

学算笔谈

學算筆談

學算筆談卷五

金匱華衡方學

論加減乘除開方之用

算學中各種題若非用加減乘除開方等法以馭之則不能得其所求之數可見此五者實爲算學中各種利器藉以攻堅入深者也有此五者則于尋常淺近之算學中已無不能推算之題

然學算之人每不以加減乘除開方爲難而以用此五者爲難因題中所言之各數但有其彼此相關之理而未明言其何數爲實何數爲法何數當加減何數當乘除開方也況題之形狀萬變不窮知其一未必知其二通于此未必通于彼則加減乘除開方雖已習之極熟而不得其用之道亦幾與不習者無異焉

然則如之何而後可惟有將從古迄今所有之各種算學題目由淺及深分門別類一一立術演草或加以圖說以明其何以當加減何以當乘除何以當開方則題意明而馭題之法亦明可不致遇題束手矣吾且掩卷思之古今來所有之算學書流傳于世者奚止數百種吾所曾經寓目者亦有數十種此數十種書何種非將算學之題由淺入深分門別類按題立術演草附圖以明其加減乘除開方之故者與其抄撮前人之書以侈吾之卷帙曷若請學數之人自觀各種算書以明其加減乘除開方之用也哉

果如此說則筆談之作即可從此而止矣然而仍不能已者何也余于算學中寢饋者已數十年此中之甘苦知之最悉故欲將已歷過之境界已見到之地步爲學者縷述之以助其觀書之功而省其枉

費之力俾不致如余之盡從暗中摸索得來則吾願慰矣

吾于算學生平未嘗受業于人卽與能算者相友善亦未嘗數數問難也惟樂觀各種算學之書目十五六歲時偶于故書中檢得坊本算法心竊喜之日夕展玩不數月而盡通其義吾父見其癖嗜此學必是性之所近也遂爲之購求算學之書爰得周髀九章孫子五曹張邱建夏侯陽輯古海島益古演段測圓海鏡俾縱觀之除益古海鏡二書以外其爲常法所能通者以加減乘除開方之法馭之無不迎刃而解惟于天元之術則格格不相入者幾及一年始得渙然冰釋後又得秦氏數書九章梅氏厯算全書羅氏觀我生室李氏遺書董方立遺書衡齋算學焦理堂學算記駱春池游藝錄始知算學有古今中西之異同而幾何原本當時尙未譯全其前六卷世無單行

之本惟數理精蘊中有之及購得數理精蘊遂能通幾何之學而吾年亦已二十矣是時海內算學名家如項氏梅侶徐氏君青戴氏崕士李氏秋紉其所著各書尙未出因訪秋紉於墨海書館見其方與西士偉烈亞力對譯代數學及代微積拾綴尙未告竣秋紉謂余曰此爲算學中上乘功夫此書一出非特中法幾可盡廢卽西法之古者亦無所用之矣余於是知天元之外更有代數微分積分之術爰從其譯稿中錄得數條視之迄不得其用意之處又閱數年其譯本先後刊竣惠我一編披閱數頁外已不知其所語云何也蓋其格格不相入者猶之初讀海鏡時也詰諸李君則云此中微妙非可以言語形容其法盡在書中吾無所隱也多觀之則自解耳是豈旦夕之工所能通曉者哉余信其言反覆展玩不輟乃得稍有頭緒譬如傍

晚之星初見一點旋見數點又見數十點數百點以致燦然布滿天空是余之于代數其明也以漸非如天元之術不悟則已一悟則豁然開朗矣然後知代數之術其層累曲折多於天元故其致用之處亦比天元更廣從此以後無時不究心於代數每覺李氏所譯之二種殊非易於入手之書故余又與西士傅蘭雅譯出代數術微積溯源三角數理代數難題解法流播於世於是今之言算者皆知西法之代數卽是中法之四元而其深淺難易則不可同日而語矣或有問者曰如子之說則必先羅致多書而後可以學算乎抑不必羅致多書而亦可學算

答之曰學算不必多書也惟擇其要者觀之而已其最易入手者爲程氏算法統宗屈氏九數通考此二書於加減乘除開方之用言之

算言五
極詳故於初學最相宜且從此又可學得開帶縱平方及正立方之法亦可稍知西法中各種名目

九章算術爲中法最古之書其文義與古書相往來亦學者不可不讀之書也能讀九章則一切古算書無不能讀矣是書鍾祥李雲門演有細草圖說極爲詳細外間有刻本矣

幾何原本爲西法中最古之書不言法而言理不言數而言象蓋徹乎立法之源凡九章所不及者無不賅也不讀幾何則不能明點線面體之理而於加減乘除開方之用終不能了然於心目之間是書惟第十卷之理甚深非初學所能通曉但觀其前六卷可也

幾何之界說及各題字字齊着力其釋題之語無一字不周到無一句無來歷學者讀慣此書其心思自能縝密則有各種算學之題如

禹鼎燭奸可以無遁形矣

論看題之法

初學之人於題中之各句句中之各字往往模糊看過不能字字盡見雖將其題看之多次算之數遍仍有一兩箇最要緊之字未曾看清非真未見此數字也見之而不知其用意之所在則此數個最要緊之字依然漠不關心亦猶之乎不見而已

題中之字句有極其着力者有不甚着力者又有可有可無者惟其可有可無及不甚着力之字往往皆顯露於面前一望卽見而其極着力之字則藏伏隱匿於各字之閒而使人不易見是在乎看題之眼光能識別之其辭氣輕重之閒最有關係故於虛字尤不可忽略看過也

