

中西算学大成

中西算學大成

中西算學大成卷九十六

嘉善陳維祺纂

重學九

流質重學

總論

金木土等類為定質。氣水等類為流質。定質之名點。凡體皆無數細點所積而成。重定不移。

流質之各點。周流無定。定質滯力大。流質滯力微也。流質有二。曰輕流質。如氣。氣動風

故一名風氣。之類是也。曰重流質。如油。水。水銀及五金鎔液之類是也。流質有二力。曰互

攝力。曰互推力。二力略相等。重流質亦微有滯力。何以明之。凡濺水空中。必略如球

體。不竟成球體者。各點互相攝引。故也。又試以平面體加於流質上。舉時必增力。此其證也。

所增之外。即諸物亦相攝引。故也。輕重二質。理多同者。如熱則體增大。寒則體減小。此其一也。測各物

為滯力率。即之性。以定體增減之率。而水之體性特異。至極寒時體反增大。用法輪海所造寒暑

表測之。寒漸增。水體漸減小。至四十度為減小限。乃質多體少之極處。此時水之質

最密。若寒再增。水體復漸增大。至三十二度而成冰矣。當成冰一霎時中。體增大最

多亦最速。瓶蓋因水送裂。即是故也。

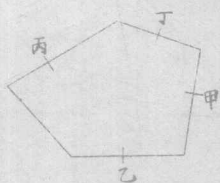
論縮力。昔人論水不能令縮。意大里亞弗羅倫之地。多格致士。嘗用空金球滿貯水。

密封無隙。用器四面擠之。水必透金出。如微露點點。云水不能令縮之據也。今細窮

其理。此不足據。只可云令水透金。易于令水縮耳。水實可縮。何以明之。試以瓶貯淡

水密封口。沈海底。出驗之水。必變鹹。蓋由淡水縮海水入之故。因思瓶之口塞。必先入乃瓶法。用銅瓶置分釐尺於口塞旁。驗縮入若干。乃有定率。如法測得水深五千尺。水體積縮二十分之一。因其可縮。而知水有凸力。瓶出海時。口塞必復原處。是水先縮後長。有凸力也。凡可縮之球體。疾行相擊。擊點必微凹。即凸以令體疾回。謂之凸力。曰。安知非銅瓶改變形狀之故耶。曰。瓶之內外抵力同。必無改變形狀之理。故決定為水之縮也。

論抵力定質流質。抵力不同。定質抵力。靜動只有一箇方向。即加能力之方向是也。流質抵力。處處皆其方向。如以水滿貯牛胃。手執其口。執處抵力。與各處抵力等。蓋任在何處。所出抵力。必通於各處。與互相攝引之理無涉。



如甲丙為滿貯水器。于甲乙丙丁四面上各開相等小穴。用短柱塞之。勿太緊。令可進退。如甲柱漸進。則乙丙丁諸柱必漸退。欲令不退。必用等於甲柱之力阻之。乙丙丁穴任在何處皆同。觀此而知抵力處處皆同。

加於流質柱力之比。必同于小穴大小之比。每柱抵力。可作諸餘柱抵力并力。假如器之一面。用相等若干柱代之。若一柱加於流質之抵力為一斤。則全面抵力。同于柱數乘一斤。用此理造水抵力器。設大柱大于小柱一千倍。小柱抵力一斤。可作大柱一千斤。故凡流質可當作通抵力之器。別器通力有定方向。流質任何方向俱同。火機器鐵鍋中水極沸時。水

氣漲大。恐鍋裂。任於鍋下預開小穴。掩以機板。能自開閉。水氣抵力太大。鍋欲裂時。機板即自開。水氣即洩。亦此理也。試有鐵鍋。每徑寸之小圓面。能抵二十斤。抵力過此。即裂。或火盛。或機停。水氣驟長。抵力增至二十一斤。機板即自開。水氣即洩。洩至水氣抵力少一斤。機板即自閉。小穴任開於何處。皆同。此所謂等通抵力。流質滿貯器中。密封之。即有此理。器之功用。聚流質各點于一處。以令抵力加於流質之各處俱等。若流質不滿貯器中。則亦須論流質本重。本重抵力加于下面。愈下愈大。四周所加抵力。不論上下處處俱等。

