经济计量学理论

——经济计量方法概述

THEORY OF ECONOMETRICS

An Introductory Exposition of Econometric Methods

A. KOUTSOYIANNIS

A·科苏扬尼斯 著

经济计量学理论

——经济计量方法概述

下　　册

A·科苏扬尼斯　著
许开甲　王守用　译
吴可杰　　　　　校

辽宁财经学院经济研究所
辽宁财经学院基础部

目　　录

第三部分
联立关系模型

第十四章　联立方程模型

14.1　经济变数的联立依存性

最小平方法应用于单一方程时，假定解释变数确实是外生变数，而且应变数Y与解释变数X之间只存在单向因果关系。如果情况不是这样，也就是说，假如X同时又决定于Y，那就违背了OLS法的假定6（$E(Xu)\neq0$），从而应用OLS法就会得出有偏而不一致的估计量。（证明见14.2节。）

如果函数中存在双向因果关系，意味着不能把这种函数单独地作为一个单一方程模型来处理，而应该采用描述全部有关变数之间关系的方程组。即如果$Y=f(X)$，但同时$X=f(Y)$，这就不能用单一方程模型而必须用多方程模型来描述Y与X之间的关系。在这多方程模型中将包含Y和X分别地表现为内生变数的若干个单独方程，而Y和X在该模型的另一些方程中又可能作为解释变数。描述变数之间联立依存性的方程体系称为**联立方程组**。

根据经济现象的性质，几乎可以肯定任一方程将属于某一个联立方程组。下述例子将说明联立关系的意义，同时说明违背了最小平方法的假定6以后就会产生通常所说的**联立方程偏倚**。

例1. 假设我们要估计对食品的需求。由经济理论可知，对任一特定商品的需求取决于它的价格P、其它商品价格P_0和收入Y。于是食品需求函数可写成

$$Q=b_0+b_1P+b_2P_0+b_3Y+u$$

其中，Q＝需求量

P＝食品价格

P_0＝其它商品的价格

Y＝收入

u＝随机变数。

如果对此方程应用最小平方法，由于P和u不是独立的，所以就会得出b_0和b_1的有偏估计量。任何商品的需求都是其价格的函数（**其它因素除外**），但与此同时，市场上的价格又受到该商品需求量的影响。因此，不能把上述单一方程看作是一个完全的（单一方程）模型。在一个完全的模型中至少应有一个以上关于P与Q之间关系的方程，例如

$$P=c_0+c_1Q+c_2W+v。$$

其中；W＝天气条件指数。

把Q代入这个方程的相应部分，得

$$P=c_0+c_1(b_0+b_1P+b_2P_0+b_3Y+u)+c_2W+v$$

显然，P依赖于u，因而违背了最小平方法的假定6。在该需求函数中，P并不是外生变数。

例2．假如我们要估计货币供给量。当然，这是政府为了避免通货膨胀而要加以调节的。政府关于货币供给量的主要决定因素就是实际收入水平。因此，货币供给函数可以写为

$$M=b_0+b_1Y+u$$

其中，M＝货币供给量

Y＝实际收入水平。

然而，实际收入水平又受货币供给量以及其它实际因素的影响，如实业家的投资决策，政府的福利政策等等。因此，不能用一个单一方程模型来处理货币供给量。Y不是真正的外生变数，M与Y之间存在联立依存性。因而我们必须建立一个联立方程模型。其中一个方程应是

$$Y=a_0+a_1M+a_2I_t+\cdots+v$$

代入M，即得

$$Y=a_0+a_1(b_0+b_1Y+u)+a_2I_t+\cdots+v$$

显然，$Y=f(u)$，因而在货币供给函数中解释变数Y是受随机变数u制约的。

对属于联立方程组中的某一个方程应用古典最小平方法所产生的偏倚称为**联立方程偏倚**。这种偏倚起因于违背了OLS法的假定6；亦即由于解释变数与u之间存在着相互依存性 [$E(uX) \neq 0$] 而引起的。