凡看算學之題務將其每句每字俱看完全不可有一字遺漏亦不可有一字不從心上經過則可知題之所語云何其注意之處何在卽能知其某句某字着力不着力於是題中所暗藏之意思可以盡顯而各數相關之故亦確鑿可指而不至有游移兩可之見夫而後題中之各數能爲我所用而我之加減乘除開方等法亦肯爲題中各數所用而不至於捍格不相入矣

算學中各種題譬如用線綰成各種花樣之結加減乘除開方等法猶之各種器具可用以解結者也惟欲用各器以解其結必先看清結之絲縷方能有下手之處看題之法亦如是而已

既能看清題中之絲縷則可將題中不要緊之閒字閒句逐漸刪汰之而變爲另自一種說法惟其各數相關之理則不可與原題稍有

背謬

假如有題云某曰買筆二枝用錢十四文某曰買墨一錠用錢十文某曰買紙十張用錢二十文問共用錢若干

則題所問者爲共用之錢而不計其用去之日故其筆墨紙三物雖非一日所買而其共用去之錢則與一日用去者無異也所以題中之三箇某日二字俱與算法不相關可以刪去之又因題之所問者爲共用之錢非問筆之每枝墨之每錠紙之每張其價若干也所以可改其題云筆十四文墨十文紙二十文共錢若干然其所買之物實與所用之錢亦無相關因買筆買墨買紙之錢可作買茶買酒買漿之錢算之其共用之錢無異也卽作一次買物二次買物三次買物算之其共用之錢亦無異也所以又可改

其題云先用十四文後用十文又用二十文問其用錢若干則夫人而知當以此三數相加而得其共用之錢四十四文矣

惟有一種題其字句一氣呵成不能稍爲刪節則只可看明題意而將題中各數別作一簡易之說法

假如九章之題云五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀一燕交而處衡適平并雀燕重一斤問雀燕一枚各重幾何

則此題之意言五雀重於六燕也其五雀六燕之共重爲十六兩也又言一雀五燕與四雀一燕其重相等也惟因一雀五燕與四雀一燕相并卽爲五雀六燕所以可將十六兩分爲兩箇八兩一爲一雀五燕之重一爲四雀一燕之重則可改其題之說法云一雀五燕共重八兩四雀一燕亦共重八兩問雀燕一枚各重幾何

凡看數題而覺此題與彼題相似者必將其兩題看至極其透徹究竟其中或有略異之處否蓋題有面目雖異而算法則同者亦有面目相似而算法不同者

假如有兩題其一云原有錢一千文已用去四百文今剩錢若干其二云原有錢一千文今剩四百文已用去若干

則此兩題之說法雖異而算法則同因用去之錢與今剩之錢相加必與原有之錢相等故於原有之中減了用去卽是今剩之數如原有之中減了今剩卽是用去之數也

假如九章之題云今有兔先走一百步犬追之二百五十步不及三十步而止問犬不止復行幾何步及之

又如代數術中之題云有野兔爲獵犬所追兔在犬前五十步犬每

行三步兔能行四步而兔之三步等於犬之兩步間犬追若干步可得兔

觀此知中西皆有犬追兔之題其說法及算法略有不同而所求之數則俱爲犬之步數也其第一題不及三十步而止之句其三十是兔之步數若認作犬之步數則誤矣

算學之題大抵有比例者居多惟其相比之理每暗藏於所言各事之中其相比之數又顛倒錯亂和較雜糅於各數之內觀者最易爲其混淆

卽以四率比例之題而論其一率二率三率有順列於各句之內者亦有不依次序者試列六題如左

其一題云原有錢二十千文買得米十石今有錢五十千文問可買

米若干石

其二題云先將米十石售得錢二十千文今又欲得錢五十千文問須售去米若干石

其三題云今有錢五十千文欲以買米先用錢二十千文買得米十石問其錢可共買米若干石

其四題云今有錢五十千文欲以買米已知每米十石其價爲二十千文問可買米若干石

其五題云甲有錢二十千文乙有錢五十千文均欲買米甲將其錢買得米十石問乙錢可買米若干石

其六題云甲有米十石乙有錢五十千文甲以其米售得錢二十千文問乙錢可買米若干石

則以上六題其比例之率均爲二十與十之比若五十與二十五之比

總言之算學中所有之各題其平正通達簡明直捷者固多而其暗藏機械有意難人者亦復不少看題之人如聽斷疑獄如搜捕伏匿雖具明察之才精細之心苟非老成諳練洞悉此中故智者不能盡知其情僞也

更有一種難題其設題之時已將題中緊要之義藏匿於人所不易留心之處而將題中不應有之算理顯豁呈露以使人易於誤認若不遲回審顧而後下手鮮有不受其愚弄者

假如有題云今有布一匹共長二十尺每日剪取一尺用之問幾日剪畢

則驟觀此題必答曰二十日殊不知其數已誤矣因題之所問者是幾日剪畢非問幾日用畢也若問幾日用畢則每日用一尺其二十尺之布當爲二十日用畢今問幾日剪畢則每日剪去一塊其長一尺至第十九日已剪去十九塊計共已剪去十九尺其所剩之一塊適得一尺可爲第二十日之用而第二十日取此一塊布時不必再動剪刀則是十九日剪畢也

由此可見前題中末句之剪字乃是最着力之字斷乎不可輕忽者也看題之時若讀至末句不能將此剪字看出而以爲與幾日用畢幾日可畢幾日而畢幾日乃畢無異則安得不誤算耶

其所以易誤之故因題中所言之各數俱爲整齊易算之數其二十尺爲一尺之二十倍而一日剪一尺又明明有一比例之理置於面