論流質面形狀。滿質在滿貯密封之器中。流質面之形狀。即器內面之形狀。今欲明流質自然所成之面。試貯流質于相通諸器中。諸面高下。必俱在一箇地。平面上。此共見共知也。以理推之。乃地心攝引力。加于同距心之流質。大小俱等。而然。凡諸物相近距地心等。可作在一箇地。平面上論。蓋諸流質之面。為平于地平之面。則地心力加于各點俱等。各點必俱定。設面非平于地平。則地心力加于各點。有較多較少之處。而處處有不等之抵力。來往其中。流質全體不定矣。因此而知。設四周俱定。必有一小面。可作地平面。不問何流質。為地心力攝引。理俱同。如風氣小面。亦必平于地平。非特地力。任有何能力。加于流質。流質各點之面。必直交各點諸能力之并力線。以此理為據。合無窮水面。必成球面。小面為地平面。全面為球面。然略近球面而

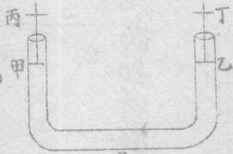
非正球面也。蓋地球旋轉生離心力。離心力及地心攝力合生并力。水面必直交并力。所以海面及地面當近赤道處。曲於球形。當二極處平于球形。又近高山處。水之定面形狀恒稍變。必直交所加諸能力之并力。月過處。月力合地心力亦生并力。并力方向異於地心力方向。必令水面改變。即潮汐之理也。故水面恒直交于并力。并力動。水面亦動也。水及水銀貯器中。其面異。近邊處。水必略高。水銀必略低。貯小管中。近口之面。水銀必凸。水必凹。此何故。蓋另有二力。一流質諸點互相合力。一流質與器口諸質點相合力。流質面直交二合力之并力。并大愈大。曲度愈多。互攝力不論遠近俱有。互合力惟近有之。

論平面。水之平面。以小面言之。與地平面略無差別。若統論其大面。如海及江湖。即大不同。地平面乃恒為平面之切面。何為平面。乃水為地心力攝引。自然所成形狀之面也。地球可作球形論。雖略區。今弗計。陸地之面必有高卑。海面定時無高卑。故海面為平曲度之球面。測量而知其如此。準地心攝引之理推之。亦當如此。若作別形狀。則面不能定矣。蓋面之諸點。離地心不等。則加于諸點之攝引力。亦必不等。故必成球體。乃俱相定也。是以球面為定面。今作平面論之。設地面皆水。則止一箇平面。今因有陸地高卑。不止一箇平面。諸平面離心遠近不等。而最大者為洋面。他平面俱以此為準。他海面亦有高低。惟洋面以地心綫為距地心綫。故以此為準。

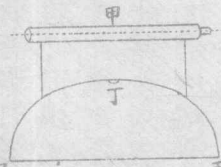
論二處流質相通必升至本平面一箇平面上諸點距地心等則地心力加之亦必等。所以諸點若不在一箇平面不能定。昔人運水入城必作引水橋路工費極大。今改用長管或地中或地面不論方向曲折引之。此有一要法。聚水處必高于城中需水處。能依此法以管千百支分引之。雖岑樓之上取之裕如。我英倫頗國都街道之下數千百里皆埋水管。家家引取入厨。無行汲于戶外者。試用相通多器列于平面大小形狀不必同。以水入一器必通于諸器且其面必彼此相平。

論平準器

平準器亦即前條之理也。欲知兩地高卑平否必用平準。如甲戊乙為水



平準。兩端彎向上貯水其中水面浮甲乙二板板上立甲丙乙丁二柱長短必等。丙丁二點作二小穴或置二小木筒。用時人目在丙筒平望丁筒必在一箇地平綫上。因甲乙水面平故也。



又如甲乙丙為燒酒平準。所用燒酒必疊燒幾次為精質。乙丙為玻璃罐下

面平。上面微凸貯酒其中。微令不滿。密封之。不滿處有氣泡恒在最高點。下面若平于地平。泡恰當凸面之中心。如下。若置器不平一邊略高。泡即離丁點而至側邊之高点。視泡在丁點否。即知器平于地平否。其上置遠鏡如甲。遠鏡軸綫即虛平行于罐底。罐底平于地平時。人目窺遠鏡所見之物俱在一箇地平面上。此器