这就产生了若干问题。首先，引起了对各个关系式中的参数的识别问题。其次，引起了估计方法的问题。因为应用OLS法产生有偏的和不一致的估计量，所以应该选择其它的估计方法。

14.2 联立关系的后果

我们说过，当Y与X之间存在联立依存性时，就不能用一个单一方程而应当用联立方程组来描述它们的关系。每个关系式中的某些解释变数对该方程组来说是内生变数，亦即在该方程组的其它方程中，它们又表现为应变数。于是，任何特定方程的随机变数都不独立于解释变数。由于不能满足OLS法的假定6（$E(uX) \neq 0$），因而估计量既是有偏的，也是不一致的。

假设有如下的简单模型

$$
\begin{aligned}
&Y = b_0 + b_1X + u \qquad E(u) = 0 \qquad E(v) = 0\\
&X = a_0 + a_1Y + a_2Z + v \quad E(u_2) = \sigma_u{}^2 \quad E(v^2) = \sigma_v{}^2\\
&\qquad\qquad E(u_iu_j) = 0 \quad E(v_iv_j) = 0\\
&\qquad\qquad\qquad E(uv) = 0
\end{aligned}
$$

这个模型在数学上是完整的：它包括以两个内生变数X和Y表示的两个方程。假设Z是由外界决定的（例如由政府决定）。把Y代入第二个方程，得

$$X = a_0 + a_1(b_0 + b_1X + u) + a_2Z + v$$

或

$$X = \frac{a_0 + b_0a_1}{1 - b_1a_1} + \frac{a_2}{1 - b_1a_1} Z + \left(\frac{a_1u + v}{1 - b_1a_1}\right)$$

X与扰动项u是相关的。第一个方程中的X不是真正的外生变数。

可以证明，X与u的协方差不为零

$$\mathrm{cov}(Xu) \neq 0$$

证明：由定义，u与X的协方差是

$$\mathrm{cov}(uX) = E\{[u - E(u)][X - E(X)]\}$$

而$E(u) = 0$。所以

$$\mathrm{cov}(uX) = E\{u[X - E(X)]\}$$

已知

$$X = \frac{a_0 + b_0a_1}{1 - b_1a_1} + \frac{a_2}{1 - b_1a_1} Z + \left(\frac{a_1u + v}{1 - b_1a_1}\right)$$

因Z是由外界决定的，故

$$E(X) = \frac{a_0 + b_0a_1}{1 - b_1a_1} + \frac{a_2}{1 - b_1a_1} Z$$

所以

$$\mathrm{cov}(uX) = E\left[\frac{u}{1 - b_1a_1}\{a_0 + a_1b_0 + a_2Z + a_1u + v - (a_0 + a_1b_0 + a_2Z)\}\right]$$

$$= E\left[\frac{u}{1 - b_1a_1}(a_1u + v)\right]$$

$$=\frac{1}{1-b_1a_1}E(a_1u^2+uv)$$

$$=\frac{a_1}{1-b\ a_1}E(u^2)\neq 0$$

因此，如果对第一个函数应用最小平方法，其系数的估计量将是有偏的和不一致的。

证明：在第七章中已经证实，第一个正规方程是用x乘结构方程并加总所有样本观测值而得出的。用离差形式表示，则

$$y=b_1x+u$$

$$\Sigma xy=b_1\Sigma x^2+\Sigma xu \qquad (14.1)$$

末项表示x与随机项u的协方差，由于以下两个假定而可以略去：

(a)在（假设）重复抽样过程中，如果X是一组固定值，很明显X与u的协方差为零

$$E(\Sigma xu)=0$$

(b)即使X是随机的（不是固定的），只要X独立于误差项u，则u与X项的协方差仍然为零。

满足上述任一条件，则$E(\Sigma xu)=0$，就能求出b_1的无偏估计量。(14.1)式除以Σx^2

$$\frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}=b_1+\frac{\Sigma xu}{\Sigma x^2} \qquad (14.2)$$

