生的误差是很小的，例如设$D_1 = 100L$，$F_{bl} = 2^\circ 25$，代入

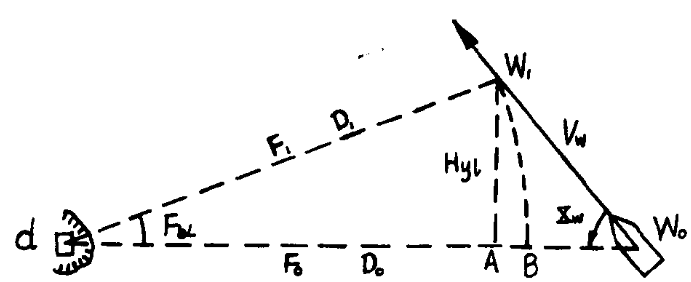

图 1—3

公式（1—5）可得一分钟距离变化量的误差约为0.08L。

同理也可以说明用公式（1—4）所计算的一分钟方位变化量的误差亦是很小的。

然而必须明确指出，尽管用公式(1—4)计算的值作为一分钟内的距离和方位变化量的误差是很小的，但(1—4)式中的舷角是一个变量，随着时间的延长，舷角X_w的变化越来越大，所以(1—4)公式仅适用于短时间（例如几分钟）内求距离和方位的变化量。

（三）查表求距变率、横移率、位变率

为了计算方便，根据公式(1—4)分别制成距变率表、横移率表和位变率表（见附表一、二、三）。使用时可根据航速、舷角为引数，在附表一、二中分别查得距变率和横移率，再以横移率和目标距离为引数，查附表三可得位变率。在《航海表》中，表Ⅲ—16亦专门列有距变率表、横移率表和位变率表，以供查阅之用。

例：W舰对敌岸炮阵地实施火力机动，0958进入战斗航向030°0，航速24节。1000目标方位090°0（舷角$X_w = 60°$右），距离70L，求此时刻的距变率、横移率和位变率。

解：以引数$V = 24$节和$X_w = 60°$查距变率表得$D_{bl} = -2$链/分。

查横移率表得$H_{yl} = +3.5$链/分。

再以$H_{yl} = 3.5$和$D_0 = 70L$为引数查位变率表得$F_{bl} = +2°9$/分。

（四）距变率、横移率、位变率的分析

距变率、横移率、位变率的符号和大小，表示了舰艇与目标之间的距离、方位变化的方向和快慢，我们对距变率、横移率、位变率进行分析，就是要找出其变化规律，以便应用于舰艇战斗活动。

由距变率、位变率公式可知，当目标在我舰舷角0°或180°附近时（即舰首尾方向），目标的距离变化很快，而方位变化很慢。当目标在我舰舷角90°附近时（即正横方向），目标的距离变化很慢，而方位很快。因此，在相同的速度条件下，不同的舷角，距变率、横移率、位变率都有它的最大值和最小值，现列表说明如下。

舷角(X)	$D_{bl} = -V\cos X$	$H_{yl} = V\sin X$	$F_{bl} = 57°3 \times \frac{H_{yl}}{D_0}$	
0	$-V$	0	0	右舷为“+”
90	0	V	$57°3 \times \frac{V}{D_0}$	
180	V	0	0	左舷为“-”

机动舰对某一目标进行机动时，有时需要变向或变速，以达到改变距变率、横移率和位变率的目的，因此有必要进一步分析由于改变航向或航速而引起距变率、横移率和位变率的变化情况。

将公式(1—1)、(1—2)、(1—3)对变量X和V进行全微分可得：

$$dD_{bl} = V\sin X dX - \cos X dV$$

$$dH_{yl} = V\cos X dX + \sin X dV$$

$$dF_{bl} = \frac{V\cos X}{D_0} dX + \frac{\sin X}{D_0} dV$$

取有限增量可写为下列形式：

$$\left.\begin{aligned}\Delta D_{bl} &= \Delta X\cdot V\cdot \sin X - \Delta V\cdot \cos X\\ \Delta H_{yl} &= \Delta X\cdot V\cdot \cos X + \Delta V\cdot \sin X\\ \Delta F_{bl} &= \Delta X\cdot \frac{V\cos X}{D_0} + \frac{\sin X}{D_0}\cdot \Delta V\end{aligned}\right\} \quad (1—6)$$

