

學 計 統

韓 景 琦 編



福建省縣政人員訓練所印

統計學目次

第一章 統計學的理論概念…… (1)

- ✓ 第一節 統計方法的本質——集團研究…………… (1)
- 第二節 統計方法的根據——大數法則…………… (6)
- ✓ 第三節 統計方法的內容統計學的意義…………… (10)
- ✓ 第四節 統計法則…………… (14)

第二章 大量觀察法 I ——統計調查

A: 調查的對象…………… (17)

- 第一節 大量現象的理論性質…………… (17)
- 第二節 調查的單位…………… (21)
- 第三節 調查的標識…………… (25)

第三章 大量觀察法 II ——統計調查

B: 調查的手續…………… (33)

- 第一節 第一義統計與第二義統計…………… (33)
- 第二節 第一義統計調查…………… (35)
- 第三節 第二義統計調查…………… (39)
- 第四節 調查的誤謬…………… (41)
- 第五節 調查票的整理…………… (43)
- 第六節 統計類似調查法…………… (44)

第四章 大量觀察法 III 統計整理 (49)

- 第一節 分類…………… (49)
- 第二節 計數…………… (55)
- 第三節 製表…………… (57)
- 第四節 圖示…………… (67)

第五章 統計學解析法 I ——統計數

列與統計圖解…………… (85)

- 第一節 統計數列…………… (85)

第二節	統計圖解 A——座標與函數	(91)
第三節	統計圖解 B——次數分布圖	(93)
第四節	統計圖解 C——時間經過圖	(100)

第六章 統計解析法 II ——非時數

列之解析 A..... (117)

第一節	相對數	(117)
第二節	平均數	(125)

第七章 統計解析法 III ——非時數

列之解析 B..... (147)

第一節	分散度 A——絕對的分散度	(147)
第二節	分散度 B——相對的分散度	(158)
第三節	偏斜度	(159)

第八章 統計解析法 IV ——時數列

之解析..... (163)

第一節	時間的相對增減——指數	(163)
第二節	時間固有度動 A——長期趨勢	(173)
第三節	時間固有度動 B——季節變動	(181)

第九章 統計解析法 A ——二數

列之解析..... (184)

第一節	相關的意義與相關係數	(184)
第二節	相關係數之簡便計算法	(188)
第三節	非直線相關與相關比	(192)

統 計 學

第一章 統計學的理論概念

第一節 統計方法的本質

展開在我們眼前的一切各個的社會現象，太都是含着無限個別性、無限特殊性的東西。前天張家生了男孩，昨天李家生了女孩；王家有了三個孩子，三個都是男的，趙家只有兩個，而兩個都是女的。甲的犯罪是爲了飢寒所迫，乙的犯罪是爲了遺傳不良。今年的衣料價錢比去年跌了一半，而米價却漲了一倍，煤價漲了兩倍。前幾年的市況非常繁盛，這幾年的市況却非常蕭條。所有社會現象，幾乎都是這樣的千差萬別，個個不同。

自然現象中，這樣性質的現象也復不少。如晴雨的時期，雨量的多寡，生物的體性，人類的智力，也都是因時日而異，因體制而殊。

對於這些各個特殊的現象，驟然看去雖像是混沌錯綜，茫無規律；但是經仔細研究時，我們可以知道這些混雜的現象中，也都有一定的‘規則性’‘合律性’(Regelmaessigkeit,

Gose zmaessigkeit) 存在。如嬰兒出生之男女比例，大約爲二十一對二十；犯罪的原因有普遍的傾向；物價的騰落有一般的水準；市況的盛衰有一定的週期。至若各地每年的晴雨也有一定的標準日數，生物的體性，人類的智力也有一定的典型形態。發現這些現象中所存的規則性。合律性是學理實務兩方面的要求，探求這些規則性。合律性是科學研究的目的。

但是欲探求現象中的規則性，必須先看現象中的這種規律性是怎樣發生的。我們知道宇宙間一切現象的發生，存在、消滅，都是其以前的某種事物狀態的結果，一定的結果必由一定的原因而生；現象間的這種關係，便稱爲「因果關係」。無論那種現象——社會現象或自然現象——都受着這個關係的支配，無論那種現象只有由這個關係才能說明。

