KEY TO COLLEGE PHYSICS

大學物理習題解答

全一册

BY
F. W. Sears and M. W. Zemansky
西爾
柴曼斯基 原著

原著第四版

學術出版社印行

大學物理習題解答

KEY TO COLLEGE PHYSICS

By

F. W. Sears and M. W. Zemansky

〔全一册〕

學術出版社印行

KEY TO COLLEGE PHYSICS

Third Edition

By

F. M. Sears and M. W. Zemansky

*

大學物理習題詳解

全一冊

*

印　行

香港學術出版社

香港興順街一四五號

承　印

信義印刷公司

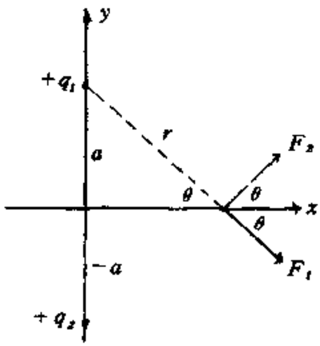
九龍官塘偉業街 154 號五樓

港九及南洋各大書局均售

第二十四章
庫　倫　定　律

24－1

解： (a) $q_1 = q_2 = q_3 = q$



g_1 與 g_2 作用於 g_3 的力分別爲

$$F_1 = k\frac{q^2}{a^2} = F_2$$

F_1 的方向爲 $-y$, F_2 的方向爲 $+y$

所以合力爲零。

(b) 如果第三電荷的坐標是 x，則

g_3 與 g_1 或 g_2 的距離爲

$$r = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\therefore\quad F_1 = F_2 = k\frac{q^2}{(a^2 + x^2)}$$

合力 $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$　　（向量和）

$$R = 2|\vec{F_1}|\cos\theta = \frac{2kq^2}{(a^2+x^2)}\cdot\frac{x}{(a^2+x^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{2kq^2x}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$　方向爲 $\begin{cases}\text{當 } x \text{ 爲正，向右。}\\ \text{當 } x \text{ 爲負，向左。}\end{cases}$

(c) 讀者自覺

(d) $$\frac{dR}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{2kq^2x}{(a^2+x^2)^{3/2}}\right]$$

$$= 2kq^2(a^2+x^2)^{-3/2}\left[1 - 3x^2(a^2+x^2)^{-1}\right] \overset{令}{=} 0$$

$$\therefore\quad 1 - 3x^2(a^2+x^2)^{-1} = 0$$

即　$x = \pm\dfrac{a}{\sqrt{2}}$　此處力最大

24－2

解： (a) 第三電荷所受的力

$$F = \frac{2kq^2}{a^2}$$　方向爲 $+y$

(b) $r=\sqrt{a^2+x^2}$

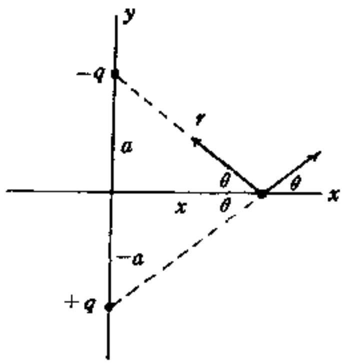
$$\sin\theta=\frac{a}{r}=\frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

∴ 第三電荷所受的力爲

$$F=2\cdot\frac{kq^2}{r^2}\sin\theta$$

$$=\frac{2kq^2a}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

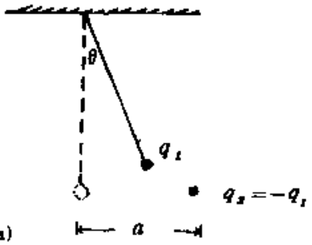
(方向 $+y$)



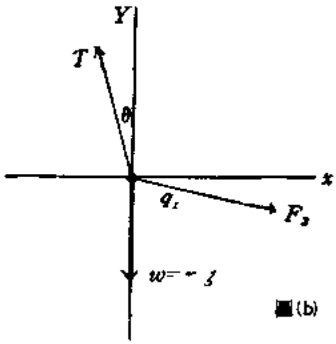
(c) 讀者自作

24－3

解： (a) q_1 受力情形如圖(b)所示



圖(a)