由公式（1—6）可知：

1．当舷角（X）接近90°时，如果改变航向（亦即改变舷角）而航速保持不变（即$\Delta V=0$），将使距变率的变化量（ΔD_{bl}）达到最大，而横移率的变化量（ΔH_{yl}）和位变率的变化量（ΔF_{bl}）为最小。如果改变航速而航向保持不变（即$\Delta X=0$），将使距变率的变化量（ΔD_{bl}）最小，而横移率的变化量（ΔH_{yl}）和位变率的变化量（ΔF_{b}）达到最大。

2．当舷角（X）接近0°或180°时，如果改变航向而航速不变（即$\Delta V=0$），将使距变率的变化量（ΔD_{b}）最小，而横移率的变化量（ΔH_{yl}）和位变率的变化量（ΔF_{bl}）达到最大。如果改变航速而航向保持不变（即$\Delta X=0$），将使距变率的变化量（ΔD_{bl}）达到最大，而横移率的变化量（ΔH_{bl}）和位变率的变化量（ΔF_{bl}）最小。

通过以上分析，可以得出以下结论：

当机动舰的舷角接近90°时，若改变舰艇航向（舷角），将引起D_{bl}的急剧变化；若改变舰艇航速，则引起H_{yl}和F_{bl}的急剧变化。

当机动舰的舷角接近0°或180°时，若改变舰艇航向（舷角），将引起H_{yl}和F_{bl}的急剧变化；若改变舰艇航速，则引起D_{bl}的急剧变化。

二、单舰对固定目标定向定速运动时阵位要素的绘算

舰艇对某固定目标进行战斗活动时，有时需要预先推算某时刻的阵位要素，或者推算阵位要素变化到某一值的时刻。现把这两种绘算方法分别叙述如下。

（一）求某时刻的阵位要素

1．查表计算法

例： W舰航向$H_W=030°.0$，航速$V_W=24$节，对敌阵地进行火力机动，1000敌阵地的方位为$F_0=090°.0$，距离$D_0=70L$，求1003敌阵地的新阵位要素（F_1、X_{W1}、D_1）为多少？

解：

（1）查表求距变率、横移率和位变率

计算$X_{W0}=F_0-H_W=090°.0-030°.0=60°$右，以$X_{W0}$和$D_0$查距变率表、横移率表得：

$D_{bl}=-2.0L/m$；

$H_{yl}=+3.5L/m$。

以H_{yl}和D_0查位变率表得：

$F_{bl}=+2°.9/m$。

（2）求3分钟内（1000～1003）距离变化量（ΔD）和方位变化量（θ）

$\Delta D=-2.0\times3=-6L$；

$\theta=+2°9\times3=+8°7$。

（3）求1003敌阵地的新阵位要素

$F_1=F_0+\theta=090°.0+(+8°.7)=098°.7$；

$X_{W1}=X_{W0}+\theta=60°+(+8°.7)=68°7$右；

$D_1 = D_0 + \Delta D = 70 + (-6) = 64L$。

由于距变率、横移率和位变率都是变量，因此查表求一段时间内的距离变化量和方位变化量也是含有误差的，因此这种计算法只能是近似值，只适用于远距离目标和短时间间隔。

2．图解法

图解法求阵位要素的变化，是根据本舰的运动要素进行推算而得。这种方法不受目标距离远近和时间长短的影响，所以广为应用。现仍以上例说明其绘算步骤如下。

如图1—4所示：

（1）根据最初的阵位要素F_0、D_0在图上分别标出W舰和目标d的位置W_0、d；

（2）从W_0点绘出030°0的航向线W_0W_1；

（3）计算1000到1003所走的航程 $S = V_W \times T = 4L/m \times 3^m = 12L$，截取$W_0W_1 = S$ 12L得W_1点；

（4）从W_1量取目标d的方位$F_1 = 099°0$，舷角$X_{W1} = 69°0$右，距离$D_1 = 65L$，就是1003时刻目标d的新阵位要素。

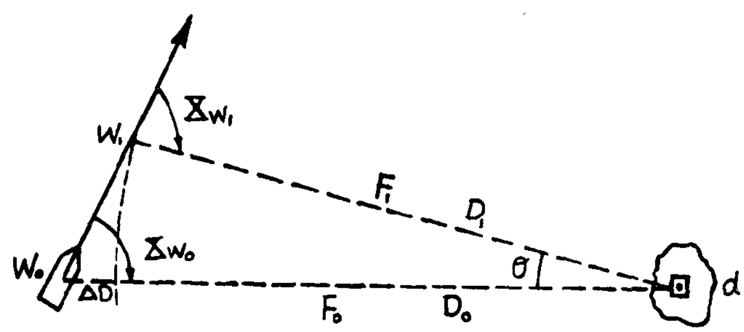

图 1—4

（二）求阵位要素变化到某一值的时刻

当机动舰以一定航向、航速对固定目标进行运动时，初始的阵位要素不一定都适合战术要求。以火炮攻击来说，什么时候目标进入有效射程，什么时候目标的舷角、方位能适合战术要求……等等，都是经常要遇到的绘算问题。现举例说明绘算方法如下：