不過各種現象雖然都是由一定的原因而發生，但是原因和結果間的關係並不是單一的。爲生一定的結果，必有多種多樣的條件、情形、狀態結合起來形成一團原因而作用着。這一團原因之中，由對這個結果的因果關係看來，有的是基本的。要素的原因，如果將這部份的原因除掉，則這個結果便將發生本質上的變更。有的是表面的。附隨的原因，這

部份的原因無論其有無與否，對於結果都不發生本質的影響。前者稱為‘恆常原因’(konstante Ursachen)，後者稱為，‘偶然原因’(^{zufaellige} Ursachen)。因為恆常原因所表現的因果關係是一般的、恆常的、必然的，所以欲生同種的結果，必須有同種的恆常原因存在；有同樣的這部份原因存在時，也必生同樣的結果。偶然原因所表現的因果關係是個別的、可變的。偶然原因，所以欲生同種現象，不必定須這種原因存在；即使它被其他的條件情形所更換，對於結果亦並不發生本質的影響。這兩種原因交互綜錯地作用到一切現象上去，無論那種現象都受着這兩種原因的影響。主要受恆常原因的影響作用的現象稱為‘典型現象’(typische Erscheinungen)，這種多係自然界的現象，如天體的運行、元素的結合等。主要受偶然原因的影響作用的現象稱為‘非典型現象’(nichttypische Erscheinungen)，這種多係社會現象及一部份自然現象，如前述諸例。

恆常原因的作用既然是一般的、必然的、則由這種原因的作用所生的結果，自然也帶一般性、必然性；所以前面所說的各個特殊的社會現象中所存的規則性、合律性，不外就是恆常原因作用的結果。因此科學研究的最終目的，也便在

發現現象中所存的因果關係。

由此我們可以知道，規則性與因果關係之探求，不外就是探求現象中所存的恆常原因的作用以及這個作用着的恆常原因本身。這時所用的基本科學方法是理論的。抽象的論理方法——如歸納、演繹、類推等，因果關係之決定，皆存於這個理論研究的範圍內；但是這個基本方法的討論不是我們此處的問題。而於這種理論研究之外，還須有一種直接對於現象實地研究的方法，由這種方法去實地地研究現象中的恆常原因作用。有了這種實地研究的結果，才能供給理論的因果探求以實證的材料，輔助理論研究之成立。這種實地的研究方法，對於典型現象是實驗方法 (experimentale Method) (experimental method) 對於非典型現象便是‘統計方法’ (statistische Methode) (statistical method)。

因為典型現象既然都是主要受着恆常原因的作用，偶然原因不過只生附隨的。無關緊要的影響，所以對受同種恆常原因作用的典型現象，只須就其個體研究，便可看出這種現象中所存的恆常原因作用。這時所用的實地研究方法，只須將典型現象的個體拿來，設一種人工的裝置把個體中的偶然原因作用除掉，即可分離出其中的恆常原因作用。這個方法就是實驗。典型現象既以自然現象居多，所以自然科學

中所用的實地研究方法，主要也即係實驗方法。

但是對於研究非典型現象，實驗方法便沒有效果。因為非典型現象都主要是受着偶然原因的影響，所以各呈個個殊異的形態，只就這些現象的個體研究不能看出其中所存的恆常原因作用。這時須另用其他的研究方法。這個方法便是將某同一概念下的——即具有某種共同性質的——非典型現象個體的多數總括起來，看做一個大數的集合體，對這個集合體由數量方面加以研究，以求具有這個概念的現象中所存的恆常原因作用。這種研究方法便叫做統計方法。這時組成這個集合體的個體現象本身，雖然都是各具特殊性，個別性而各自獨立的東西，但是在這個同一概念或共同的性質這一點，却都是同一的。等質的。譬如「北平住民」是由共具「住於北平」這個性質的個人集合組成的一個集合體。這些個人在是「北平住民」這一點都是同一的、等質的、而除了這一點以外，這些個人依然是各不相同、自成獨立，他們的性別、年齡、職業等等，依然是千差萬別，含着無限的個別性、特殊性。這樣的集合體在統計學上稱為‘集團’或‘集團現象’（Mass oder Massenerscheinungen, mass or mass phenomena）。統計方法便是由數量方面研究集團現象的方法。