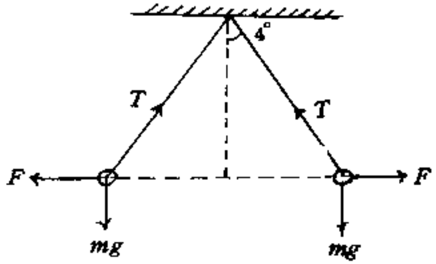


圖(b)

(b) 在 q_2 右方 $0.41a$ 或在 q_2 上 $0.77a$

24－4

解： (a)



(b) 設每一球上的電荷大小爲 $-q$

兩球的斥力 $F=\dfrac{kq^2}{(2\times1.00\sin4°)^2}$

由力之平衡條件

$\Sigma F_x = F - T\sin 4° = 0$

$\Sigma F_y = T\cos 4° - mg = 0$

即　$F = T\sin 4°$ ，$T = \dfrac{mg}{\cos 4°}$

$\therefore\quad F = 10^{-2} \times 9.80 \tan 4° = \dfrac{kq^2}{(2\times 1.00\sin 4°)^2}$

解得　$q =$

24－5

解： (a) 設兩球各移出 x 電子，則兩球所帶的電荷各為

$q = 1.60 \times 10^{-19}\, x$ 庫侖

靜電力　$F_e = \dfrac{kq^2}{r^2}$

萬有引力　$F_g = \dfrac{Gm^2}{r^2}$ ，$\dfrac{kq^2}{r^2} = \dfrac{Gm^2}{r^2}$

即　$kq^2 = Gm^2$

代入數字　$9 \times 10^9 \times (1.60 \times 10^{-19} x)^2$

$= 6.67 \times 10^{-11} \times (7.5 \times 10^{-3})^2$

解得　$x = 4 \times 10^6$ 電子

(b) $\dfrac{4\times 10^6}{8.2\times 10^{22}} = 4.9 \times 10^{-17}$

24－6

解： (a) 電子所需之向心力等於質子對電子的吸引力

$\therefore\quad ma_R = \dfrac{kq^2}{R^2}$

即　$a_R = \dfrac{kq^2}{mR^2} = \dfrac{9\times 10^9 \times (1.6\times 10^{-19})^2}{9.11\times 10^{-31}\times (5.29\times 10^{-11})^2}$

$\therefore$ 電子的徑向加速度 $a_R =$

(b) 設電子的角速度為 ω

則　$a_R = R\omega^2$

$\therefore\quad \omega = \sqrt{\dfrac{a_R}{R}} = 4.15 \times 10^{16}$ 弧度／秒

24 − 7

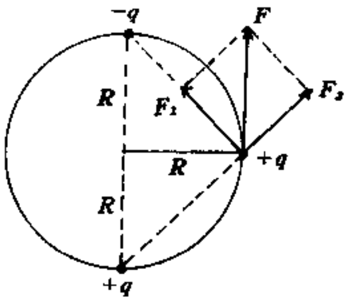
解： (a) $q = 1.6\times10^{-19}\times6.02\times10^{23}$ 庫侖

兩極間之吸引力為

$$F=\frac{kq^2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times(1.6\times10^{-19}\times6.02\times10^{23})^2}{(12800\times10^3)^2}$$

$= 5.1\times10^5$ 牛頓 $=$ 115000 磅

(b) 如右圖所示，此種情況與 24 − 2(b)題類似。



∴ 兩極地電荷作用於赤道上電荷之力為

$$F=\frac{2kq^2R}{(R^2+R^2)^{3/2}}$$

其中 R 為地球半徑，將數字代入，可得

$F \approx 326000$ 磅

24 − 8

解： (a) 每一個 α 質點有兩個質子兩個中子

∴ 每一 α 質點之電量 $= +2e$

兩 α 質點之斥力為

$$F=\frac{kq^2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times(2\times1.6\times10^{-19})^2}{(10^{-13})^2}$$