鏡無遠者

用燒酒取其不冰也。凡興大工不能缺此器。

設在山中。有彼此兩地欲測

無遠鏡者。用燒酒取其不水也。凡興大工不能缺此器。設在山中。有彼此兩地欲測。在一箇地平面上之點。先于此處任取一點。平置燒酒準。令泡在丁點。用遠鏡測彼處之點。即得。如此。既有二同地平點。餘處高卑俱可以此為準。彼處地平點必

在遠鏡所見點下如遠鏡所見點為丁丁在地面切綫甲丁上甲

乙為真地面言之。故乙為甲之真同面點丁為甲之視后面點

丁乙為視真數。測得甲乙。用三角術推之。即得乙丁。

如欲知所觀之物。下距地平綫若干度。須以象限儀附于平準之下。合為一器測之。

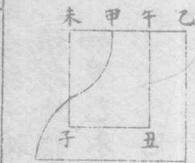
如甲乙為平準。設甲乙平于地平時。氣泡在丙。目在甲穴窺乙穴。所見之物為午。則午與甲乙同一地平面。丁戊為象限儀。癸己為活準。著于甲點。旋轉于丁戊。設目在己穴。窺見未物在癸穴之外。查乙癸度。即得。若未。在甲乙午地平面上。須以器倒置之。令甲癸綫出甲乙綫之上。窺物小穴中間界以細綫。以免視度有小差。

論流質抵力愈深愈大。前論流質體為地心力及他力所加。所成形狀。其面恒直交于諸力之并力綫。今論流質各點因地所生之抵力。流質愈深。抵力愈大。蓋流質定于器中。各層流點。自下而上。俱為地力所加。澄然不動。因各點抵力大小相併相抵。

故也。如此地力加于流質各點，其各點抵力加于下面一點，而此抵力通于四周方
 向。欲知流質壓于平面^{即地平面}抵力若干，當以流質高乘面積，得體積，其重即平面抵
 力也。設面為六方尺，流質體高三尺，所求抵力，等于流質十八立方尺之重。以水言
 之，每立方尺重六十二斤半，計全抵力一千一百二十五斤。^英



如子為下面一點，甲乙為水面，因水之各點俱定，故自未至于諸點，可
 當作一條綫，直交甲乙水面。當水定時，此綫與四面之水，一似不相聯
 屬，四面之水，一如定質。但此綫為流質，而子點抵力，僅為子未綫上各
 點抵力所生，各點向下之力，必經過未子綫，加于子點，故子點抵力為
 全綫各點向下力之和，即各點之全重，故綫愈長，^{即水愈深}抵力愈大也。

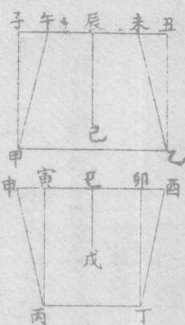


如子點不正，當甲乙水面之下，作子丑綫，平行于水面，作丑午綫，直交水面，準前
 說子丑午諸質點，當作二綫，與四面之水，一似無涉。丑點抵力為
 丑午綫上諸點之全重，子點抵力，為丑點由丑子綫通過之抵力，蓋
 丑子平行于流質面，故離地心等，子丑之重必等，故子點抵力，等于
 丑點抵力，而子點抵力大小，以子未長短為準，故子點任在何處，抵
 力以水深論無異也。

論任何面上流質之抵力，觀上條之理，而知流質任何點，其抵力必等于上面垂綫

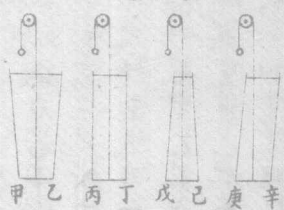
各點向下力之和。因各垂綫向下力。方向俱平行。故任何面。沈于流質中。可推面上之全抵力。貯流質器之面。任割取一小面。亦可推測。以本面為底。以本面重心距流質面為高。風乘底得