對這種由個體的大數集合而成的集團現象施以數量的研究時，則在個體現象中所不能看到的性質，個體現象中所不能顯出的規則性，即可在這個集團現象中顯現出來。因為個體現象既然主要係受着偶然原因的作用，則這些偶然原因作用在個體上是呈着種種不同方向、不同強度的形態；而當把這些個體的大數集合起來由數量方面看時，這些不同方向不同強度的偶然原因作用，即相互消殺相互減弱，於是在個體上影響微弱的恆常原因作用，此時亦因之而擴大集中、強化以至顯現出來。這樣顯現出來的恆常原因作用，不外就是這個集團現象中所存的規則性。所以統計方法的本質也存於，由非典型現象的集團中發現其規則性這一點。

但是由數量方面研究集團現象時，何以能有消殺個體上的偶然原因作用的功能呢？這個功能的理論根據便是下述的大數法則。

第二節 統計方法的論理根據——大數則法

用粉筆畫一根粗圓線於黑板上，設想我們若能在最近的距離凝視這個圓線的一部份時，則我們所看見的不過只是許多毫無秩序、亂雜羅列着的許多小點，於這些個個的小

點中看不出絲毫規則秩序。但是稍離開看時，已可見着多數的小點規則地散布成一個弓形。如果更離遠看時，則個個的小點由我們的眼界消失，只能看到一條圓線。這個圓線不外就是觀察這種小點的集團時所顯出的規則性。

此時倘若我們設想圓線上的多數小點，是許多可以在極狹小的範圍內自由行動的小生物，於是則這些小生物本身的運動，由稍遠一點的距離看時，已不能認出，只能看出其全體的狀態。

個體與由個體的大數所組成的集團間的關係，便像這種點和圓的關係。只注意個體時，雖能看出個體自身的性質，却不能了解現象全體的性質。但是研究個體的大數所構成的集團時，個體的性質即可消失，而顯出在個體上所不能看出的現象全體規則性。上面所述的便是統計學的始祖克特列 (Quetelet)所擬說明大數法則之概念的一個巧妙的比喻，只由這個比喻，我們已經可以約略窺出大數法則的基本意義。不過大數法則本身還須從下列說明。

讓我們把同形同質的白球和黑球各一個放入一壘中，在壘中將其攪亂後，蔽目自其中任意取出一個，記下其為黑球或白球。其次再將此球還入壘中，又將其攪亂而又取出一

個，記下其色。這樣地繼續反覆下去。這時取出白球的可能性和取出黑球的可能性完全平等，用數學術語時，就是此時取出白球的「確率」(probability, Wahrscheinlichkeit)(註一)與取出黑球的確率皆爲 $\frac{1}{2}$ 。因爲壘中只有一個白球與一個黑球，所以照理講來，自然當取出兩次時應爲一白一黑，當取四次時應爲二白二黑。這是此時出球的確率，也就是這個取球現象中所存的規則性。但是實際從壘中取球時，如果取出的回數少，出黑球的回數(這稱爲黑球出現的「頻繁度」Häufigkeit)與出白球的次數之間並看不出什麼規則性。譬如取十回時很難如其確率所示而得五白球與五黑球，不是黑球出兩回白球出八次，便是黑球出七回白球出三次。這是什麼道理呢？因爲每次從壘中取球時，球在壘中的位置，運動的形式等等都影響到球之取出；換句話說，就是當取球時有種種原因作用到這個取出上去，而這些原因主要都是偶然原因，所以如果取出的次數小時，則每回取出的結果都被這些偶然原因所影響，不能看出取球時所當存之規則性——出球的確率。可是如取出的次數增多，則這些偶然原因的作用相互消殺，以致取出白球的回數和取出黑球的回數皆差不多平等，即白球出現的頻繁度和黑球出現的頻繁度皆