$=$ 　　　　牛頓

(b) α 質點之質量 $m = 4\times1.67\times10^{-27}$ 公斤

在此距離時，α 質點之加速度為

$$a=\frac{F}{m}=$$

24－9

解： (a) 由 24－2(b)題的結果

$$F=\frac{2kq^2a}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

當　$x \gg a$，我們可以忽略分母的 a

$$\therefore\quad F\approx\frac{2kq^2a}{x^3}\quad 即\quad F\propto\frac{1}{x^3}$$

(b) 如果第三電荷在 y 軸上,作用於此第三電荷之力為

$$F=\frac{kq^2}{(y-a)^2}-\frac{kq^2}{(y+a)^2}=\frac{kq^2}{y^2(1-\frac{a}{y})^2}-\frac{kq^2}{y^2(1+\frac{a}{y})^2}$$

$$=\frac{kq^2}{y^2}\left[(1-\frac{a}{y})^{-2}-(1+\frac{a}{y})^{-2}\right]$$

若　$y\gg a$，　即　$\frac{a}{y}\ll 1$

則　$(1-\frac{a}{y})^{-2}\approx 1+2\cdot\frac{a}{y}$

$(1+\frac{a}{y})^{-2}\approx 1-2\cdot\frac{a}{y}$

$$\therefore\quad F\approx\frac{kq^2}{y^2}\cdot 4\cdot\frac{a}{y}=\frac{4kq^2a}{y^3}$$

即　$F\propto\frac{1}{y^3}$

24－10

解： 設此兩正點電荷居於 $y=+a$ 及 $y=-a$ 的位置，則第三電荷位於經過原點，且與 y 軸垂直的平面上，參考 24－1(d) 題的結果，若作用於點電荷的力是一極大，則這電荷在平面上位置之軌跡是一圓，其半徑為$\frac{a}{\sqrt{2}}$。

第二十五章

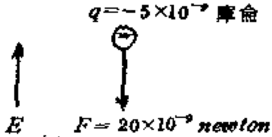
電場、高斯定律

25 − 1

解： 有一小物體，帶電荷 -5×10^{-9} 庫侖，當置於一電場中央某一點時，遭受有 20×10^{-9} 牛頓之力，向下方。(a)此點之電場強度爲若干？(b)如果將一 α 質點置於此處，問作用於 α-質點之力的大小與方向如何？

(a) 此點之電場強度爲

$$E=\frac{F}{q}=\frac{20\times10^{-9}}{5\times10^{-9}}=4\text{ 牛頓／庫侖}$$



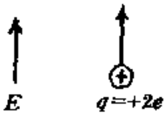
(a)

電場強度之方向爲向上（見圖(a)）。

(b) 每一 α 質點之電量 $=+2e=2\times1.6\times10^{-19}$ 庫侖

則作用於此 α 質點之力之大小爲

$$F=qE=(2\times1.6\times10^{-19})\times4$$
$$=12.8\times10^{-19}\text{ 牛頓}$$



F 之方向係向上（見圖(b)）

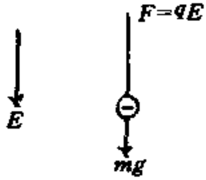
(b)

25 − 2

解： 欲使此質點在電場中駐立不動，則必須電場作用於其上之電力向上，方可與重力平衡，此時質點需帶負電荷，負電荷之大小爲：

由 $qE=mg$

$$\therefore\quad q=\frac{mg}{E}=\frac{(2\times10^{-3})\times9.8}{500}$$
$$=3.92\times10^{-5}\text{ 庫侖}$$

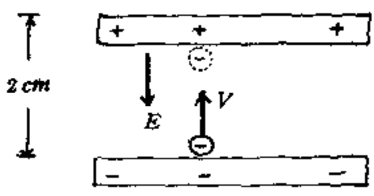


25 − 3

解： (a) 由公式 $y=\frac{1}{2}at^2$

可求得電子之加速度爲

$$a=\frac{2y}{t^2}=\frac{2\times2\times10^{-2}}{(1.5\times10^{-8})^2}$$



$= 1.78 \times 10^{14}$ 米／秒^2

由　$F = ma = qE$

故電場強度爲

$$E = \frac{ma}{q} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.78 \times 10^{14}}{1.60 \times 10^{-19}}$$