例：某驱逐舰（W）准备对敌阵地实施火炮射击，选择战斗航向 $H_W = 090°0$，航速$V_W = 18$节，前后主炮能同时对目标射击的舷角为45°～135°之间，进入战斗航向时目标方位为050°0，距离为90L。

求（1）舷角变化到45°所需的时间（T_1）和此时的距离（D_1）；

（2）舷角变化到90°所需的时间（T_2）和此时的距离（D_2）；

（3）全部主炮都能同时对目标射击的总时间（T_3）。

解：如图1—5所示。

（1）求舷角变化到45°所需时间（T_1）和此时的距离（D_1）。

A、计算出舷角$X_{W1} = 45°$左时的目标方位F_1，$F_1 = H + X = 090°0 + (-45°) = 045°0$，从目标d作045°的逆方位线交航向线于$W_1$点，从$W_1$点看目标的舷角即为$X_{W1} = 45°$左；

B、量取航程W_0W_1，得$W_0W_1 = 1.11$海里，所需时间$T_1 = \dfrac{W_0W_1}{V_W} = \dfrac{1.11\text{海里}}{18\text{节}} = 3.7$分钟；

C、量取此时的目标距离$W_1d=D_1=81.8$链。

（2）求舷角变化到90°所需时间（T_2）和此时的距离（D_2）。

A、计算出舷角$X_{w2}=90°$左时的目标方位F_2，$F_2=H+X=090°0+(-90°)=000°0$，从目标d作000°0的逆方位线交航向线于$W_2$点，从$W_2$点看目标的舷角即为$X_{w2}=90°$左。

B、量取航程$W_0W_2=6.9$海里，所需时间$T_2=\frac{W_0W_2}{V_w}=\frac{6.9\text{海里}}{18\text{节}}=23$分钟；

C、量得此时的目标距离$W_2d=D_2=57.8$链。

（3）求全部主炮都能同时对目标射击的总时间（T_3）。

A、计算出舷角 $X_{w3}=135°$左 时的目标方位 F_3， $F_3=H+X=090°0+(-135°)=(360.0+090°0)-135°0=315°0$，从目标d作315°0的逆方位线交航向线于$W_3$点，从$W_3$点看目标的舷角即为$X_{w3}=135°$左；

B、量取航程$W_1W_3=11.6$海里，全部主炮都能同时射击的总时间

$$T_3=\frac{W_1W_3}{V_w}=\frac{11.6\text{海里}}{18\text{节}}=38.6\text{分钟。}$$

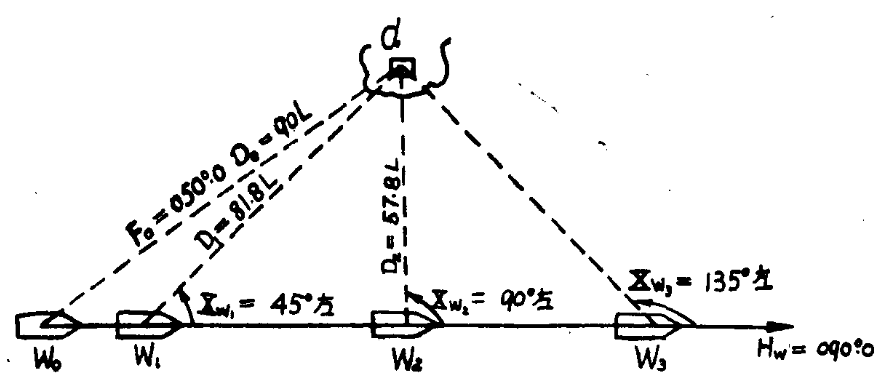

图 1—5

第二节 两舰定向定速运动时阵位要素的变化和绘算

前节研究了单舰对固定目标作定向定速运动时阵位要素变化的一般规律，如果海上目标是运动的舰船，机动舰与目标都作定向定速运动，这种情况下阵位要素的变化规律，取决于双方的航速和舷角，本节要专门研究这个问题。

