数理精蕴

數理精蘊

御製數理精蘊下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

帶縱立方者。兩兩等邊長方體積也。高與闊相等。惟長不同者。爲帶一縱立方。長與闊相等。而皆比高多者。則爲帶兩縱相同之立方。至於長與闊與高皆不等者。則爲帶兩縱不同之立方。開之之法。大槩與立方同。祇有帶縱之異耳。其帶一縱之法。如以高與闊相等惟長不同爲問者。則以初商爲高與闊。以之自乘。又以初商加縱數爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。亦有三方廉三長廉一小隅。但其一方廉附

於初商積之方面者。即初商數。其二方廉附於初商積之長面者。則帶縱也。其二長廉附於初商積之方邊者。即初商數。其一長廉附於初商積之長邊者。則帶縱也。其帶兩縱相同之法。如以長與闊相等皆比高多爲問者。則以初商加縱數爲長與闊。以之自乘。又以初商爲高。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則各帶一縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。即初商數。其二長廉附於初商

積之長闊兩邊者則各帶一縱也。其帶兩縱不同之法。如以闊比高多長比闊又多爲問者。則以初商爲高。又以初商加闊縱爲闊與高相乘。又加長縱爲長。以之再乘得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則一帶闊縱。一帶長縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。卽初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。惟小隅則無論帶一縱兩縱。皆各以所商之數自乘再乘成一小正方。其每

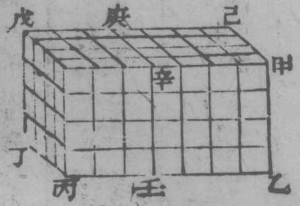
邊之數。即三方廉之厚。亦即三長廉之闊與厚焉。凡有幾層廉隅。皆依次商之例。遞析推之法雖不一。要皆本於正方而後加帶縱。故凡商出之數。皆為小邊。方體共十二邊。若帶一縱。或帶兩縱相同者。則八邊相等。四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。即得各邊也。

設如帶一縱立方積一百一十二尺。其高與闊相等。長比高闊多三尺。問高闊長各幾何。

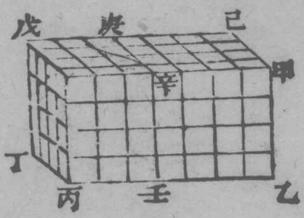
法列積如開立方法商之。其積一百一十二

四
一一二
一一二
〇〇〇

四
四
一六
七
一一二



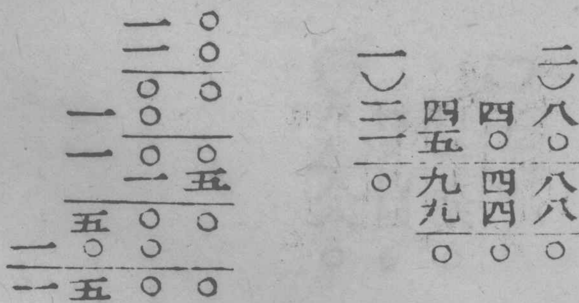
十二尺。止可商四尺。乃以四尺書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高與闊。因高與闊等。故四尺卽方之高與闊也。加縱多三尺。得七尺爲長。卽以高與闊四尺自乘。得一十六尺。又以長七尺再乘。得一百一十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱四尺。加縱多三尺。得七尺。卽立方之長也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺。其甲乙爲



高。甲己爲闊。己戊爲長。甲乙甲己俱四尺。己戊爲七尺。己戊比己庚多三尺。卽所帶之縱。甲乙壬辛庚己正方形。卽初商之正方積。庚辛壬丙丁戊扁方形。卽帶縱所多之扁方積也。蓋因此法高與闊俱止一位。其積止一位之積。故初商所得卽高與闊之邊。加入縱多。卽爲長邊也。凡有帶一縱無次商者。依此法開之。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長比高闊多五尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長。即以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九