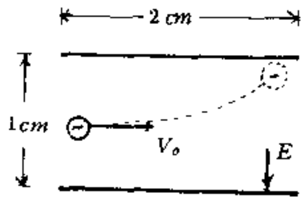
$= 1.01 \times 10^3$ 牛頓／庫侖

(b) 該電子碰到對面板上時之速度爲

$V = at = 1.78 \times 10^{14} \times 1.5 \times 10^{-8} = 2.67 \times 10^6$ 米／秒

25－4

解： 由第 25－3 題推得之公式知，電子在兩平行電極板間運動之軌跡方程式爲：



$$y = \frac{eE}{2mV_o^2}\ x^2$$

現　$x = 2 \times 10^{-2}$ 米，$y = 0.5 \times 10^{-2}$ 米

故此電場之強度爲

$$E = \frac{2mV_o^2 y}{ex^2} = \frac{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times (10^7)^2 \times 0.5 \times 10^{-2}}{1.60 \times 10^{-19} \times (2 \times 10^{-2})^2}$$

$= 1.42 \times 10^4$ 牛頓／庫侖

25－5

解： (a) 電子在此電場中之加速度 $= eE/m$，

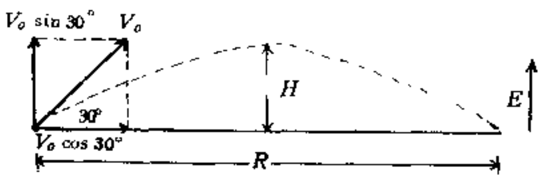
達最高點時，向上之速度爲零，即

$$0 = (V_o \sin 30^\circ)^2 - 2(eE/m)H$$

故該電子上昇之高度 H 爲

$$H = \frac{m(V_o \sin 30^\circ)^2}{2eE} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (10^7 \times 0.5)^2}{2 \times 1.60 \times 10^{-19} \times 500}$$

$= 1.42 \times 10^{-2}$ 米 $= 1.42$ 厘米



(b) 設達最高點所需之時間為 t，則可得

$$0=(V_0\sin 30^\circ)-(eE/m)t$$

$$\therefore\quad t=\frac{mV_0\sin 30}{eE}$$

25－6

解： (a) 由 q_A 電荷作用於 a 點之電場方向向右，其大小

$$=K\frac{q_A}{r^2}=9\times10^9\times\frac{25\times10^{-9}}{3^2}=25\text{牛頓／庫侖}$$

由 q_B 電荷作用於 a 點之電場之方向亦向右，其大小

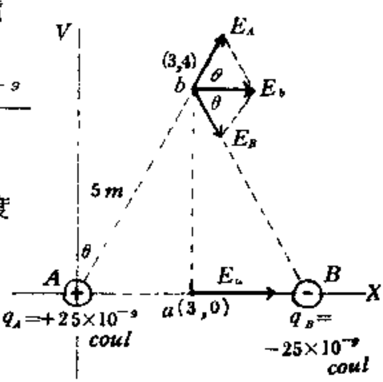
$$=9\times10^9\times\frac{25\times10^{-9}}{3^2}$$

$$=25\text{ 牛頓／庫侖}$$

故作用於 a 點之合電場強度 E_a 為上二者之代數和，即

$$E_a=25+25$$

$$=50\text{ 牛頓／庫侖}$$



(b) 由上圖知

$$\overline{A}_b=\overline{B}_b=\sqrt{4^2+3^2}=5\text{米}，\cos\theta=\frac{3}{5}$$

故 $\theta=53^\circ$，由 q_A 及 q_B 作用於 b 點電場之大小均為

$$E_A=E_B=9\times10^9\times\frac{25\times10^{-9}}{5^2}=9\text{牛頓／庫侖}$$

故在 b 點之合電場強度 E_b 為

$$E_b=\sqrt{E_A^2+E_B^2+2E_AE_B\cos2\theta}$$

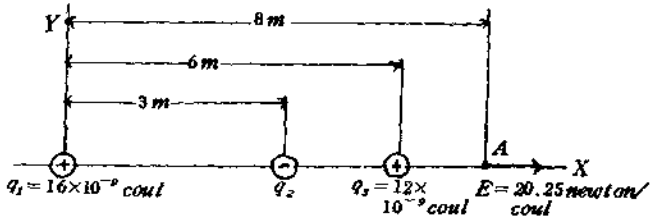
$$=\sqrt{9^2+9^2+2\cdot9\cdot9\cdot\cos(2\cdot53^\circ)}$$

$$=10.8\text{牛頓／庫侖}$$

25－7

解： 因此三電荷及作用點 A 均在同一直線上，故在 A 點之合電場強度當為此三電荷所生電場強度之代數和，即

$$E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\Sigma\frac{q}{r^2}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1^2}+\frac{q_2}{r_2^2}+\frac{q_3}{r_3^2}\right)$$