令$\hat{b}_1=\Sigma xy/\Sigma x^2$，并取期望值，得

$$E(\hat{b}_1)=b_1$$

可是，如果X与u不是独立的，它们的协方差就不等于零，使得

$$E\{\Sigma(xu)\}\neq 0$$

于是通过取(14.2)式的期望值，可以确定$\hat{b}_1$的偏倚。

$$E\left(\frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}\right)=E(b_1)+E\left(\frac{\Sigma xu}{\Sigma x^2}\right)$$

或

$$E(\hat{b}_1)=b_1+E\left(\frac{\Sigma xu}{\Sigma x^2}\right)$$

$\hat{b}_1$的偏倚是由关系式右端的第二项来度量的，它取决于所研究的模型以及X与u相互依存的特定形式

$$偏倚=\{E(\hat{b}_1)-b_1\}=E\left(\frac{\Sigma xu}{\Sigma x^2}\right)\neq 0 \qquad (14.3)$$

在消费函数的例子中，可以证明

$$\hat{b}_1=\frac{b_1\Sigma z^2+(1+b_1)\Sigma zu+\Sigma u^2}{\Sigma z^2+2\Sigma zu+\Sigma u^2}$$

见J. Johnston, *Econometric Methods*, 1972, p.344). 令$n\rightarrow\infty$，并注意到投资（I）是外生变数，分子和分母的中间项都将趋于零。因此，估计量$\hat{b}_1$的极限值为

$$\text{plim}\ \hat{b}_1=\frac{b_1\sigma_z{}^2+\sigma_u{}^2}{\sigma_z{}^2+\sigma_u{}^2}$$

或

$$\text{plim}\,\hat{b}_1=b_1+\frac{(1-b_1)\sigma_u{}^2}{\sigma_z^2+\sigma_u{}^2}$$

如果$0<b_1<1$，则等式右边第二项将是正的，OLS法所估计的$\hat{b}_1$将过高估计真实b_1之值。

如果第一个方程是消费函数，b_1为MPC，根据**先验**理论，b_1之值为正且小于1（$0<b_1<1$），因此估计量$\hat{b}_1$向上

偏倚，而$\hat{b}_0$则向下偏倚。这是特定的消费函数例子，它违背了解释变数Y与u的独立性假定，所产生的后果可以用图14.1来表示。

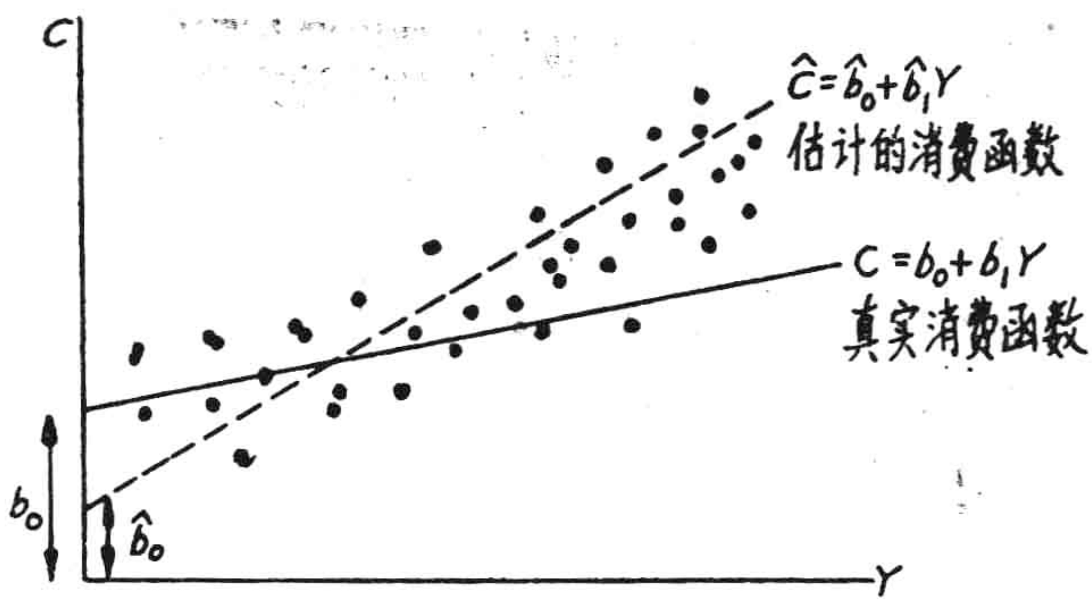

图　14.1

可以用以下方式对偏倚作出直观的解释。应用OLS法解释Y的变差时，我们尽可能地不强调误差项u而更多地侧重于解释变数。u是观测不到的，不会在所估计的方程中出现。如果u与X相关，则这一确定偏倚（省略u）将使b产生误差，因为u的某些影响将错误地包括在X项的系数之中。

