中学数学綜合题

1000例

武汉市先锋学校翻印

中学数学

综合题一千例

下册

武汉市中小学教材编写组
武汉市教师进修学院 合编
武汉市洪山区教育局教研室

目 录

三 角 部 分

681. 若 x、y 为实数，且 $\sec^2\theta = \dfrac{4xy}{(x+y)^2}$，则 $x = y$.

证：$\because \sec^2\theta = \dfrac{4xy}{(x+y)^2} \geqslant 1$，则 $4xy \geqslant (x+y)^2$，

即 $(x-y)^2 \leqslant 0$。

但已知 $(x-y)^2 \geqslant 0$. $\therefore$ 只有取等号上式才能成立，

$$即\ \frac{4xy}{(x+y)^2} = 1.$$

解之得 $\quad x = y$.

682. 已知 $3x^2 - ax + 1 = 0$ 的两个根是 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$，α 是锐角，求 a 的值及这两个根.

解：根据判别式 $a^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 \geqslant 0$，

得 $a \geqslant \sqrt{12}$ 或 $a \leqslant -\sqrt{12}$ $\qquad$ (1)

根据韦达定理

$$\cos a + \sin a = \frac{a}{3} \qquad (2)$$

$$\cos a \cdot \sin a = \frac{1}{3} \qquad (3)$$

$(2)^2 - 2(3)$ 得 $\quad a = \pm\sqrt{15}$.

由(1)可知 $a = \pm\sqrt{15}$ 是合条件的，因 α 是锐角，

把 $a = \sqrt{15}$ 代入原方程或(2)、(3)两式得

$$\begin{cases} \sin a = \dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{6}, \\ \cos a = \dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{6}; \end{cases} \text{或} \begin{cases} \sin a = \dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{6}, \\ \cos a = \dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{6}. \end{cases}$$

683. 求$x^2-2x\sin\frac{\pi x}{2}+1=0$的所有实根.

解：设x为实数，则所给二次方程之判别式应大于或等于零：$\left(2\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2-4\geqslant0$，即$\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2\geqslant1$.

因x为实数，故$\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2\leqslant1$.

比较以上两式，即知$\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2=1$.

从而 $\sin\frac{\pi x}{2}=\pm1$.

故 $x=\pm1，\pm3，\pm5\cdots$.

代于原式，只有$x=\pm1$满足，所以实数根为$x=\pm1$.

又解：所给方程可写为

$$\left(x-\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2+1-\sin^2\frac{\pi x}{2}=0.$$

即 $$\left(x-\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2+\cos^2\frac{\pi x}{2}=0.$$

要上式成立，必须$x-\sin\frac{\pi x}{2}=0$ 及 $\cos\frac{\pi x}{2}=0$.

由 $x-\sin\frac{\pi x}{2}=0$，得 $x=0$，$x=-1$，$x=1$.

由 $\cos\frac{\pi x}{2}=0$， 得 $x=2k+1$，k为整数.

于是$x=-1$，$x=1$时，上二式同时成立．所以原方程的实解为$x=-1$或$x=1$．

684．实数q在什么范围内，方程$\cos 2x+\sin x=q$有实数解？

解：原方程变形：$1-2\sin^2x+\sin x=q$，$2\sin^2x-\sin x-(q-1)=0$．要使x取实数值，必须满足判别式$\Delta\geqslant 0$，$|\sin x|\leqslant 1$．

在$\Delta=(-1)^2+4\cdot 2(q-1)=9-8q\geqslant 0$的条件下，

$$\sin x=\frac{1\pm\sqrt{9-8q}}{4},$$

q的范围由$\begin{cases}9-8q\geqslant 0 & (1)\\ -1\leqslant\dfrac{1\pm\sqrt{9-8q}}{4}\leqslant 1 & (2)\end{cases}$

决定，由(1)得$q\leqslant\frac{9}{8}$，而(2)经过去分母化简就是

$$(A)\begin{cases}\sqrt{9-8q}\leqslant 3 & (3)\\ \sqrt{9-8q}\geqslant -5 & (4)\end{cases}$$

$$或(B)\begin{cases}-\sqrt{9-8q}\leqslant 3 & (5)\\ -\sqrt{9-8q}\geqslant -5 & (6)\end{cases}$$

(A)中的(3)的解是$q\geqslant 0$，(4)的解是$q\leqslant\frac{9}{8}$．

于是(A)的解是$0\leqslant q\leqslant\frac{9}{8}$

(B)中(5)的解是$q\leqslant\frac{9}{8}$，(6)的解是$q\geqslant -2$

2于是(B)的解是$-2\leqslant q\leqslant\frac{9}{8}$

因此(2)的解是 $-2\leqslant q\leqslant\frac{9}{8}$

故 q 的数值范围是 $-2\leqslant q\leqslant\frac{9}{8}$，$\sin x$

仅取 $\frac{1-\sqrt{89+9}}{4}$。

685. 求证 $\frac{\operatorname{ctg}3x}{\operatorname{ctg}x}$ 之值决不在3与 $\frac{1}{3}$ 之间.