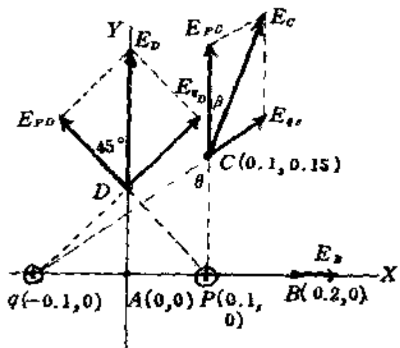
亦即 $20.25=9\times10^{9}\left[\frac{16\times10^{-9}}{8^2}+\frac{q_2}{(8-3)^2}+\frac{12\times10^{-9}}{(8-6)^2}\right]$

解之得 $q_2=-25\times10^{-9}$ 庫侖

即第二未知量的電荷爲 25×10^{-9} 庫侖，其電荷爲負。

25－8

解： (a) 如右圖所示，由 P 電荷作用於 $A(0,0)$ 點之電場強度



$E_{PA}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{q_P}{r^2}$

$=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.1)^2}$

$=9\times10^{3}$ 牛頓／庫侖（向左）

由 q 電荷作用於 A 點之電場強度。

$$E_{qA}=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.1)^2}=9\times10^{3}\text{ 牛頓／庫侖（向右）}$$

故在 $A(0,0)$ 點之合電場強度爲零。

(b) 由 P 電荷作用於 $B(0.2,0)$ 點之電場強度

爲 $E_{pB}=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.1)^2}=9\times10^{3}$ 牛頓／庫侖（向右）

由 q 電荷作用於 B 點之電場強度爲

$$E_{qB}=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.3)^2}=1\times10^{3}\text{ 牛頓／庫侖（向右）}$$

故於 B 點之合電場強度爲

$E_B=E_{pB}+E_{qB}=(9+1)\times10^{3}=10\times10^{3}$ 牛頓／庫侖

其方向向右。

(c) 此兩電荷在C點所產生電場強度爲

$$E_{pc}=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.15)^2}=4\times10^{3}\text{ 牛頓/庫侖}$$

（方向見圖）

$$E_{qc}=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.2)^2+(0.15)^2}=1.44\times10^{3}\text{ 牛頓/庫侖（方向見圖）}$$

由圖知

$$\cos\theta=\frac{\overline{pC}^2+\overline{qC}^2-\overline{qP}^2}{2\cdot pC\cdot qC}=\frac{(0.15)^2+(0.25)^2-(0.2)^2}{2\times0.15\times0.25}$$
$$=0.6\qquad\therefore\ \theta=53^\circ$$

故在C點之合電場強度爲

$$E_C=\sqrt{E_{pC}^2+E_{qC}^2-2E_{pC}E_{qC}\cos(180^\circ-53^\circ)}$$
$$=\sqrt{(4\times10^3)^2+(1.44\times10^3)^2-2\times4\times10^3\times1.44\times10^3\times(-0.6)}$$
$$=\sqrt{25\times10^6}=5\times10^3\text{ 牛頓/庫侖}$$

E_C與E_{pC}所成之角度β爲

$$\cos\beta=\frac{E_C^2+E_{pC}^2-E_{qC}^2}{2E_CE_{pC}}$$
$$=\frac{(5\times10^3)^2+(4\times10^3)^2-(1.44\times10^3)^2}{2\times5\times10^3\times4\times10^3}$$
$$=0.973\qquad\therefore\ \beta=13^\circ$$

即E_C與x軸所成之角度$=90^\circ-13^\circ=77^\circ$

(d) $\overline{pD}=\overline{qD}=\sqrt{(0.1)^2+(0.1)^2}=0.141$ 米

$$E_{pD}=E_{qD}=9\times10^{9}\times\frac{10^{-8}}{(0.141)^2}=4.5\times10^{3}\text{ 牛頓/庫侖}$$