積。命此體積為流質柱。柱重等于面上全抵力。此為已知之理。欲得其詳。須用算術推之。如甲乙未午。酉申丙丁。為兩箇相等截頂圓錐器。一順一倒。貯水其中。求底面抵



力及旁面抵力。有兩流質柱。底等于抵水之面。高等于底面重心距水面之綫。一為子甲乙丑。一為寅丙丁卯。因兩箇抵水之面。重心距水面等故也。惟旁面之重心。其深淺不等。上一圖甚近底。如下一圖略高。如重心高卑大異。所以截錐器倒置之。則重等于抵力之流質柱卑。順置之則

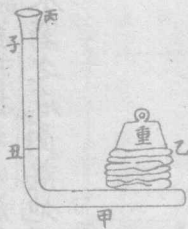
高。甲乙底之抵力。大于所貯流質重。丙丁底之抵力。小于所貯流質重。瀉水于順置之截錐器中。設器之質體輕。水力必令器上升。因地心力小于抵力故也。



如上四圖。為四貯水器。甲乙丙丁戊己庚辛四底面等。上面向下抵力大時。底必有欲開令水流出之勢。試作四活底。以索着活底之心。經過滑車。一端懸重。則重為底面上抵力之率。四重大小必等。乃以水徐徐入四器中。令水高時時相等。測知四底必同時欲開。即水柱重

等于滑車懸重之時也。各器水柱抵力皆即器底乘水高之體積重。不論器為何形狀俱同。故甲乙戊己底面抵力等。雖甲乙器大于戊己器。不論也。此理似非而實是也。

論水囊簾水囊簾。上下用二木板。四周綴以牛皮。令不透水。傍用簾管以入水。

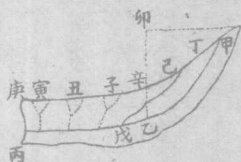


如圖于管口丙入水。水流至甲。令上板乙上升。以重加于乙。升至不可升之時。乙板向上之抵力。與重并板重向下之抵力。必相定。當相定時。設子為簾管中水高。丑與囊中水高等。則子丑一段水體之重。即推起囊上全重之能力。子丑水體加抵力于丑面。必通全體。以相等抵力加于各處等面。設一板面大於簾管口面。即一千倍。

則丑點上一斤重。能抵定乙板上一千斤重。如欲令所抵之重加大至無限量。其法有三。一增大木板。一減小管面。一增長管高。可用極小水力抵極大重。若用水銀質重于水。則所抵之重更大。用風氣亦妙。人立于板上。向管吹氣。能令板載己身上行。

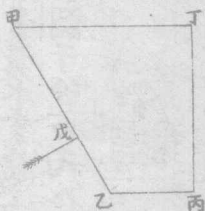
論泉穴。土中有泉穴。穴中之泉。從土中向上直行。嘗觀開井。有時水躍出。高于地面數尺。與上條之理同。蓋地球之外皮。土石各層。處處高卑不同故也。

如庚丙甲。為地球外皮一段。甲乙丙為沙子。滿中皆水。上有不通水之堅土。如丁



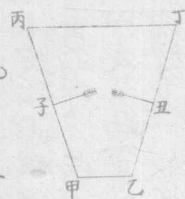
戊堅土至戊點而盡己庚為常土與沙子連則水必上升欲與甲
點平故有子丑寅諸泉穴虛綫即泉脈設欲于辛點開井必掘深
至乙穿過丁戊堅土也掘至乙時水必躍出至卯高與甲等設甲乙一層
沙子在山邊則水躍之高必如地中抵力之率設有泉脈從山頂
通山腹山腹四周俱不通水積成數百尺高之水體加大抵力于
四周四周土石不能抵必開裂而成瀑布