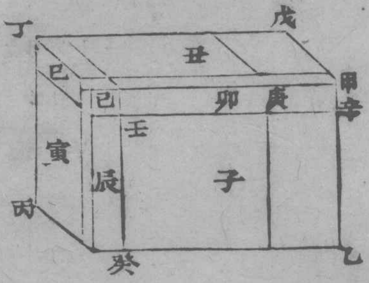


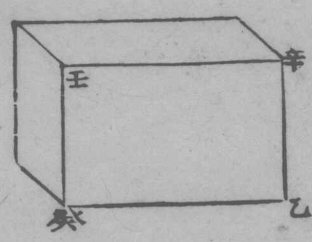
三〇八〇 八八〇
四〇 四四〇
四五 九九〇
一〇二一 〇

百四十八尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。此一方廉初商數也。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍為帶縱兩方廉。即初商加縱多也。兩數相併得四百尺。為次商二方廉面積。以除次商廉隅之共積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之高與闊十尺倍之。得二十尺。

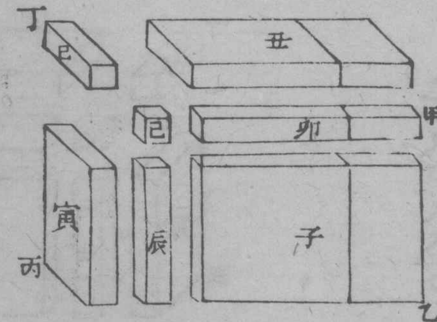
四	○	○
	七	○
		四
四	七	四
		二
九	四	八

此兩長廉初商數也。與初商之長十五尺相併。此帶縱一長廉也。得三十五尺以次商之二尺乘之。得七十尺。為次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百七十四尺。為廉隅共法。以次商之二尺乘之。得九百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊。俱一十二尺。加縱多五尺。得一十七

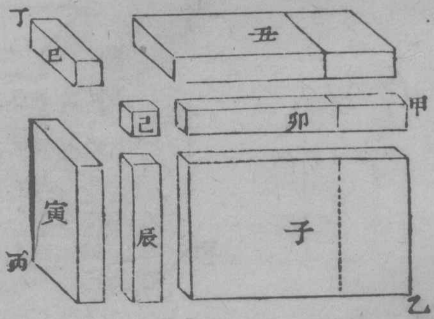


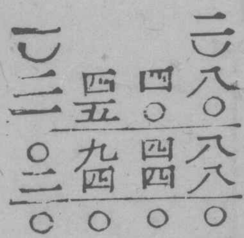


尺。即立方之長也。如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺。其甲乙高甲戊闊皆十二尺。甲己長十七尺。甲己比庚己所多甲庚五尺。即縱多之數。其從一角所分辛乙癸壬長方體形。壬癸與辛乙皆十尺。即初商數。壬辛十五尺。即初商加縱多之數。辛乙癸壬長方積一千五百尺。即初商自乘又以初商加縱多再乘之數。所餘子形丑形寅形



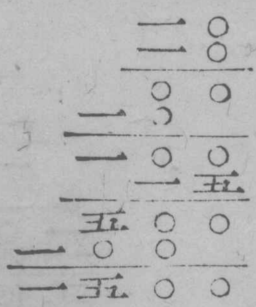
爲三方廉。其中寅形爲一正方廉。每邊
十尺。即初商數。子形丑形爲二長方廉。
每闊十尺。長十五尺。其長比闊多五尺
即縱多之數。其厚皆二尺。即次商數。卯
形辰形巳形爲三長廉。其辰形巳形皆
長十尺。即初商數。卯形比辰形巳形皆
長五尺。即縱多之數。其闊與厚皆二尺。
亦即次商數。其己形一小正方體爲隅。
其長闊與高皆二尺。亦即次商數。合子





丑寅三方廉。卯辰巳三長廉。己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後皆倣此遞析開之。

又法以初商積二千尺商十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺為初商之高與闊。加縱多五尺得十五尺為初商之長。即以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。



得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九百四十八尺。爲次商積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併。得四百尺。爲次商三方廉面積。以除次商積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共一十二尺。爲初商次商之高與闊。加