接近其確率。現在讓我們就一個實驗了的例子來看這個關係。

Mueller氏曾於一囊中藏了5000個白球和5000個黑球，此時如任意自囊中出若干球時，白球與黑球出現的確率既皆為 $\frac{1}{2}$ ，所以出白球和黑球的數目照理應當相同，其正當的比例當為1:1；如抽出20球時，當為10白10黑，抽出60球時，當為30白30黑等。現在先自其中抽出100球，而此時所出不為50黑球與50白球，而為34白球與66黑球，即34:66，這個比例與正常的比例50:50相差32%（50與34之差=16，50中之16=32%）。自囊中抽出500球時，則得黑球277與白球273，亦非正常比例250:250；此時抽得結果的比例與正常比例之差為9%（250中之23=9%）。將抽出的球數繼續地增大下去時，則抽出結果的比例與正常比例之差，亦愈減愈小：

自一千球中所抽出之球數	與正常比例之差異
100	32 %
200	17 %
500	9 %
1000	8 %
2000	4 %
5000	0.2 %

由上例我們知確係：觀察數愈增，則現象出現的頻繁度亦愈接近該現象的確率，這個關係便叫做大數法則（das law

Gesetz der grossen Zahlen)¹⁾，這個法則在統計學上的意義就是：當對個體現象施以大數的觀察時，如觀察的個體數目愈大，則各個個體現象的偶然性、個別性愈將相互消殺，愈可顯出現象全體中所存的規則性。這個道理是很明白的。前節尾中已說過，各個現象中所存的偶然原因作用既然是個個不同。個個特殊，則這些偶然原因作用的方向程度亦必千差萬別，互不相同，是以如所觀察的個體現象的數目愈大，則這些種種不同方向、不同強度的作用，亦必相互減弱、相互消殺，而只剩出同一方向同一強度的恆常原因作用。如果這些個體現象中的偶然作用是偏向一方。同一強度的東西，則這些偶然原因作用已非復偶然原因作用，而成恆常原因作用。由此看來，只須觀察的數目愈大，則消殺其偶然原因作用而顯出其恆常原因作用的機會與可能性亦愈大；這就是大數法則的本質，由數量方面研究個體的大數所構成的集團時，能看出其中所存的恆常原因作用的理論基礎，也就在這一點。

● 第三節 統計方法的內容 統計學的意義

(I) 統計方法的內容：

統計方法既然是由數量方面研究集團現象的科學方法，那麼這個方法自然當包含兩個階段。第一個階段是觀察和記載所欲研究的集團現象，第二個階段是將觀察記載的數字結果施以數學的加工與分析。

但是第一個階段的觀察記載過程，只能用於社會上的集團現象方面，自然界的集團現象之觀察記載，不另成統計方法上的問題。因為觀察和記載自然界的集團現象的方法，是自然科學上的觀測與測定的問題，為各自然科學部門的任務，在統計學上沒有另加研究的必要。這個只限用於社會集團現象——此後我們稱之為「大量現象」想「大量」，以示別於自然集團——的第一段統計方法，便叫做大「量觀察法」(mass observation method / Massenbeobachtungsmethode)，大量觀察所得的數字結果便是所謂的「統計」(Statistik, statistics)，這些統計數字便反映着存在於社會上的集團現象的大小及其構造與性質。

大量觀察所得的統計既然都是數字，於是這便和觀測測定了自然集團所得的測定數值一樣，同為數量材料 (quantitative data or numerical data)；因此我們可以對這些數量材料，施以第二段的數學加工與分析，這個加工分析的階段，便稱為「統計解析法」(method of statistical analysis)。

經統計解析的結果，我們便可由這些數量材料，(1)得一個簡約的總括(Summarisation, (2)及其中所藏的規則性——「統計法則」(statistisches Gesetz, statistical law)。