一、总距变率（ZD_{bl}）、总横移率（ZH_{yl}）、总位变率（ZF_{bl}）

如图1—6， W舰和d舰的初始位置分别在W_0和d_0点，双方各自作定向定速运动。在W_0和d_0点分别作出速度矢量$\vec{V}_w$和$\vec{V}_d$，并将其分解为两个分矢量：一个分矢量沿方位线，另一个分矢量垂直于方位线。

两舰各自的距变率为

$$D_{blw}=-V_w\cos X_w$$
$$D_{bld}=-V_d\cos X_d$$

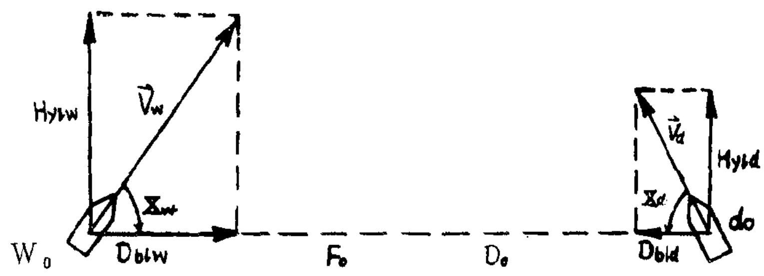

图 1—6

显然，两舰的总距变率（ZD_{bl}）等于各舰距变率的代数和，其数学式为：

$$ZD_{bl} = (-V_w\cos X_w) + (-V_d\cos X_d) \qquad (1—7)$$

总距变率可能为正值，也可能为负值。当距离缩小，则总距变率为负值；当距离扩大，则总距变率为正值。

垂直方位线的两个矢量，就是两舰各自的横移率，即：

$$H_{ylw} = V_w\sin X_w$$
$$H_{yld} = V_d\sin X_d$$

同样，两舰的总横移率（ZH_{yl}）等于各舰横移率的代数和，其数学式为：

$$ZH_{yl} = V_w\sin X_w + V_d\sin X_d \qquad (1—8)$$

两舰的总位变率（ZF_{bl}）是两舰各自位变率的代数和，也是两舰总横移率除以距离D_0的商。因此总位变率的数学式为：

$$ZF_{bl} = \frac{V_w\sin X_w}{D_0} + \frac{V_d\sin X_d}{D_0} = \frac{ZH_{yl}}{D_0} \qquad (1—9)$$

总横移率、总位变率亦有正负之分，方位变大时，总横移率和总位变率均为正值，方位变小时，总横移率和总位变率均为负值。

以上公式（1—7）、（1—8）、（1—9）表示双方定向定速运动时的瞬时值，正如前述，对舰艇实施战斗活动有实际意义的是某一时间间隔内的距离、方位变化量。同样取距离单位为“链”，舷角或方位的单位为“度”，速度单位为“节”，把公式(1—7)、(1—8)、(1—9)变换写成下列形式，即：

$$ZD_{bl} = D_{blw} + D_{bld} = \left(-\frac{V_w}{6}\cos X_w\right) + \left(-\frac{V_d}{6}\cos X_d\right) \text{（链/分）} \qquad (1—10)$$

$$ZH_{yl} = H_{ylw} + H_{yld} = \left(\frac{V_w}{6}\sin X_w\right) + \left(\frac{V_d}{6}\sin X_d\right) \text{（链/分）} \qquad (1—11)$$

$$ZF_{bl} = 57.3° \times \frac{H_{ylw} + H_{yld}}{D_0} = 57.3° \times \frac{V_w\sin X_w + V_d\sin X_d}{6D_0} \text{（度/分）} \qquad (1—12)$$

公式(1—10)、(1—11)、(1—12)所示的ZD_{bl}、ZH_{yl}和ZF_{bl}，可用图1—7(a)和1—7(b)来表示。图1—7(a)为双方同舷运动时的情况，图1—7(b)为双方异舷运动时的情况。

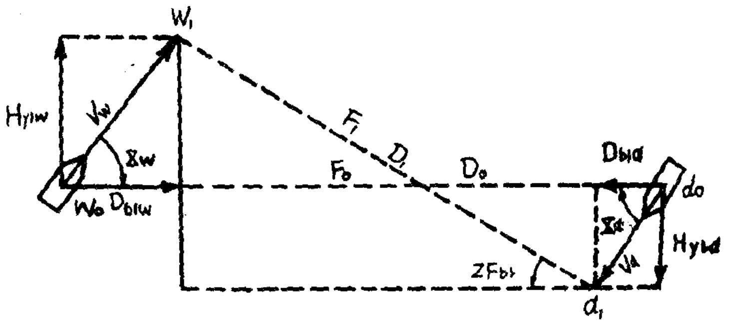

图 1—7(a)