論流質抵力心流質體所加諸力。可以并力代之。并力所加之點。為抵力心。假如貯水器之底面為地平。則底面并力點與重心無異。因力方向皆平行。并力方向俱



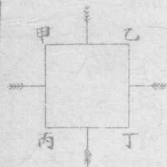
丙 故也。若貯水器旁面之抵力心，必在重心之下。設旁面為平行四邊形，抵力心之高為三分面高之一。設為等腰三角形，倒置之，抵力心之高為面之中垂綫二分之一。正置之，則為四分之一。如甲乙為貯水器平行四邊形旁面，此面活動，不連于器。取甲戌為甲乙三分之二，但于戌點加一抵力，可令全面不動。設器為桶，旁有活面，用條木支于外，所支點離底亦為三分桶高之一。活面即不動。凡水工明抵力心之理，為第一要務。造水閘不用此理，則不堅固。蓋水閘當抵力心點，必多加能力，以阻下面之水。

論旁面抵力水貯器中。旁面抵力。兩邊相平相定。故滿貯水器。無偏動于一邊之勢。設于此邊開一小穴。器必向彼邊自倒。因去一邊之抵力故也。



如甲乙丁丙為貯水器。子丑抵力相定。設于丑點開小穴。則丑點無抵力。子點抵力如故。必令器向子點一邊自倒。推之船行海中。後面放水。可令船向前也。因此亦可明火箭之理。藥筒火發。筒中四周為大抵力所加。前後二面相定。開其後面。則後面抵力散于空中。前面無相當抵力。故令火箭向前而飛。

論物浸流質中之理。觀定質物浸入流質中。似與地力攝引之理不合。如竹木之類。入水必升。鍤入水銀必升。炊煙在風氣中。或升或降。雲浮風氣上。與輕物浮于水無異。昔希臘國彌底推得其理。謂物入流質中必變輕。所減本重。等于等體流質重。設立方體入流質中。上下面平于地平。即平行于流質面。立體諸面之各點。必為流質抵力所抵。



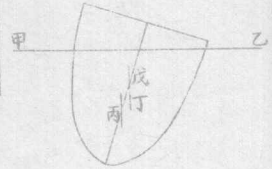
如圖。甲乙丙丁為立方體。四矢為四面抵力方向。甲丙及乙丁旁面抵力必相等。且相對。故相抵相消。甲乙面所抵上邊之向下力。等于甲乙面至流質面之流質柱重。丙丁面所抵下邊之向上力。等于等體流質重加上面抵力。如此。則加于立體者有二能力。一

本重。有令體向下之勢。一上下二面抵力之較。有令體向上之勢。設此二能力相等。立體必定。設不相等。立體或升或降。視本重或大或小于對面能力。即上下面二抵力之較為準。

論物入流質中減重之理。物入流質中。觀所減之重。必因流質載之而然。蓋物未入之前。有等體流質先在物所居之處。凡流質愈深處愈重。此等體流質。可當作定質體。與四面流質一似不相連屬。先在物所居之處不動。因有向上抵力。恰等于體重。抵定之故也。所以物入居之而定。必有向上抵力載之。物重必等于先所居之等體流質重。如此。凡物入流質中。物重若等于先所居等體流質重。必相定。而物重即減盡。設物重大于等體流質重。物必下降。設物重小于等體流質重。物必上升。是則物體定于流質中。必等于流質同重之體。因物入時所讓之流質。其重必等于物本重。故也。

論相定之理。設定質物為正方體。各點質重停勻。則如上條所言。物重等于等體流質重。物即定。此第一要理也。若非正方體。各點質重又不停勻。則當用重心。有二重心。一定質物重心。一等體流質重心。定質本重。一如收于定質重心。為向下之力。等體流質重。一如收于流質重心。為向上之力。此二力方向平行。且對面。若二力相等。又在一箇垂綫上。則物必定。

如甲乙為流質面。丙為定質重心。丁為等體流質重心。定質重為經過丙點之垂



力。等體流質重為經過丁點向上之力。此二方向不合為一綫物不能定。物定時。丙丁丁戊必同在一箇垂綫上。故定質重心于流質重心。必在一箇垂綫上。物乃定。此第二要理也。二要理外。更有定心定不定心定之理。約言之。定質重心愈下。愈近定心定。所以船底必鎮以鐵石之類。令定質重心下于等體流質重心也。小舟中人起立時。易傾側。因定質重心高。為不定心定也。

