

结 构 安 全 度

【初 稿】

78级工民建专业选修课讲义

北方交通大学铁道建筑系
1981年6月

目 录

第一章 总论

- 1.1 安全度理论的任务
- 1.2 安全条款的历史演变
- 1.3 现代安全度理论形成概况

第二章 安全度分析的数学工具

- 2.1 事件的概率
- 2.2 集合论的基本原理
 - 2.2.1 定义
 - 2.2.2 事件的组合
 - 2.3 (概率的运算)
~~2.3.1 概率的性质及加法法则~~
 - 2.3.1 概率的性质及加法法则
 - 2.3.2 条件概率及乘法法则
 - 2.3.3 全概率定理
 - 2.3.4 贝叶斯定理
 - 2.4 随机变量
 - 2.4.1 事件的数值化
 - 2.4.2 随机变量的概率分布
 - 2.4.3 随机变量的数字特征
 - 2.4.3.1 均值 (数字期望)

2.4.3.2	方差及标准差	
2.4.3.3	偏度系数	
2.4.4	常用的概率分布	
2.4.4.1	正态分布	
2.4.4.2	对数正态分布	
2.4.4.3	贝努利序列及二项分布	
2.4.4.4	普阿松分布	
2.4.5	多维随机变量及其联合分布	
2.4.6	随机变量的函数	
2.4.7	随机变量函数的矩	
第三章	结构安全度的理论基础	—— 110
3.1	一般概率	—— 110
3.1.1	“安全”的含意	—— 110
3.1.2	结构的“失效”	—— 115
3.1.3	威胁结构安全的因素	—— 118
3.1.4	源于变量随机性的不确定性	——
3.1.5	源于计算模式的不确定性	—— 133
3.2	结构安全度分析模式	—— 146
3.2.1	安全度分析的理论模式	—— 147
3.2.2	安全度分析的均值二阶矩模式	—— 161

3.2.2.1 正态分布的均值二阶矩模式	— 161
3.2.2.2 对数正态均值二阶矩模式	— 168
3.2.3 一次二阶矩模式	— 174
3.2.3.1 二维正态变量	— 175
3.2.3.2 多维正态变量	— 180
3.2.3.3 任意分布的多维变量	— 185
3.2.4 安全度分析的一阶矩模式	— 189
第四章 设计准则	— 199
4.1 定值的容许应力设计准则	— 199
4.2 半概率的极限状态设计准则	— 195
4.3 半概率的极限强度设计准则	— 195
4.4 基于均值二阶矩的设计准则	— 201
4.4.1 基于正态分布导出的分项系数	— 201
4.4.2 基于对数正态导出的分项系数	— 202
4.5 按一次二阶矩模式建立设计准则	— 210

综上所述，可见一项既能满足安全、适用要求，同时又符合经济原则的结构设计，必须对这些不确定性因素加以充分而明确的考虑。这是一个非常复杂而且不好解决，但必须解决的问题。结构安全度理论就是专门研究这个问题的，因此它的任务就是：“确定一个符合客观实际的，合乎逻辑的衡量结构安全性的尺度。”

1.2 安全条款的历史演变

第一个关于结构安全性的规范条文应该追溯到古代巴比伦帝国的规范（公元前 2250 年）。这是人们所知道的最早的安全条文：“如果一个建筑师所建造的房屋，由于建造不当而发生倒塌，对用户造成伤害者，处以死刑。”

从 18 世纪后半期到 19 世纪初，由于弹性理论的出现，产生了目前所采用的应力这一概念，大大促进了结构设计理论的发展。Navier (1785~1836) 对建立弹性设计理论做出了很大贡献。他的理论认为，仅仅知道结构材料的强度是不够的。为了使结构物能在漫长的使用期间不破坏，还必须规定一个应力的限制值，这就是所谓的容许应力。