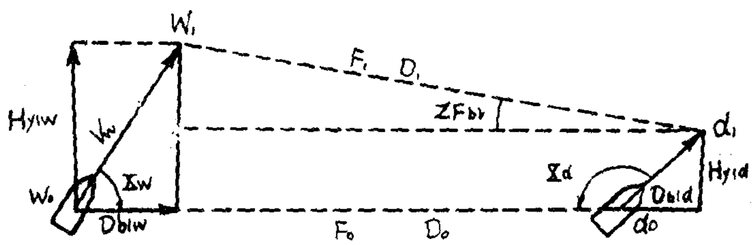

图 1—7(b)

ZD_b 、ZH_{yl}和ZF_{bl}的计算，同样可以查距变率表、横移率表和位变率表求得。

例： W舰和d舰各自作定向定速运动。W舰$H_W=030°0$，$V_W=24$节，d舰$H_d=340°0$，$V_d=15$节，1400W舰测d舰方位$F_0=090°0$，距离$D_0=75L$，求此时刻的总距变率、总横移率和总位变率。

解：

1. 求总距变率：分别以$V_W=24$节，$X_W=60°$右和以$V_d=15$节，$X_d=70°$左为引数，查距变率表得：

$D_{blw}=-2.0$链/分；

$D_{bld}=-0.9$链/分。

则 $ZD_{bl}=D_{blw}+D_{bld}=(-2.0)+(-0.9)=-2.9$链/分。

2. 求总横移率：用以上相同的引数查横移率表得：

$H_{ylw}=+3.5$链/分；

$H_{yld}=-2.4$链/分。

则 $ZH_{yl}=H_{ylw}+H_{yld}=(+3.5)+(-2.4)=+1.1$链/分。

3. 求总位变率：以$ZH_{yl}=+1.1$链/分和$D_0=75L$为引数，查位变率表得：

$ZF_{bl}=+0.9$度/分。

二、求新阵位要素

（一）查表计算法

把查表所求得的总距变率和总位变率，乘以航行的时间，即得该时间内阵位要素的变化量，再加到原来的阵位要素上去，就是所求的新阵位要素。

例： 题意同上例，求1404的新阵位要素。

解：

1．在求出总距变率和总位变率的基础上，求4分钟内两舰的距离变化量（ΔD）和方位变化量（θ）：

$$\Delta D = ZD_{bl} \times T = (-2.9L/m) \times 4^m = -11.6L$$

$$\theta = ZF_{bl} \times T = (+0.9/m) \times 4^m = +3^\circ 6$$

2．求1404的新阵位要素：

$$D_1 = D_0 + \Delta D = 75L + (-11.6L) = 63.4L,$$

$$F_1 = F_0 + \theta = 090^\circ 0 + 3^\circ 6 = 093^\circ 6。$$

这种方法仍然是一种**近似计算法**，只能适用于机动时间短和两舰距离远的情况。

（二）图解法

作图方法，如图1—8所示。

1．根据双方最初的阵位要素F_0、D_0标出两舰的开始位置W_0、d_0，并绘出两舰的航向线W_0W、d_0d；

