

直方大齋數學上編

數學上編卷十一

番禺曹汝英粲三著

開平方

第九十九款 以數自乘其所得者謂之平方數學者讀前卷既知之矣若先有平方數反求自乘之數則求之之法名曰開平方而開出之數是名曰平方根

卽如九之平方根爲三因以三自乘可得九也餘可類推

第一百款 開平方亦有記號其號爲 $\sqrt{\quad}$ 或省作 $\sqrt{\quad}$

卽如有數爲九今欲將此數開平方則書作 $\sqrt{9}$ 又

如以九開平方得平方根爲三則其算式應作 $\sqrt{9}$

$\sqrt{9}$ 餘可類推

第一百零一款 所設之數其平方根若得一位則用九九歌訣

便可推出之即如六十四之平方根必為八因八八是六十四

也又三十六之平方根必為六因六六三十六也餘可類推

第一百零二款 假如所設之數其平方根不祇一位則另有法

以求之欲明其法祇須將自乘之法步步退回而思之即得之

矣今設數明之

即如以八 此草算法若分層次言之最先為四尺

丈四尺自 乘四尺 次加四尺乘八丈 再次加

乘則其算 八丈乘四尺 即是共加兩箇 再次加

$$\begin{array}{r} \text{八} \cdot \text{四} \cdot \text{六} \\ \text{八} \cdot \text{三} \cdot \text{三} \\ \text{三} \cdot \text{七} \cdot \text{二} \\ \text{六} \cdot \text{七} \cdot \text{〇} \cdot \text{五} \cdot \text{六} \end{array}$$

草如下 八丈乘八丈 最後則為用隔一位命

名法而讀爲七十丈零五十六尺此自乘之層次也若步步退

回則可得開平方之法矣觀下題自明

設如有平方積爲七十丈零五十六尺問方根幾何

四
八
六
五
六
五
六
六
四
七
六

先寫出所設之數其右作弧線以備書列方根寫畢卽從定點之位之頂作一點復於隔一位之頂亦作一點作此兩點者先欲知方根有幾位也其所以隔位而始點者因自乘之時其最後一層爲

隔位命名也點畢卽商量七十丈之內卽小於七十丈之謂其最近之平

方數爲何數用九九歌訣思之卽知其爲八丈矣乃書八於弧

線右而置定點於其後是名曰初商爰以八丈自乘得六十四

丈書於七十丈之下與之相減其所以應相減者因自乘之時
最後所加之數爲八丈自乘也以六十四丈減七十丈餘六丈
續書五十六尺於其右得六丈五十六尺是名曰次商實惟此
六丈五十六尺者乃自乘之時以兩箇八丈乘四尺再加一箇
四尺乘四尺也此卽與兩箇八丈加四尺加得之數以四尺乘
之無以異也於是畫一豎線於次商實之左列兩箇八丈卽十六丈
於其外以之除次商實可得四尺卽書四於弧線外是名曰次
商并書四於十六丈之下相併得十六丈四尺以次商乘之得
六丈五十六尺書於次商實之下相減適盡則弧線外之八丈
四尺爲所求之平方根矣

以六爲次商書於初商之右并書於一百四十之下相加得一百四十六以次商乘之得八百七十六書於次商實之下相減適盡則弧線外之七十六卽爲所求之平方根矣

有時以倍初商之數除次商實而所得者須退一數或退兩數始爲次商如下題是也

設如有平方積爲七百八十四問方根幾何

三	八	四	八
七	四	三	八
四	〇	八	四

如法得初商爲二其平方數爲四與七相減餘三續書八四於其右倍初商得四十書於豎線外以四十除三百八十四本應得九惟因所得之九併

入四十得四十九以九乘之得四百四十一此數大於三百八

十四不足減故九不能用須退一數以八爲次商也如法相併相乘相減適盡是二十八爲所求之平方根

第七十一次習問

下列各平方數試求其根

- | | | | |
|----------|----------|----------|-----|
| ①四百四十一 | ②七百二十九 | ③二百八十九 | ④一千 |
| 零二十四 | ⑤一千五百二十一 | ⑥一千八百四十九 | ⑦ |
| 二千二百零九 | ⑧三千四百八十一 | ⑨七千五百六十九 | |
| ⑩七千九百二十一 | ⑪九千二百一十六 | | |

第一百零四款 學者如將上次習問演過則求兩位平方根之法已明矣今再設題於後以明求三位及多位平方根之法

第一題 設如有平方積爲五十三萬一千四百四十一問平

方根幾何

五	三	一	四	四	一	七	二	九
四	九	四	一	四				
一	四	〇	二	二	八	四		
一	四	二		一	三	〇	四	一
一	四	四	〇	九	一	三	〇	四
一	四	四	九					

先列出所設之數從末位起隔位點之其
初商次商之數可照上款之法求之不必
贅論惟求得次商之後其乘得數與次商
實相減尙餘一三〇乃續書四一於右是
名曰三商實爰畫一豎線於其左取初商