容许应力设计法发展到本世纪，已经形成了完整的体系。这个方法虽然简单明确，但它本身存在很多矛盾和缺点。

1933 年苏联首先在其钢筋混凝土结构设计规范中采用了以构件极限承载能力为依据的极限强度设计法。在这个方法的基础上

后来又发展成了现在的极限状态设计法。它与容许应力法不同，容许应力法不论哪种荷载都采用相同的安全系数，例如对变异小的恒载和变化幅度很大的活荷载不加区别地取同一安全系数；此外，不管结构体系如何都使用不变的安全系数。尤其明显的是，在钢筋混凝土结构中，对强度变异大的混凝土和强度变异小的钢筋采用同一安全系数。因此，容许应力设计法无法避免安全度的不均衡性。另外，安全系数是凭经验决定的。取值大小并无明确根据。所以，安全程度也是不明确的。另一方面，极限状态设计法是对不同的极限状态和对变异性不同的荷载采用不同的安全系数。所以，可以说，是一种以达到安全度一致性为目标的设计方法。但是，在安全度的不均衡性上，只能说是比容许应力法有所改进和减轻，因为抗力系数和荷载系数仍和容许应力法一样是靠经验确定的。

苏联在1955年的结构设计规范中采用了极限状态设计法。美国是1963年，而欧洲是1964年开始正式采用。这些国家现行的结构设计规范仍是以这种所谓的半概率极限状态设计法为主。

1.3 现代安全度理论的形成概况

安全度理论首先应该为设计规范的制订提供一个合乎逻辑的基础。凭经验确定安全系数的方法是不可能正确认识和评定结构的安全度的。结构安全之所以成为问题是由于荷载或荷载效益和结构抗

力存在不确定性。因此，结构在其使用期内发生破坏的事件是一种随机事件。把这样一个本来只有用概率论的方法才能充分概括的问题给予确定性的处理就是现行设计方法的要害所在。

首先提出应用概率论进行结构安全度分析的是德国的M. Mayer。他在1926年提出的博士论文中主张用极限抗力代替容许应力，并在安全度处理上引进概率概念。后来经苏联学者H. C. 斯特列尔

茨基进一步发展。其后A. M. 富洛依敦塔尔，A. P. 路然尼岑，M. 普洛特，P. 巴拉撒，S. O. 阿斯普龙。

等又论证了这个问题。这些人对于结构安全度的研究，在唤起人们对安全度分析和结构设计的随机性质的关心方面做出了重大贡献。采用可靠性理论使得对影响结构安全的主要因素的分析，以及与安全度水平有关的社会——经济因素等方面的研究成为可能。

安全度问题可以分为结构设计选择一个有效的安全性尺度和在设计准则中怎样使概率概念具体化的问题。

A. M. Freudenthal等人提出了把荷载或荷载效应 S 及抗力 R 作为具有不规则变化的随机变量，并引进失效概 P_f （严格说来，应是到达极限状态的概率）作为衡量安全性的尺度。建议设计时将失效概率控制在预先规定的容许限度之内。

A. H-S. Ang 在 Freudenthal 的基本思想的基础上，提出应将不确定因素分为两大类，一种是存在于随机变量本身的不确

定性和由于人的主观认识水平的局限性而引起的不确定性。研究出一整套的不确定性分析方法，并倡导了扩充的可靠性理论。

失效概率是建立在精确掌握极限状态条件中各基本变量的联合概率分布的前提下。由于统计信息不足，尤其是分布尾部更加缺少资料。明确提出失效概率在现阶段简直是办不到的事情。

考虑到上述困难，C. A. Cornell 提出一种假设概率分布形式，并仅用随机变量的均值和方差来反映它们的概率性质。这个方法称为均值二阶矩法。N. C. Lind 等人又对 Cornell 的二阶矩法做了进一步的理论阐述和扩充，并提出用代数近似法将二阶矩法与现行的极限状态设计法中的分项安全系数联系起来了。Lind 的工作使以概率为基础的安全度分析法达到制订规范的实用化上做出了贡献。