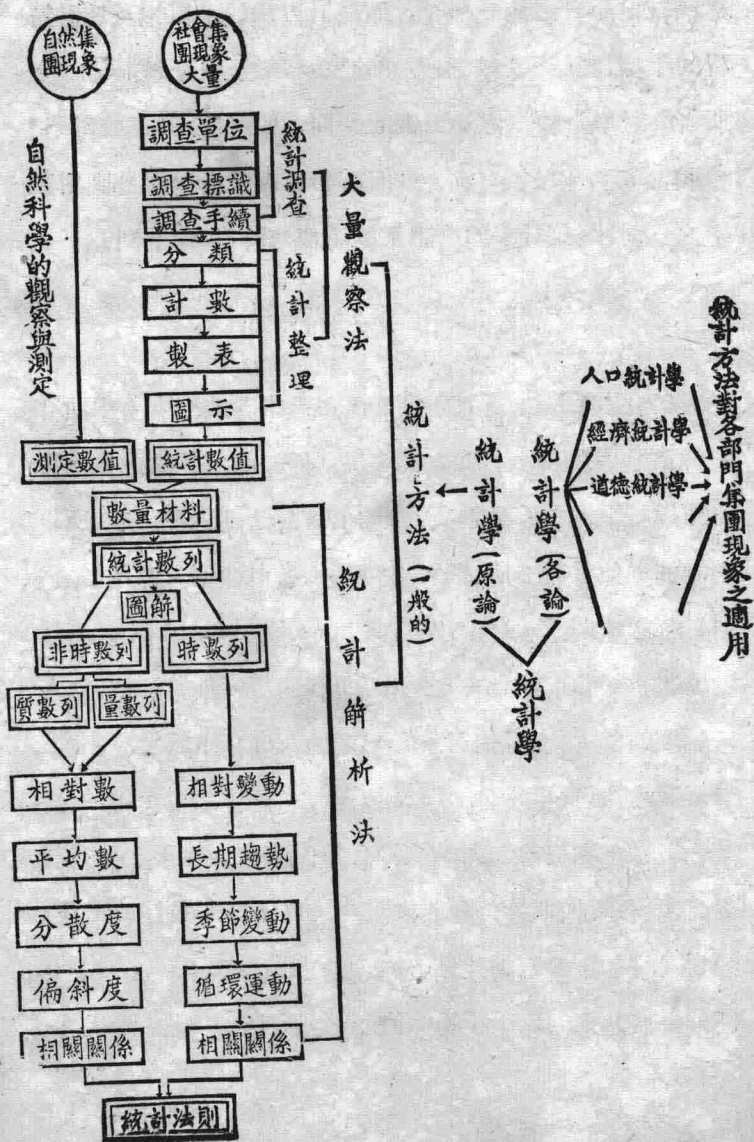
(II) 統計學的意義

大量觀察法和統計解析法便形成統計方法的實體，研究統計方法之一般原則及其理論問題的學問，便是「統計學原論」——或狹義的統計學。

所以統計學(狹義的)即係研究統計方法的學問。(註二)

而統計方法既然是主要用於研究社會上的集團現象——大量現象——的方法，則依大量種類之不同——如人口方面的大量，經濟方面的大量，文化方面的大量等，應用到這些不同的大量上來的一般統計方法，也各具特殊的內容。研究這些特殊部門所用統計方法的學問，便是「統計各論」——如人口統計學，經濟統計學，道德統計學，教育統計學等，「統計學」(廣意的) (Statistik statistice) 便是統計學原論和各論的總稱。

統計方法，也有獨自特殊的內容。研究這些特殊部門所用的統計方法的學問，便是統計學各論——如人口統計學



經濟統計學道德統計學等。而統計方法的本質以及統計解析的手續，既然都是數學方面的東西，於是研究統計方法中所含的數學上的根據和原則的學問，便叫做「數理統計學」(mathematical statistics)；而這個數理統計學便是應用數學之一部。將統計學的全體系圖示出來時，即如上圖。

第四節 統計法則

統計方法的本質我們已知係在探求非典型現象中所存的恆常原因作用——現象中的規則性。而這個規則性對現象施以統計的觀察與解析後，即由統計法則表現出來，所以統計法則便是統計研究的最終目的。統計法則有四種：

- (1) 狀態法則(Zustandsgesetz, law of conditions)；這是表現靜止狀態下的社會集團中，所存的規則性的法則，如人口的性別構成狀態，依着年齡職業的人口分布狀態等。
- (2) 發生法則(Erscheinungsgesetz, law of events)：這是某一社會集團現象和與該集團有關係的其他現象之發生狀況間，所存的規則性。如對應着全人口年年所發生的出生，死亡，犯罪，自殺等的比例。
- (3) 發展法則(Entwicklungsgesetz, law of develop-