证：$\frac{\operatorname{ctg}3x}{\operatorname{ctg}x}=\frac{1}{\operatorname{ctg}x}\cdot\left[\frac{\operatorname{ctg}2x\operatorname{ctg}x-1}{\operatorname{ctg}2x+\operatorname{ctg}x}\right]$

$$=\frac{1}{\operatorname{ctg}x}\left|\frac{\frac{\operatorname{ctg}^2x-1}{2\operatorname{ctg}x}\cdot\operatorname{ctg}x-1}{\frac{\operatorname{ctg}^2x-1}{2\operatorname{ctg}x}\operatorname{ctg}x}\right|=\frac{\operatorname{ctg}^2x-1-2}{\operatorname{ctg}^2x-1+2\operatorname{ctg}^2x}$$

$$=\frac{\operatorname{ctg}^2x-3}{3\operatorname{ctg}^2x-1}.$$

令 $y=\frac{\operatorname{ctg}^2x-3}{3\operatorname{ctg}^2x-1}$，则 $(3y-1)\operatorname{ctg}^2x-(y-3)=0$。

因 $\operatorname{ctg}x$ 为实数，则 $\triangle=4(3y-1)(y-3)\geqslant0$.

即 $y\geqslant3$ 或 $y\leqslant\frac{1}{3}$.

686. 当 $a>b>0$ 时，求证 $\frac{a\sin x+b}{a\sin x-b}$ 不能介于 $\frac{a-b}{a+b}$ 和 $\frac{a+b}{a-b}$ 之间.

证：设 $y=\frac{a\sin x+b}{a\sin x-b}$，则 $\sin x=-\frac{b(1+y)}{a(1-y)}$.

但 $-1\leqslant\sin x\leqslant1$，即 $-1\leqslant\frac{b(1+y)}{a(1-y)}\leqslant1$，

即 $\begin{cases} \dfrac{b(1+y)}{a(1-y)} \leqslant 1 & (1) \\ \dfrac{b(1+y)}{a(1-y)} \geqslant -1 & (2) \end{cases}$

(1) 的解为 $y>1$ 或 $y \leqslant \dfrac{a-b}{a+b}$;

(2) 的解为 $y \geqslant \dfrac{a+b}{a-b}$ 或 $y<1$.

又 $a>b$, $\dfrac{a+b}{a-b}>1$, $\dfrac{a-b}{a+b}<1$.

于是 $-1 \leqslant \dfrac{b(1+y)}{a(1-y)} \leqslant 1$的解为 $y \geqslant \dfrac{a-b}{a+b}$ 或

$$y \leqslant \frac{a-b}{a+b}.$$

故 $\dfrac{a\sin x+b}{a\sin x-b}$不能介于$\dfrac{a-b}{a+b}$和$\dfrac{a+b}{a-b}$之间.

687. 求函数 $y=\dfrac{\sec^2 x-\operatorname{tg} x}{\sec^2 x+\operatorname{tg} x}$的最小值和最大值.

解：由$y=\dfrac{\sec^2 x-\operatorname{tg} x}{\sec^2 x+\operatorname{tg} x}$, 得

$y[(1+\operatorname{tg}^2 x)+\operatorname{tg} x]=(1+\operatorname{tg}^2 x)-\operatorname{tg} x$.

$(y-1)\operatorname{tg}^2 x+(y+1)\operatorname{tg} x+(y-1)=0$.

$\because$ $\operatorname{tg} x$ 为实数, $\therefore$ $(y+1)^2-4(y-1)^2 \geqslant 0$.

$[(y+1)+2(y-1)][(y+1)-2(y-1)] \geqslant 0$,

$(3y-1)(3-y) \geqslant 0$, $(3y-1)(y-3) \leqslant 0$, 即 $\dfrac{1}{3} \leqslant y \leqslant 3$.

故函数的最小值为$\frac{1}{3}$，最大值为3

688．设 $tgx=3tgy(0\leqslant y\leqslant x\leqslant \frac{\pi}{2})$，试求

$u=x-y$之最大值.