故D點之合電場強度爲

$$E_D=2E_{pD}\cos45^\circ=2\times4.5\times10^3\times0.707$$
$$=6.36\times10^3\text{ 牛頓/庫侖（向上）}$$

25 - 9

解： 解法全同上題，惟需注意負電荷所引起之電場強度方向相反。

25 - 10

解： (a) 當 $x=y=5$ 公分

$$E_b=kq\left[\frac{1}{(x-a)^2}-\frac{1}{(x+a)^2}\right]$$

$$= kq\left(\frac{1}{(5-1)^2} - \frac{1}{(5+1)^2}\right) = \frac{5}{144}kq$$

$$E_c = 2kq\frac{a}{(y^2+a^2)^{3/2}} = 2kq\frac{1}{(5^2+1^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{2}{26^{3/2}}kq$$

而其近似值分別是

$$E_b = k\frac{2p}{x^3} = k\frac{4qa}{x^3} = \frac{4qk}{5^3} = \frac{4}{125}kq$$

$$E_c = \frac{kp}{y^3} = \frac{k\cdot 2qa}{y^3} = \frac{2kq}{5^3} = \frac{2}{125}kq$$

(b) 當 $x = y = 10$ 公分

正確算式是

$$E_b = kq\left[\frac{1}{(10-1)^2} - \frac{1}{(10+1)^2}\right] = \frac{40}{9801}kq$$

$$E_c = 2kq\frac{1}{(10^2+1^2)^{3/2}} = \frac{2}{101^{3/2}}kq$$

近似算式的值是

$$E_b = k\frac{4qa}{y^3} = \frac{4}{1000}kq = \frac{1}{250}kq$$

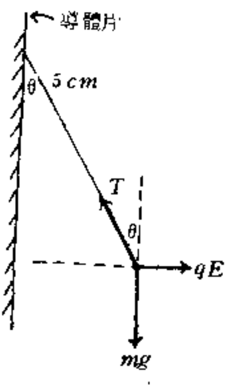
25 - 11

$$E_c = \frac{k\cdot 2qa}{y^3} = \frac{2}{1000}kq = \frac{1}{500}kq$$

解： 在力平衡下，設此線與垂直片間之交角為 θ，如下圖所示，T 為線中之張力，mg 為小球重，qE 為導體片作用於帶電小球之斥力，由

$\Sigma F_x = 0$，$T\sin\theta = qE = q(\sigma/\epsilon_0)$ ……(1)

$\Sigma F_y = 0$，$T\cos\theta = m_g$ ………… ……(2)



則 $\tan\theta = \dfrac{q_\sigma}{m_g\epsilon_0}$

$$= \frac{3\times10^{-10}\times25\times10^{-6}}{(0.1\times10^{-3})(9.8)(8.85\times10^{-12})}$$

$= 0.865$　　$\therefore\ \theta = 40.8°$

25－12

解： 由Gauss定理知，均勻分佈在極近球表面處之淨電量為

$$q=\epsilon_0\Sigma E\triangle A=(\epsilon_0)(E)(4\pi\gamma^2)$$
$$=(8.85\times10^{-12})(1.3\times10^{3})(4\pi\times0.05^{2})$$
$$=3.61\times10^{-16}\text{ 庫侖}$$

每一電子所帶的電荷 $e=1.60\times10^{-19}$ 庫侖

故應加於此球之額外電子數

$$\frac{q}{e}=\frac{3.61\times10^{-16}}{1.60\times10^{-19}}=2260\text{ 個電子}$$

（編者註：讀者需注意，因所加之電荷為負，故在球外甚近表面處之電場強度之方向為與球面垂直並向球心）。

25－13

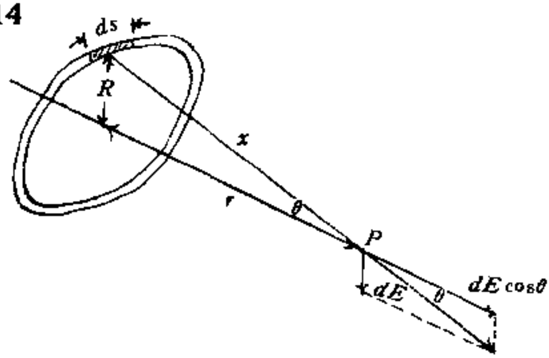
解： 由公式 $E=\sigma/\epsilon_0$ 則 $\sigma=\epsilon_0E$