由(14.3)式可以清楚地看到：偏倚不依赖于样本容量。当n增加时，分子和分母中各项的总和同时增加，因此，不能用增加样本观测值的数目来消除偏倚。它不满足一致性的

第一个条件（渐近无偏性）。所以，由OLS法求得的估计量将是不一致的。

14.3 解决联立方程偏倚的方法

因为对联立方程组的某一方程应用普通最小平方法时会产生有偏的和不一致的估计量，显而易见，其解决办法就是应用其它能够给出较好参数估计量的估计方法。为此目的可以采用许多种方法，其中最常用的是：

（1）简化型法，或者间接最小平方法（ILS）。

（2）工具变数法（IV）。

（3）二段最小平方法（2SLS）。

（4）有限信息极大似然法（LIML）。

（5）混合估计法。

（6）三段最小平方法（3SLS）。

（7）完全信息极大似然法（FIML）。

前五种方法叫做**单一方程法**，因为这些方法每一次只应用于方程组中的一个方程。三段最小平方法和完全信息极大似然法叫做**方程体系法**，因为它们同时应用于方程组中的所有方程。以上方法将在本书第十六章至第十九章分别介绍。为了估计某一特定模型的参数而选择不同的方法，这是一项困难的任务，将在第二十一章详细讨论。在讨论这些方法之前，有必要进一步阐述某些定义，并简要讨论变数的确定问题：即哪些变数是内生的，哪些变数确实是外生的，或者在某一特定经济计量联立方程模型中可以视为是外生的。

14.4 若干定义

1. 结构模型

结构模型是一个描述经济变数关系的结构的完全方程组。结构方程把内生变数表述为其它内生变数、前定变数和扰动项（随机变数）的函数。

我们用下列一个封闭经济的简单模型为例，作些解释。

$$C_t = a_0 + a_1 Y_t + u_1$$
$$I_t = b_0 + b_1 Y_t + b_2 Y_{t-1} + u_2$$
$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

第一个方程是消费函数，第二个是投资函数，第三个是定义方程。这是一个完全方程组，其中包含有三个内生变数C_t、I_t、Y_t的三个方程。该模型含有两个前定变数，即政府支出G和滞后收入Y_{t-1}。

为简单起见，在本章的其余部分中将略去结构方程的常数截距。（如果在分析时要保留截距，就必须在解释变数组中引进一个虚拟变数X，它总是取值为1。）

一般说来，结构参数是指倾向、弹性或经济理论的其它参数。结构参数表示每个解释变数对应变数的**直接影响**。解释变数对应变数的间接影响，只能通过求解结构式体系来计算，而不是通过个别结构参数求得。在任一函数中并不明显出现的因素可能对该函数的应变数有着间接影响。例如，消费的变化将间接地影响投资。通过消费C的增加，将对收入Y产生影响，而Y又是投资的一个决定因素。任何一个结构参数都不能直接度量C对I的影响，但通过求解这个联立方

程组可以取得。

习惯上，当结构参数属于内生变数时，用β表示，而当它们属于前定变数时，则用γ表示。类似地，内生变数用y表示，而外生变数则用x表示。使用这些常规的符号（略去常数截距），上述结构体系可以写成

$$y_1=\beta_{13}y_3+u_1$$
$$y_2=\beta_{23}y_3+\gamma_{21}x_1+u_2$$
$$y_3=y_1+y_2+x_2$$