2．根据$S = V \cdot T$公式，分别求出经过T时间后两舰的航程W_0W_1、d_0d_1，并在各自的航向线上标出W_1和d_1点；

3．量取W_1与d_1之间的方位（F_1）和距离（D_1），就是T时间后的新阵位要素。

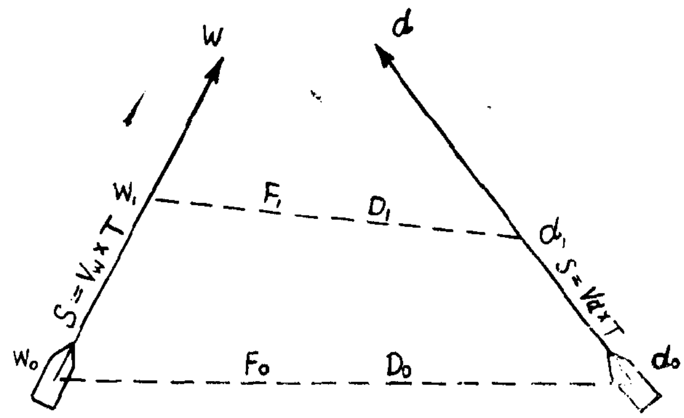

图　1—8

第三节　两舰定向定速相对运动

舰艇在海上进行战斗活动时，由于敌我双方都在运动，有许多舰艇机动的绘算问题，例如采取什么航向才能占领对我有利的阵位，何时敌舰进入我武器的有效射程……等等，这些问题用上节所讲的绘算方法，很难甚至无法解算。因此必须找出一种比较简便的绘算方法，来解决两舰定向定速运动时舰艇机动的各类绘算问题。本节研究的两舰定向定速相对运动，是舰艇机动的各类绘算问题的理论基础。

一、相对运动原理

宇宙间任何运动都是相对的。运动着的物体对于不同的参照系（在描述运动时选作参照的物体，称为**参照系**），具有不同的运动情况。例如坐在行驶的火车车厢里的人，相对于车

厢，人并没有运动，但相对于地面，人在向前运动。运动的物体对某一参照系所作的运动，称之为相对运动。在舰艇机动中，通常是以目标舰作为参照系，研究机动舰对目标舰的相对运动情况。

如图1—9(a)所示，设机动舰W抛锚不动，目标舰d以航速V作直航向运动。当d舰在d_0点时，d舰的阵位要素为F_0、D_0，经过T_1时间，d舰航行至d_1点，阵位要素为F_1、D_1；同样，经过T_2、T_3……时间，d舰到达d_2、d_3……点，则阵位要素分别为F_2、D_2，F_3、D_3……等等。

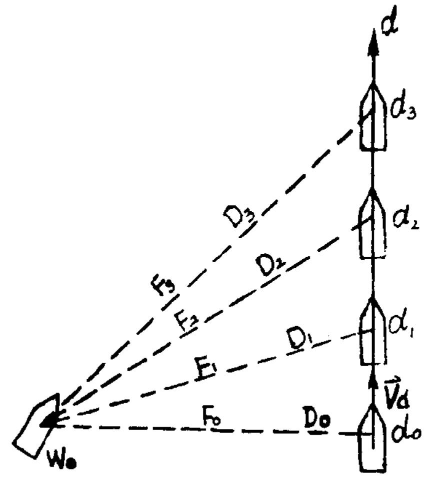

图 1—9(a)

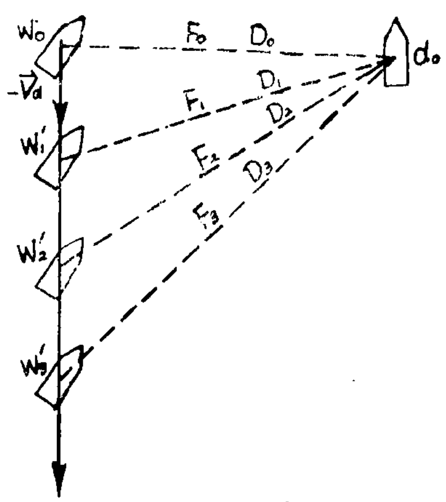

图 1—9(b)

如果我们要描述W舰的运动情况，则把d舰作参照物，即把d舰看作不动，那末W舰就以和d舰运动方向相反，与V_d大小相等的速度对d舰运动。如图1—9(b)，经过T_1、T_2、T_3时间后，W舰对d舰的相对位置分别在W'_1、W'_2、W'_3，其阵位要素的变化与图1—9(a)所示完全一致，由此可见，当$V_W=0$时，W舰对d舰的相对运动可用$-\vec{V}_d$表示。

现在假若W舰和d舰各自作定向定速运动，如图1—10，W舰的速度矢量为$\vec{V}_W$，d舰的速度矢量为$\vec{V}$。以d舰作参照系，W舰对d舰的相对运动由两个速度矢量组成，即W舰除