解：∵ $0\leqslant y\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，则 $tgx>tgy>0$.

于是 $tgu=tg(x-y)=\frac{tgx-tgy}{1+tgxtgy}$

$$=\frac{2tgy}{1+3tg^2y}=\frac{2}{\frac{1}{tgy}+3tgy}\leqslant\frac{2}{2\sqrt{\frac{1}{tgy}\cdot 3tgy}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

此时 $\frac{1}{tgy}=3tgy$. 即$y=\frac{\pi}{6}$时，tgu 有极大值$\frac{\sqrt{3}}{3}$

因为 $0\leqslant y\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，所以这时 $u=\frac{\pi}{6}$，

故 $u=x-y$的最大值为$\frac{\pi}{6}$.

689．设x为实数，求证：

$$y=\frac{x^2-2x\cos\alpha+1}{x^2-2x\cos\beta+1}$$

之值在

$$\frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin^2\frac{\beta}{2}}与\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\frac{\beta}{2}}之间.$$

证：∵ x为实数，

而 $(1-y)x^2-2(\cos\alpha-y\cos\beta)x+(1-y)=0$，

则 $\triangle=4[(\cos\alpha-y\cos\beta)^2-(1-y)^2]\geqslant 0$。

即 $-(1-\cos^2\beta)y^2+2(1-\cos\alpha\cos\beta)y-(1-\cos^2\alpha)\geqslant 0$。

即 $\sin^2\beta y^2-2(1-\cos\alpha\cos\beta)y+\sin^2\alpha\leqslant 0$。

这里y^2的系数$\sin^2\beta>0$，又这二次三项式之二根为

$$y=\frac{1}{2\sin^2\beta}\Big[2(1-\cos\alpha\cos\beta)\pm\sqrt{4(1-\cos\alpha\cos\beta)^2-4\sin^2\alpha\sin^2\beta}\Big]$$

$$=\frac{1}{\sin^2\beta}\Big[1-\cos\alpha\cos\beta\pm 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\Big]$$

$$=\frac{1}{\sin^2\beta}\Big[1-\cos\alpha\cos\beta\pm(\cos\beta-\cos\alpha)\Big],$$

即 $$y_1=\frac{1}{\sin^2\beta}(1+\cos\beta)(1-\cos\alpha)=\frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin^2\frac{\beta}{2}},$$

$$y_2=\frac{1}{\sin^2\beta}(1-\cos\beta)(1+\cos\alpha)=\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\frac{\beta}{2}}.$$

∴ y之值函y_1与y_2之间.

690. 求证：不论θ之值为何，函数

$$y=a\sin^2\theta+b\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$$

之值恒在以下二式之间：

$$\frac{a+c}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{b^2+(a-c)^2}\leqslant y\leqslant\frac{a+c}{2}$$
$$+\frac{1}{2}\sqrt{b^2+(a-c)^2}.$$

证：∵ $a\sin^2\theta-y\sin^2\theta+b\sin\theta\cos\theta+(c-y)\cos^2\theta$
$=0.$

则 $(a-y)\mathrm{tg}^2\theta+b\,\mathrm{tg}\theta+(c-y)=0.$

∵ $\mathrm{tg}\theta$的实数，则判别式
$b^2-4(a-y)(c-y)\leqslant 0.$

即 $4y^2-4(a+c)y+(4ac-b^2)\geqslant 0.$

这里，二次项系数$4>0$，而其二根为

$$y=\frac{4(a-c)\pm\sqrt{16(a+c)^2-16(4ac-b^2)}}{8}$$

$$=\frac{1}{2}\left[(a+c)\pm\sqrt{b^2+(a-c)^2}\right],$$

∴ 不等式之解为

$$\frac{1}{2}\left[(a+c)-\sqrt{b^2+(a-c)^2}\right]\leqslant y\leqslant\frac{1}{2}\left[(a+c)\right.$$
$$\left.+\sqrt{b^2+(a-c)^2}\right].$$

691. a取什么值时，函数
$$y=\sqrt{\sin^6x+\cos^6x+a\sin x\cos x}$$
的自变量x的定义域是一切实数？

解：$\sin^6x+\cos^6x+a\sin x\cos x$
$=(\sin^2x+\cos^2x)(\sin^4x+\cos^4x-\sin^2x\cos^2x)$
$+a\sin x\cos x$
$=(\sin^2x+\cos^2x)^2-3\sin^2x\cos^2x+a\sin x\cos x$