其中：

$$y_1=C \qquad y_2=I \qquad y_3=Y$$
$$x_1=Y_{t-1} \qquad x_2=G$$

把所有可观测的变数移到左边，就得到完整的结构参数表如下

$$y_1+0y_2-\beta_{13}y_3+0x_1+0x_2=u_1$$
$$0y_1+y_2-\beta_{23}y_3+\gamma_{21}x_1+0x_2=u_2$$
$$-y_1-y_2+y_3+0x_1-x_2=0$$

结构系数表					用标准符号表示的结构系数表				
1	0	$-a_1$	0	0	1	0	$-\beta_{13}$	0	0
0	1	$-b_1$	$-b_2$	0	0	1	$-\beta_{23}$	γ_{21}	0
-1	-1	1	0	-1	-1	-1	1	0	-1

通过模型中变数的样本观测值并应用合适的经济计量方法，可以求得各个结构参数值。（见第十六至二十一章。）

2. 简化型模型

结构模型的简化型就是把内生变数仅仅表示为前定变数的函数的模型。简化型可用两种办法求得。第一种办法是直接把内生变数表示为前定变数的函数

$$y_i = \pi_{i1}x_1 + \pi_{i2}x_2 + \cdots + \pi_{ik}x_k + v_i \qquad (i = 1, 2, \cdots, G)$$

并用某种合适的方法估计该表达式中的 π 项（见下文）。在上述简单的三个方程模型的例子中，其简化型应是

$$C_t = \pi_{11}Y_{t-1} + \pi_{12}G_t + v_1$$

$$I_t = \pi_{21}Y_{t-1} + \pi_{22}G_t + v_2$$

$$Y_t = \pi_{31}Y_{t-1} + \pi_{32}G_t + v_3$$

求模型的简化型的第二种办法是通过前定变数、结构参数和扰动项求解内生变数的结构体系。本例中的结构体系产生如下的简化型模型：

$$C_t = \frac{a_1 b_2}{1 - a_1 - b_1} Y_{t-1} + \frac{a_1}{1 - a_1 - b_1} G_t + \frac{u_1 + a_1 u_2 - b_1 u_1}{1 - a_1 - b_1}$$

$$I_t = \frac{b_2(1 - a_1)}{1 - a_1 - b_1} Y_{t-1} + \frac{b_1}{1 - a_1 - b_1} G_t + \frac{u_2 + b_1 u_1 - a_1 u_2}{1 - a_1 - b_1}$$

$$Y_t = \frac{b_2}{1 - a_1 - b_1} Y_{t-1} + \frac{1}{1 - a_1 - b_1} G_t +$$

$$+\frac{u_1+u_2}{1-a_1-b_1}$$

显然，由于两个简化型是一致的，π与结构参数之间一定具有以下的关系

$$\pi_{11}=\frac{a_1b_2}{1-a_1-b_1} \qquad \pi_{12}=\frac{a_1}{1-a_1-b_1}$$

$$\pi_{21}=\frac{b_2(1-a_1)}{1-a_1-b_1} \qquad \pi_{22}=\frac{b_1}{1-a_1-b_1}$$

$$\pi_{31}=\frac{b_2}{1-a_1-b_1} \qquad \pi_{32}=\frac{1}{1-a_1-b_1}$$

理应明白，简化型参数与结构参数之间具有确定的关系，即各个π都是结构参数的函数。

简化型参数的推导。

(a) 把C_t和I_t代入第三个结构方程

$$Y_t=(a_1Y_t+u_1)+(b_1Y_t+b_2Y_{t-1}+u_2)+G_t$$

整理后即得

$$Y_t=\frac{b_2}{1-a_1-b_1}Y_{t-1}+\frac{1}{1-a_1-b_1}G_t+\frac{u_1+u_2}{1-a_1-b_1}$$

这就是第三个结构方程的简化型。

(b) 把Y_t代入消费函数

$$C_t=a_1\left[\frac{b_2}{1-a_1-b_1}Y_{t-1}+\frac{1}{1-a_1-b_1}G_t+\frac{u_1+u_2}{1-a_1-b_1}\right]+u_1$$

或