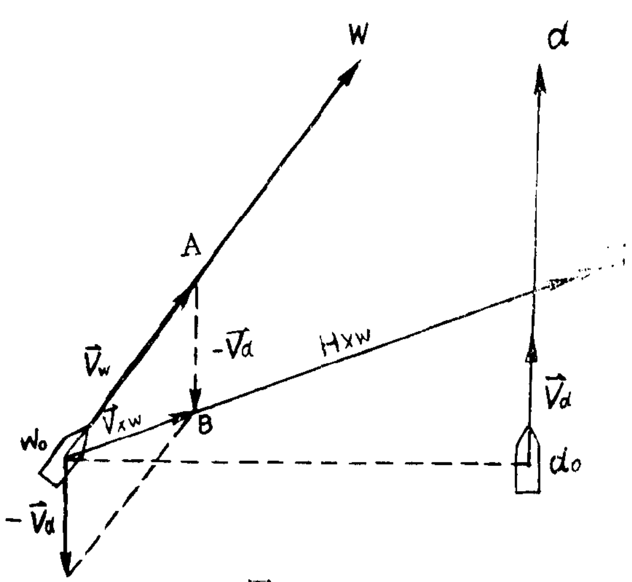

图 1—10

了具有与 d 舰运动方向相反的速度 $-V$ 外，同时还具有其本身以速度 V_w 沿航向线 W_0W 的运动。也就是说，W舰是沿着 $\vec{V}_w$ 和 $-\vec{V}$ 的合速度方向 W_0W' 对 d 舰作相对运动的。

合速度方向，可以通过矢量作图法求得。在图1—10中，由 W_0 点作出 $\vec{V}_w$ 和 $-\vec{V}$，再作出平行四边形，其对角线 W_0B 的方向，就是合速度方向。为了简化作图步骤，实际上只要作 $\triangle W_0AB$ 就可求得合速度矢量（即作 $\overrightarrow{W_0A}=\vec{V}_w$，作 $\overrightarrow{AB}=-\vec{V}_d$，则 $\overrightarrow{W_0B}=$ 合矢量）。我们把 W_0B 方向称为**W舰对 d 舰的相对航向**，用 H_{xw} 表示。W_0B 的大小，即合速度的大小，称为**W舰对d舰的相对速度**，用 V_{xw} 表示。根据矢量相加公式，上述作图方法可用下式表示：

$$\left.\begin{aligned}&\vec{V}_{xw}=\vec{V}_w+(-\vec{V}_d)\\ \text{或}\qquad &\vec{V}_w=\vec{V}+\vec{V}_{xw}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{—}13)$$

通过以上分析，可以得出如下结论：**两舰各自作定向定速运动时，假设一舰不动（作为参照系），则另一舰将以相对速度沿相对航向线对其作相对运动**，相对航向和相对速度可根据上述关系式作图求得。这就是两舰定向定速相对运动原理。

必须指出：W舰在相对航向线上对 d 舰作相对运动时，其舰首仍朝着原航向的方向。

二、相对航向线上阵位要素的变化与实际情况的一致性

运用相对运动原理可把两舰都在运动的复杂情况，变换成一舰不动，另一舰在相对航向线上作相对运动的简单情况。如果能证明相对航向线上阵位要素的变化，与两舰实际运动的阵位要素的变化完全一致，则用相对运动来绘算舰艇机动的各类问题，就要简便得多。

如图1—11所示，设经过 T_1 时间，W舰在相对航向线上运动至 W'_1，$W_0W'_1=V_{xw}\times T_1$，与此同时两舰的实际位置分别在 W_1 和 d_1，其中 $W_0W_1=V_w\times T_1$，$d_0d_1=V\times T_1$。连接 $W_1W'_1$、W'_1d_0 和 W_1d_1，若能证明 $W_1d_1 \mathrel{\underline{\parallel}} W'_1d_0$，也就说明了相对航向线上阵位要素的变化和实际情况是一致的。