每面之電荷為 $q=A\sigma=A\epsilon_0E$

$$=(100\times10^{-4})(8.85\times10^{-12})(10)$$
$$=8.85\times10^{-13}\text{ 庫侖}$$

25－14

解：



(a) 由於對稱的關係，線圈中央的電場強度為零。

(b) 如圖所示，考慮線圈上一小段長度 dS，其所帶電荷

$$dq=\frac{q}{2\pi R}\,dS$$

在 p 點處產生電場 dE，將向量積分 $\vec{E}=\int\overrightarrow{dE}$

寫成純量積分 $E=\int dE\cos\theta$

$$dE=\frac{kdq}{x^2}=\frac{kq}{2\pi R}\cdot\frac{1}{(R^2+r^2)}\cdot dS$$

$$\cos\theta=\frac{r}{\sqrt{R^2+r^2}}$$

$$\therefore\quad E=\int dE\cos\theta=\int\frac{kq\,dS}{(2\pi R)(R^2+r^2)}\cdot\frac{r}{\sqrt{R^2+r^2}}$$

$$=\frac{kqr}{(2\pi R)(R^2+r^2)^{3/2}}\int dS$$

而 $\int dS=2\pi R$　　$\therefore\quad E=\dfrac{kqr}{(R^2+r^2)^{3/2}}$

(c) 讀者自作

(d) $\dfrac{dE}{dr}=kq(R^2+r^2)^{-3/2}[1-3r^2(R^2+r^2)^{-1}]$ 令 $=0$

$\therefore\quad 1-3r^2(R^2+r^2)^{-1}=0$

即 $\dfrac{r}{R}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 的時候，強度最大。

25－15

解： (a) $EA=400\times(3\times2)=2400\ Nm^2C^{-1}$　　(b) 零

(c) 在 I 面的電場 $E_I=400\ NC^{-1}$，

設在 I 面對面的電場為 E_I'

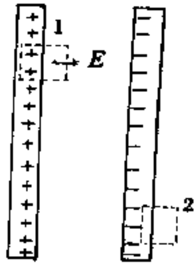
$$\because\quad \oint E_n\,dA=\frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore\quad (E_I+E_I')\times(3\times2)=\frac{26.6\times10^{-9}}{\epsilon_0}$$

即 $(400+E'_I)\times6=\dfrac{26.6\times10^{-9}}{8.85\times10^{-12}}$

解得 $E_I'=-100\ NC^{-1}$

25 - 16

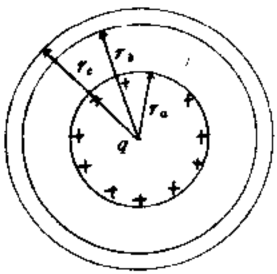


解： 在兩片間的電場強度E，利用點線 1 的高斯表面，從高斯定律 $EA=\frac{\sigma A}{\epsilon_0}$ $\therefore$ $E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

在兩片外方：點線 2 的高斯表面內 $\sigma=0$

$\therefore$ 電場爲零

25 - 17



解： (a) 當 $r_a<r<r_b$

以r爲半徑作一高斯球面，通過此表面的E均與此面垂直從高斯定律

$$\oint\vec{E}\cdot\vec{dA}=q/\epsilon_0$$

$$E\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\epsilon_0}\quad\therefore\quad E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}=\frac{kq}{r^2}$$

(b) 當 $r>r_c$，卽空心球外，同樣以r爲半徑作一高斯面

$$\oint\vec{E}\cdot\vec{dA}=\frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\epsilon_0}\quad\therefore\quad E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}=\frac{kq}{r^2}$$

(c)

$$E=\begin{cases}0 & \text{當}\quad r<r_a\\ \frac{kq}{r^2} & \text{當}\quad r_a<r<r_b\\ 0 & \text{當}\quad r_b<r<r_c\\ \frac{kq}{r^2} & \text{當}\quad r>r_c\end{cases}$$

(d)