$= -3\sin^2 x\cos^2 x + a\sin x\cos x + 1.$

设 $t=\sin x\cos x$，原上式化为

$$f(t) = -3t^2 + at + 1.$$

$\because$ $t=\frac{1}{2}\sin 2x$，而$|\sin 2x|\leqslant 1$，

$\therefore$ $-\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant\frac{1}{2}.$

所以，只需确定 a 值，使在$-\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant\frac{1}{2}$时，

$$-3t^2 + at + 1\geqslant 0.$$

上述不等式当t在区间$\left(\frac{a-\sqrt{a^2+12}}{6}, \frac{a+\sqrt{a^2+12}}{6}\right)$上恒成立，为此，需有

$$\begin{cases}\frac{a+\sqrt{a^2+12}}{6}\geqslant\frac{1}{2}, \\ \frac{a-\sqrt{a^2+12}}{6}\leqslant-\frac{1}{2}.\end{cases}$$

解之，得 $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}.$

所以，a 在$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$内，函数中的自变量 x 可取任一实数值.

692. 求$\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta$的极大值.

解：$\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta = 2\left(\frac{1}{2}\cos\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$

$= 2(\sin 30^\circ\cos\theta + \cos 30^\circ\sin\theta)$

$= 2(\sin(\theta+30^\circ)).$

$\because$ $-1\leqslant\sin(\theta+30^\circ)\leqslant 1,$

$\therefore\quad -2\leqslant 2\sin(\theta+30^\circ)\leqslant 2.$

故 $\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta$的极大值为2.

683．试求$3-2\cos\theta+\cos^2\theta$的极小值.

解：原式是关于$\cos\theta$的二次函数，即

$$y=\cos^2\theta-2\cos\theta+3.$$

$\because\quad a=1,\ b=-2,\ c=3.$

$\therefore$ 当 $\cos\theta=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{2}{2}=1$时，函数$y$有极小值.

$$y_{极小值}=\frac{4ac-b}{4a}=\frac{12-4}{4}=2.$$

即 $3-2\cos\theta+\cos^2\theta$的极小值是2.

694．证明：对于任意角度θ，都有$5+8\cos\theta+4\cos2\theta+\cos3\theta\geqslant 0$.

证：$5+8\cos\theta+4\cos2\theta+\cos3\theta=5+8\cos\theta+4(2\cos^2\theta-1)+(4\cos^3\theta-3\cos\theta)=1+5\cos\theta+8\cos^2\theta+4\cos^3\theta=(1+\cos\theta)(4\cos^2\theta+4\cos\theta+1)=(1+\cos\theta)(2\cos\theta+1)^2\geqslant 0.$

695．已知平面上的一组同心圆，其半径

$$r=|a\cos\beta+b\sin\beta|$$

这里，a、b为常数，β为任意角，所有这些同心圆盖满平面上一个区域，试求这个区域的面积.

解：这一组圆所覆盖的区域等于其中半径最大的圆覆盖的区域.

已知 $r=\sqrt{a^2+b^2}\,|(\sin\beta+\theta)|$，这里

$$\sin\theta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\ \cos\theta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}};$$

则 $r_{max}=\sqrt{a^2+b^2}$. 此时$|\sin(\beta+\theta)|=1$.

$\therefore$ 这组同心圆所覆盖之面积为$\pi(a^2+b^2)$.

696. (1) 如果α、β都是锐角，试比较$\sin(\alpha+\beta)$与$\sin\alpha+\sin\beta$的大小.

(2) 在什么情况下，$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$?

解:

(1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$,

而 $0<\cos\alpha<1$, $0<\cos\beta<1$,

$\therefore$ $\sin\alpha\cos\beta<\sin\alpha$;

$\cos\alpha\sin\beta<\sin\beta$.

故 $\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta<\sin\alpha+\sin\beta$.

即 $\sin(\alpha+\beta)<\sin\alpha+\sin\beta$.

(2) 若 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$,

则 $$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\left(\cos\frac{\alpha+\beta}{2}-\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\right)=0.$$

$$-4\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}=0.$$

由此得 $\sin\frac{\alpha+\beta}{2}=0$, $\sin\frac{\alpha}{2}=0$, $\sin\frac{\beta}{2}=0$.

$\therefore$ $\alpha+\beta=2n\pi$, $\alpha=2n\pi$, $\beta=2n\pi$. (n为整数)

只有在上述三种情况下，才有$siu(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$。

697. 已知 $tg\,x=2\sqrt{2}\,(180°<x<270°)$,

求 $\cos 2x$, $\cos\frac{x}{2}$的值.