证：在 $\triangle W_0AB$ 和 $\triangle W_0W_1W'_1$ 中，

$W_0W_1=V_w\times T_1=W_0A\times T_1$；

$W_0W'_1=V_{xw}\times T_1=W_0B\times T_1$；

则 $\dfrac{W_0W_1}{W_0A}=\dfrac{W_0W'_1}{W_0B}=T_1$。

又 $\angle AW_0B$ 为公共角

$\therefore$ $\triangle W_0AB\backsim\triangle W_0W_1W'_1$。

则 $AB/\!/W_1W'_1$，又因 $AB/\!/d_1d_0$

故 $W_1W'_1/\!/d_1d_0$

根据相似三角形对应边成比例的定理，得：

$$\frac{W_0W_1}{W_0A}=\frac{W_1W'_1}{AB}=T_1$$

$\therefore$ $W_1W'_1=AB\times T_1=V\times T_1$

即 $W_1W'_1=d_1d_0$

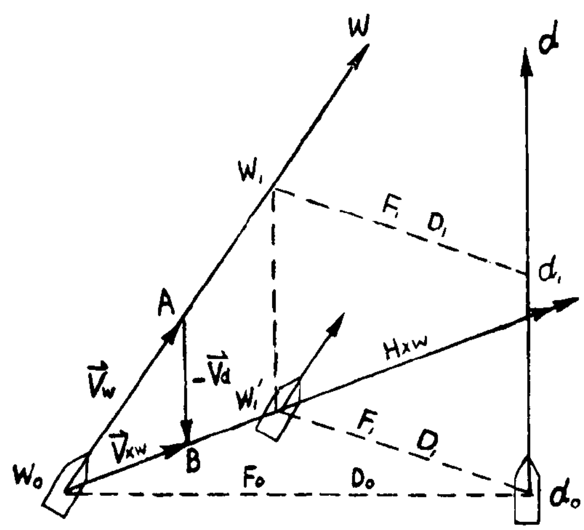

图 1—11

因此四边形$W_1d_1d_0W'_1$为平行四边形。

则　　　　$W_1d_1 \perp\!\!\!= W'_1d_0$,

由以上证明可知，凡是研究两舰定向定速运动中阵位要素的变化，完全可以简化为相对运动来绘算。

三、速度三角形

由$\vec{V}_W$、$\vec{V}_d$、$\vec{V}_X$三个速度矢量组成的三角形，称为**速度三角形**。弄清速度三角形是关系到正确解算相对运动问题的关键，绘算有关两舰定向定速运动的舰艇机动问题，几乎都必须通过解算速度三角形入手。

速度三角形包含六个要素，即三个速度矢量的方向和大小——H_W、V_W、H_d、V_d、H_X、V_X。我们只要知道其中的四个要素，就可作图求得其余两个要素。**速度三角形是否作得正确，关键是要符合公式（1—13）所列的矢量关系式，并且所取速度矢量的比例大小要一致**。至于作图点选在何处，根据绘算方便可以任意选定。如图1—12中，$\triangle W_0AB$、$\triangle W_0CB$

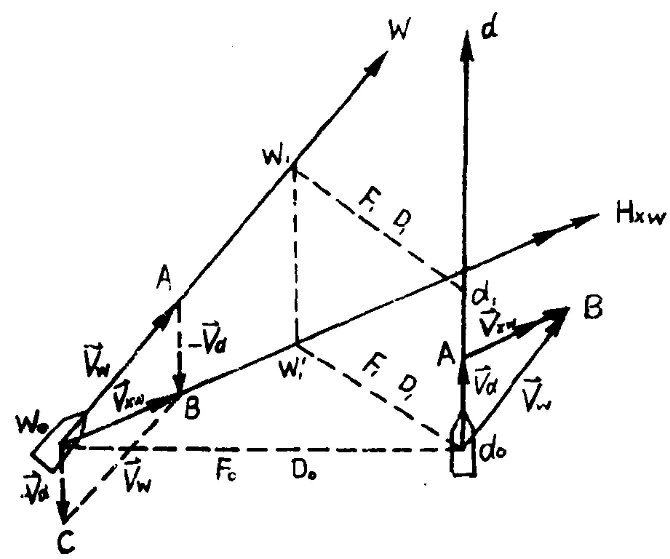

图 1—12

和$\triangle d_0AB$，都是相同的要素所作的三个速度三角形，虽然图的形式和所选的作图点不同，但是都符合速度三角形的关系式，所以求得的结果都是一样的。为了绘算方便，多数情况下都在d_0点作图。所以下面介绍的速度三角形作图步骤，也都以这种方法为例来叙述。

在舰艇机动绘算中，作速度三角形求解问题可分为以下三种基本类型：

第一类：已知H_W、V_W、H_d、V_d求作相对航向（H_{XW}）和相对速度（V_{XW}）。这类问题作速度三角形的步骤如下：（参看图1—12）

（1）在d_0点沿敌航向线截取$d_0A = V_d$；

（2）在d_0点作H_W的平行线并截取$d_0B = V_W$；

（3）连AB，即得速度三角形$\triangle d_0AB$，$\vec{AB} = \vec{V}_{XW}$（就是所求的W舰对d舰的相对运动航向H_{WX}和速度V_{XW}）。其矢量的方向一定是由$\vec{V}$的末端A点指向$\vec{V}_W$的末端B点，才符合公式（1—13）的关系。这类问题求H_{XW}、V_{XW}的目的，是为了当使用兵器时及时绘算某时刻的阵位要素，或求阵位要素变化到某一值的时刻，以及求通过舰首（尾）的时刻和距离