上述 Ang 和 Cornell，Lind 等人的工作都是 60 年代末和 70 年代中期以前在美国和加拿大进行的。

1971 年在欧洲成立了“结构安全度联合委员会 (JCSS)”。委员会由以下六个国际土建组织组成：

CEB — 欧洲混凝土委员会

CECM — 欧洲钢结构协会

CIB — 国际房屋建筑研究与文件委员会

FIP — 国际预应力混凝土委员会

IABSE — 国际桥梁与结构工程协会

RILEM — 国际材料与结构试验研究所联合会

该联合委员会成立的宗旨是改进和实现结构安全度的理论和方法，致力于对各种材料结构的设计的安全度概念的改进和统一。

从联合委员会创立起到1976年底，在大量的科研活动和研究成果基础上编制了“结构统一标准规范的国际体系”的第一卷《各类结构和各种材料的共同统一规则》。这个国际体系共分六卷。第二卷：《CEB/FIP 混凝土结构标准规范》已于1977年9月召开的CEB第19届全体会议通过，于1978年5月发表。其后各卷为第一卷中的共同统一规则应用于钢结构（第三卷—CECM）、钢与混凝土混合结构（第四卷—CECM CEB FIP）、砖石和木结构（第五、六卷—CIB）。

在第一卷的附录I中采用了R. Rackwitz 及B. Flosser提出的“一次二阶矩可靠性理论。这个理论是在先前的“均值二阶矩可靠性理论”的基础上提出的，并将其推向高级阶段。

1977年11月西德国家土建规范委员会（NABau）的建筑安全度工作委员会按国际体系的统一规定编制了《确定建筑物安全度的基础》。1978年11月北欧五国（丹麦、芬兰、冰岛、挪威、瑞典）制订了《结构荷载与安全度设计规程的建议》。

我国于1979年4月由国家建委行文正式成立建筑结构设计

统一标准委员会着手《建筑结构设计统一标准》的编制工作。

现已完成初稿。并经过全国性“统一标准”审查会审查。再次修改后，将于1981年底发往全国征求意见。建委指示，以可靠性理论为基础的建筑结构设计规范（包括荷载、钢结构、钢筋混凝土结构、薄壁型钢结构、砖石结构、木结构等）于1985年前全部完成。

第二章 安全度分析的数学工具

2.1 事件的概率

所谓事件的概率指的是，相对于其他事件，某一事件发生的可能性。所以，概率是相对于一组可选择的事件中，某一事件可能发生的定量尺度。

研究概率问题的第一步是确定概率空间，即所有可能性的集合与所关注的事件。

为了说明概率问题的性质，下边举两个例子。

例 2.1 某施工单位拟装设三台混凝土搅拌机，假设按过去的经验，一台搅拌机经使用至少六个月无损坏的机会是 50%。问六个月内剩一台未损坏的搅拌机的概率是多少？

解：

六个月未损坏的搅拌机台数可能是 0、1、2、3。因此，六个月未损坏台数的可能性空间就由这几个数字组成。可能性空间应按六个月末每台搅拌机是破了还是没坏来求得：

设六个月末未坏的搅拌机为 G；坏的为 B。三台搅拌机的可能情况是：

G G G — 三台都完好

G G B — 前两台未坏，第三台坏

G B B — 前一台未坏，第二、三台坏

B B B — 三台全坏

B G G — 前一台坏，第二、三台好

B B G — 前一台坏，第二、三台好

G B G — 前一台坏，第二、三台好

B G B — 前一台坏，第二、三台好

在3台搅拌机的8种可能情况中，仅有一台未坏的事件，相当于G B B、B G B、B B G三种可能情况出现。因每一台是好是坏的可能性是均等的。所以在上述可能性空间中，所关注的事件出现的概率为 $3/8$ 。

例2·2 在设计公路交叉东行的向左转暂停车道时（图例2·2），若暂停车道的长度按5辆或多于5辆等候向左转的车辆出现概率来确定，试求此概率为多少？假设在两个月内做了60次观察（在行车高峰时），已知该公路交叉处等候向左转的车辆数目如下：