解：$\because\ 180^\circ < x < 270^\circ$，$\therefore\ \sec x = -\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 x}$

$$= -\sqrt{1+8} = -3,\quad \therefore\ \cos x = -\frac{1}{3},$$

$$\therefore\ \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\times\left[-\frac{1}{3}\right]^2 - 1 = -\frac{7}{9}.$$

由$180^\circ < x < 270^\circ$，得$90^\circ < \frac{x}{2} < 135^\circ$，

$$\therefore\ \cos\frac{x}{2} = -\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}} = -\sqrt{\frac{1-\frac{1}{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

698．已知$\cos 2\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$，求$\sin^4\theta + \cos^4\theta$，的值。

解1：$\sin^4\theta + \cos^4\theta = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta\cos^2\theta$

$$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\theta = 1 - \frac{1}{2}(1-\cos^2 2\theta)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^2 2\theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times\frac{2}{9} = \frac{11}{18}.$$

解2：由$\cos 2\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$得

$$1 - 2\sin^2\theta = \frac{\sqrt{2}}{3},\quad 2\cos^2\theta - 1 = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

因而

$$\sin^2\theta = \frac{3-\sqrt{2}}{6},\quad \cos^2\theta = \frac{3+\sqrt{2}}{6}.$$

所以

$$\sin^4\theta + \cos^4\theta = \left(\frac{3-\sqrt{2}}{6}\right)^2 + \left(\frac{3+\sqrt{2}}{6}\right)^2 = \frac{11}{18}.$$

666. 求证：$\sin 9^\circ=\frac{1}{4}(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}})$.

证明：由$\sin 36^\circ=\cos 54^\circ$得 $\sin(2\times 18^\circ)=\cos(3\times 18^\circ)$.

$2\sin 18^\circ\cos 18^\circ=4\cos^3 18^\circ-3\cos 18^\circ$.

$\because\ \cos 18^\circ\neq 0$，$\therefore\ 2\sin 18^\circ=4\cos^2 18^\circ-3$,

$4\sin^2 18^\circ+2\sin 18^\circ-1=0$. $\sin 18^\circ=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

$(\sin 18^\circ>0)$

因此

$$\sin 9^\circ=\sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos 18^\circ)}=\frac{1}{2}\sqrt{2-2\cos 18^\circ}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(1+\sin 18^\circ)-2\sqrt{1-\sin^2 18^\circ}+(1-\sin 18^\circ)}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{1+\sin 18^\circ}-\sqrt{1-\sin 18^\circ})^2}$$

$$=\frac{1}{2}(\sqrt{1+\sin 18^\circ}-\sqrt{1-\sin 18^\circ})$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)}-\sqrt{1-\frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)}\right)$$

$$=\frac{1}{4}(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}).$$

$\therefore$ 原式成立.

700. 求证：

(1) $\sin 50^\circ(1+\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,10^\circ)=1$;

(2) $\frac{1}{\sin 10^\circ}-\frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}=4$.

证明：

(1) $\sin 50^\circ(1+\sqrt{3}\,\mathrm{tg}10^\circ)$

$$=\sin 50^\circ\times\frac{2\left(\frac{1}{2}\cos 10^\circ+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ\right)}{\cos 10^\circ}$$

$$=\sin 50^\circ\times\frac{\sin 30^\circ\cos 10^\circ+\cos 30^\circ\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}$$

$$=\frac{2\cos 40^\circ\sin 40^\circ}{\cos 10^\circ}$$

$$=\frac{\sin 80^\circ}{\cos 10^\circ}=1.$$

(2) 原式左边 $=\dfrac{\cos 10^\circ-\sqrt{3}\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ\cos 10^\circ}$

$$=\frac{\frac{1}{2}\cos 10^\circ-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ}{\frac{1}{2}\sin 10^\circ\cos 10^\circ}$$

$$=\frac{\sin 30^\circ\cos 10^\circ-\cos 30^\circ\sin 10^\circ}{\frac{1}{4}\cdot 2\sin 10^\circ\cos 10^\circ}$$

$$=\frac{4\sin 20^\circ}{\sin 2\ ^\circ}=4$$

= 原式右边

701．求(1) $\sin 20^\circ\sin 40^\circ\sin 60^\circ\sin 80^\circ$ 的值；

(2) $\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 60^\circ\cos 80^\circ$ 的值；

(3) $\mathrm{tg}20^\circ\mathrm{tg}40^\circ\mathrm{tg}60^\circ\mathrm{tg}80^\circ$ 的值．

解：