論等體重用前條物入流質之理。可測諸定質之等體重。諸定質體相等。輕重各異。由于質重各異也。如方寸鐵或方寸金。重于方寸水。又如一瓶水。銀重于一瓶水。欲測各質等體異重之率。法甚難。今以水較之。則甚易。凡定質入流質中。必減重。用算術推之。有比例。

一率 所減之重

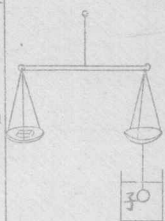
二率 全重

三率 流質等體重

四率 定質等體重

依此比例。諸異質體。可于一箇流質內測其輕重。察其減重若干。即可推得其等體重。用以定諸質體輕重率。甚便也。

測等體重用天平。如圖。天平一邊之銅盤。出細綫以繫物。先以常法平之。視有若干重。次入物水中。平之。視有若干重。二重較為等體水重。乃以本重為實。等體水



重為法。實如法而一為物之等體重率。如有金本重三十五分。入水中變為三十一分。所少四分。即水之等體重。乃置三十五為實。以四為法除之。得八七五。即金之等體重率。

論物在流質中或升或降之理。設不合上條中要理。則物在流質中。必或升或降。以物本重。或大或小于等體流質重故也。令物升降之力。等于物本重與等體流質重之較。凡輕物。或木箱。錫箱。牛胃等物。中有風氣。入水中。必升浮水面。即此理也。用此等物。可起深水中之重物。如大船。沈水中。欲起之。用木箱滿貯水。入船底兩旁。用皮條或繩搭住。以長氣機管取出箱中之水。箱即舉船而起。舉船之力。即二等體重之較也。魚在水中。能自升降者。因腹中有風氣胞。能大能小。故升降甚便。欲升時。風氣胞漲大。令等體流質重大于魚身重。即升。欲降時。風氣胞縮小。令等體流質重小于魚身重。即降。人入水中。等體流質重。亦大于身本重。又胸中空處。能大能小。胸放大。可令兩重較更增大。設誤落水。但昂其頭。胸必放大。且以兩手入水。則必不沈。若手出水。則等體流質重減小。小于身本重。頭必沈矣。身既下。直至水底。抵力能減縮身之體積。則身本重大于等體流質重。不能復升矣。凡自高墜下。入水必深。縮力加多。身之體積驟減小。亦不能復升也。死後體漲大。復升浮水面。因等體流質重大于

本重故也。氣球上升亦此理。令球上升之力。即球本重與等體氣重之較。初作氣球時。用熱氣。冷熱二氣。其重較不小。等體冷氣重。大于熱氣。并所帶或船或車重。球必上升矣。近時氣球中所用氣。以法煉之。其重小于常氣四五倍。故球上升。又速又高。水中小氣泡上升。亦即此理。愈近水面。泡愈增大。所撼動之水體。亦愈近水面愈大也。此有二理。一。水愈深。抵力愈大。一。氣凸力之比。同于等體空之反比。

論熱氣上升之理。聚火處開煙囪。令煙速出于上。亦前條之理也。熱氣輕于等體冷氣。當漸熱時。體必加大。所以撼動冷氣漸多。即等體冷氣重漸大。二重之較。即令熱氣上升之力。又人口中所出之氣。亦常上升。煙中有無數細黑點。故可見。他熱氣無此黑點。故不能見也。煙囪若高。能成熱氣長柱。而動力甚大。譬以長木入深水。其上升速于短木數倍也。故煙囪一百五十尺高。較五十尺高出煙幾倍速。又高煙囪之煙。向上直升。恒高與頂若干尺。外面風力不能敵。低煙囪之煙。有時不敵外面風力。即不能出。有反入室中之患。英國造布火機房。及冶房煉藥房等處。必達高煙囪。因此也。出煙專用此大煙囪。各處之火。用小煙囪通入大煙囪。令下面有熱氣長柱。其大動力可代索簫。故諸火俱極旺。若諸火俱滅。一時不能復然。因氣不流通。須先用枯草或刨花入大煙囪中燒之。令氣漸熱。復成長柱。然後流通。諸火乃可復然也。論輕流質上文論流質之抵力。及物入流質中。所言流質。不分輕重。因地力所加理。