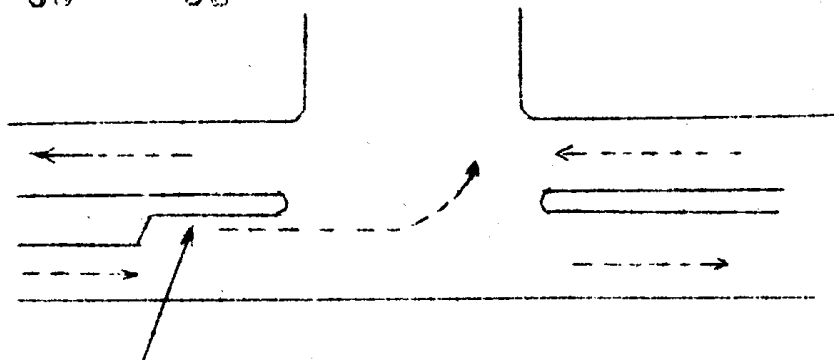
车辆数	观测频数	相对频率
0	4	$4/60$
1	16	$16/60$
2	20	$20/60$
3	14	$14/60$

4	3	3/60
5	2	2/60
6	1	1/60
7	0	0
8	0	0
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

解：

在行车高峰期间，等候向左转的车辆可以是任何正整数，但从表中的统计数字来看，等于或多于7辆的可能性似乎不会出现。因此，5辆或更多5辆等候向左转的车辆出现概率为

$$\frac{2}{60} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60}$$



左转弯暂停车道

图例 2·2

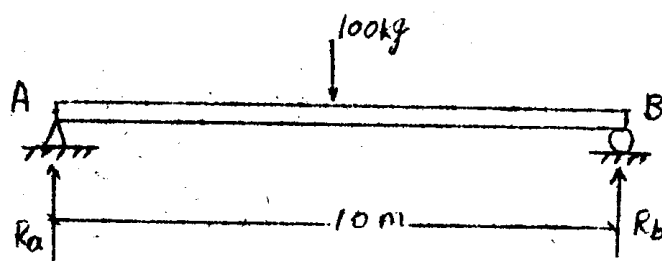
例 2·3 在图例 2·3 中的筒壳梁上，100kg 的荷载可放

置在沿梁长的任何位置。显然， R_a 可以是 $0 \sim 100kg$ 之间的任何值，因此， $0 \sim 100$ 之间的任何值就组成了 R_a 取值的可能性空间。

假设 $100kg$ 荷载放在梁的任何一点的机会是均等的。则

$$P(10 \leq R_a \leq 20) = \frac{10}{100} = 0.1$$

$$P(R_a > 50) = \frac{50}{100} = 0.5$$



图例 2·3

综上所述，概率问题的特点可归纳如下：

- ✓ 1. 每个问题都定义在某一个可能性空间之内，该空间包括多于一个可能性；
- ✓ 2. 一个事件的概率取决于给定的可能性空间中个别结果的概率。

2·2 集合论的基本原理

概率问题的特征可用集合的概念和概率理论来定义和模拟。

2·2·1 定义

在集合论中，一个概率问题的可能性空间称为“样本空间”，而每一个单独的可能性称为“样本点”。一个事件则定义为“样本空间的子集”。

样本空间有离散型或连续型两类。离散型样本空间可以是有限的，即具有可数的有限个样本点；也可以是无限的，即具有可数的无限多个样本点。连续型样本空间是由连续的样本点组成。

例 2·1 中的三台搅拌机的可能性空间属于有限离散型样本空间，每一个可能状况就是一个样本点，8 种可能性组成该样本空间。还可以举几个有限离散型样本空间的例子：

1. 接近北极的某城市一年中可结冰的天数为 365 天，则一年中的每一天是一个样本点，而一年中的总天数组成样本空间；

2. 某项住宅设计评选的仲选者是参加评选的设计者中的一员。

样本空间则是由所有可能仲选的设计者所组成，而每一个设计者就是一个样本点。

无限离散型样本空间的例子是例 2·2，等候向左转弯的车辆数目理论上可以是 0 到无限多。这个样本空间具有可数的无限多个样本点。再举两个例子：

1. 一条焊缝中的裂缝数目，就是一个无限离散型的样本空间，因为在一条焊缝中可能只有少数裂缝或根本没裂缝，也可能有极多的裂缝；