次商之七十二進一位倍之得一千四百四十書於豎線外以
之除三商實得九爲三商書於弧線外并書之於一千四百四
十之下相併以三商乘之書於三商實之下相減適盡則弧線

第二題 設如有平方積三千一百二十三萬九千六百八十

四問平方根幾何

三	二	二	三	九	六	八	四	(五	六	七	八
二	五										
一	〇	〇	七	二	三						
一	〇	六	六	三	六						
一	一	二	〇	八	七	九	六				
一	一	二	七	七	八	八	九				
一	一	三	四	〇	九	〇	七	八	四		
一	一	三	四	八	九	〇	七	八	四		

先列出所設之數從末位起隔位點之
其初商次商三商之數可照前法求之
不必贅論惟求得三商之後其減餘之
數爲九〇七乃續書八四於右是名曰
四商實爰畫豎線於左取諸商之數進
一位倍之得一萬一千三百四十書於

豎線外以之除四商實得八爲四商如法相併相乘相減適盡

如或以豎線外之數除實而實不受除者則所商之位應以○補之如下題是也

第三題 設如有平方積爲一十六萬五千六百四十九問平方根幾何

一六五六四九(四〇七)
 一六
 八〇〇
 七
 八〇七
 五六四九
 五六四九

如法從末位起隔位點之得初商爲四其平方數爲十六與初商實相減無餘乃逕書五六以爲次商實其左畫豎線取初商進一位倍之得八十以之除五六不受除卽以○爲次商再續四九於次

商實之右此時因次商爲○則豎線外之八十應補○變爲八百以之除三商實得七爲三商如法相併相乘相減適盡則弧線外之四百零七卽爲所求之根矣

一連兩商爲○者均照此推之

第七十二次習問

下列各平方數試求其根

- ①五萬二千四百四十一
 - ②六萬五千五百三十六
 - ③八萬二千三百六十九
 - ④九萬五千四百八十一
 - ⑤二十萬零七千九百三十六
 - ⑥四十五萬二千九百二十九
 - ⑦五十四萬六千一百二十一
 - ⑧五十四萬九千零八十一
- 下列各正方形已知其積問方邊幾何

隔位之點須先從定點之位起各向左右作之

(九)一百五十二井二十七尺五十六寸

(一〇)三十二井二十三

尺九十六寸八十四分

(一一)四千五百四十六井八十尺零四

十九寸

(一二)二千二百零九萬九千四百零一井

設如有下列各正方田問每邊幾何

隔位之點須先從定點之位起各向左右作之

(一三)二十六畝九分三釐四豪

(一四)二頃四十二畝四分零六豪

(一五)六十一頃五十七畝零一釐四豪

(一六)二十六畝六分九

釐三豪三絲三忽

第一百零五款

若所設之數其末各位爲〇而開至有數之末

位時卽已減盡則最後所得之商仍非末商須補〇以足之如

下題是也

小續金匱下

六〇〇

五

六六六

卷六

寫如此

四
二萬八千

之下相減適

皆應爲○故

初學算者每

致再蹈覆轍

第七十三次習問

下列各平方積試求其根

①二萬八千九百

②五百七十六萬

③十四萬四千四百

④四千零九十六萬

⑤六十五萬六千一百

⑥二百一

十萬零二千五百

⑦一千七百三十萬零五千六百

⑧九

百八十五萬九千六百

⑨三百七十二萬四千九百

⑩一

百一十六萬六千四百

第一百零六款

以上所設各數俱是開盡之方根若遇所設之

數本非由自乘而得者則其方根雖開千萬年亦不能盡祇可

設如有數爲一百五十試求其方根密率

與一相減餘一續書五〇於右其左作豎

線爰將初商進一位倍之得二十姑先寫

二字於堅線外而心中作爲一十以之除

次商實本應得七惟七太大退而爲六六

二五〇(一五八一一一...)

二五	二五	二五
五	二五	
三〇	八	二五
三	八	二四六
三一六	二	三六〇
三一六	二	三六
三一六	二	四三九
		三二一
		一三三
		一三七

亦太大再退爲五卽寫五於次商之位并寫五字於二之右爰
以次商乘之與次商實相減尙餘二五則是原設之位已用盡
而方根猶未盡也如此之類是爲開不盡之方若欲多求幾位
小數須續兩○於餘實而置定點於所得之商之後此時若照
前法求之本應進初次商爲一百五十倍之得三百惟是如此
倍法每商一位卽須用乘法一次若多商幾位則所乘之實太
大恐易致誤故須另尋簡便之法以求不易差錯其法卽以所
得之商加於前次之共法數卽爲下一次之法以加代乘簡便之極如上
算草旣得次商爲五卽書五於前次共法之下相加得三。卽與
倍初次商所得者無異其所以能如此相加者因前次之二五其