

第四届全国流体力学数值方法讨论会

流体力学数值方法

论文集

中国·南京

一九八九年

-53



035-53/1005(4)

035-53
1005(4)-5

前 言

流体的流动，通常由难于求解的非线性偏微分方程组来描述，长期以来主要靠实验手段进行模拟。最近廿年内，由于超级计算机的问世，数值模拟已上升为研究流体流动的重要手段之一；与此同时，流体力学数值方法的研究和应用也成为近代计算数学的一个重要分支。

为了促进流体力学数值方法研究和应用成果的交流，中国数学会计算数学学会于1981年在青岛召开了第一届全国流体力学数值方法讨论会，得到了我国计算数学及计算流体工作者的热情支持。随后于1983年在西安，1985年在洛阳召开了第二、三届讨论会。第四届讨论会于1989年5月14日至19日在南京举行，本文集收集了这次会议的11篇综合报告及59篇论文。它们反映了最近三年我国流体力学数值方法研究和应用方面的许多新成果：如高分辨率差分格式的研究和应用；有限元方法在流体力学中的新发展；数值网格及自适应网格技术的进步及数值模拟流动过程的录相技术等。它们涉及航空、航天、气象、海洋、能源以及其他众多的应用领域，内容十分丰富。通过这次交流，必将促进我国流体力学数值方法的研究和应用向更高的水平发展。

在此应说明的是，由于时间仓促，来不及对每篇文章进行严格的校对，疏忽和错误之处在所难免，读者发现后请予批评、指正。有少数论文，因收到较晚而未编入文集，谨向作者表示歉意。

最后，本文集的制版、胶印、装订由南京航空学院承担，我代表会议组织委员会对他们的辛勤劳动表示衷心的感谢。



30885587

王汝权

1989.3.20

组织委员会名单(按姓氏笔划为序)

王汝权 朱幼兰 李德元 应隆安

邬华谟 张耀科 徐国荣 袁国兴

黄 敦 黄明恪 滕震寰 戴嘉尊

秘书长 黎振辉 王志良

南京航空学院服务公司印刷厂印装

目 录

科学方法论与科学技术发展	徐福臻	1
关于以气体力学欧拉方程组 为基础的激波计算	黄敦 杨淳 种连荣	9
计算机科学与工程动画的提出、研究和应用	王宝兴	20
定常可压缩非线性位流方程边界积分解法的某些进展	杨岷生	28
数值网格构造方法、理论及应用	水鸿寿	36
Navier - Stokes 方程的粘性分离法	应隆安	45
通量分裂隐式方法求解平面跨音速 叶栅的粘性绕流	沈孟育 黄东涛 张耀科	51
气动计算中的精度与求解效率的改进	马延文 傅德薰	59
双曲型守恒律间断解的粘性逼近与 耗散的守恒差分格式	李松波	
无波动 无自由参数耗散差分格式及其应用	张涵信	
流体动力分析程序包 FIDAP 简介	刘之行	67
可压缩核废料污染流动的特征混合元方法	袁益让	75
加罚泛函在超临界跨音速流有限元 数值解法中的应用	俞守勤 张庆兵 魏立新	80
改进位势方法的讨论	朱自强 白雪松	84
在保角转绘曲线坐标系中翼型 可压缩绕流的欧拉方程解法	黄明恪	89
用有限体积法计算机翼的超音速绕流	孟颖琪 黄明恪	94
轴对称跨音速进气道外单绕流的高效差分算法	黄明恪	99
大迎角涡流的数值模拟	罗时钧	104
大迎角旋转体涡流的同步迭代算法	张武 罗时钧	112
对称和逆风高分辨率 TVD 差分格式		
在定常跨音速流数值计算中的应用	官谊凡 戴嘉尊	117
二维晶格中激波的传播及自由面反射	张景琳 王继海	126

聚能射流与侵彻的数值模拟	于志鲁 李维新	131
一个流体欧拉网格式	徐国荣	136
无粘流场的流线坐标系的数值解	周毓麟 徐国荣	141
用CSM模拟高速粘性绕流	薛具奎 王汝权	147
二元翼型跨音速湍流数值模拟	汪翼云	152
向前台阶分离流的数值模拟	主力 傅德薰	159
多孔介质中可压溶混流动模型的有限元分析	梁树青	165
不可压Navier - stokes 方程组 的SUPG有限元数值解	徐国群 张国富	167
用推进迭代法解定常不可压缩粘性 流体流动的N - S方程	苏铭德 陈霜立	174
变粘性流体在三维通道内流场的数值分析	陈善年 赵晓春	180
异形封闭空腔内自然对流的有限元分析	陈善年 梁习锋	187
网格生成和多重网格技术在润滑方程求解中的应用	潘华辰	194
土壤水盐运动的数值模拟	姚政 孙菽芬	199
三维浅水模型的数值方法和软件	何永钟 徐树荣	204
三维N. S. 方程有限分析解	郑邦民 高西玲 赵明登	209
用预处理方法解不可压Navier - stokes 方程的数值研究	张吉利 赵金保	214
无界区域上轴对称stokes 绕流的 混合有限元方程	吴望一 梁雷 郭向东	219
杂交元法计算波浪组合绕射、折射和反射	张黎邦 申震亚	230
stokes 方程组惩罚有限元法敛速分析	陈宏森	243
ON VISCOSITY SPLITTING METHODS FOR NAVIER - STOKES EQUATION		
Huang MingYou (黄明游) Zang Quan (郑权)	249
High accurate Scheme for Boussinesq equation		
Yan Chun - Tao 闰春涛	255
Burgers 方程的有限分析解法	陆君安 石岗	260
克服气体力学方程全变差不增格式(TVD)		
削峰现象的一种途径	金保侠	265
一类修改的ENO 格式TVD 性质的讨论	戴嘉尊 赵宁	270

多步 Runge - Kutta 型 TVB 时间离散	戴嘉尊 赵宁	278
解 Navier - Stokes 方程的一个流函数方法	王琦	282
一类基于通量限制的高分辨率差分格式	胡长青	287
翼-身融合体几何外形生成技术	陈则霖	292
Second - Order Accuracy MMB Difference Schemes for Riemann Problems of 2D Scalar Conservation Laws	YANG Shuli (杨树礼) Wu Huamo (邬华漠)	297
Numerical solution of Navier - Stokes Equations by Schwarz Alternating Method	张林波	302
套网格有限元差分法求解二维一阶双曲方程组 边值问题的稳定性条件	朴致淳 曲成林	308
Y - 7 飞机螺旋桨周围场三维贴体网格的生成	朱晓京	313
HIGH - ORDER ACCURATE DIFFERENCE SCHEMES FOR KDV EQUATION AND ITS CONSERVATION LAWS	QIN MENG - ZHAO (秦孟兆) AND ZHANG MEI - QING (张梅清)	320
有限元角点涡量奇异性的几种处理方法及其比较	梁习锋 陈善年	325
大时间步长 Lax - Friedrichs 格式	戴嘉尊 邱建贤	332
用 TVD 格式解 PNS 方程	宋松和 王汝权	340
一维单个守恒律的物理解在活动网格中的计算	阳述林	345
用 CSM 格式求解激波反射问题	马汉东 傅德薰	350
关于构造二维双曲型方程组完全 守恒差分格式的一种方法	陈光南	355
一类非线性双曲抛物耦合方程组自适应特征 Petrov - Galerkin 解法	杨宝德	361
On L_2 - convergence of difference schemes for general linear parabolic differential equations with first boundary values	Zhi - Zhong Sun (孙志忠)	363

873
383
387
388
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500

抛物型偏微分方程的有限解析法	槐文信 李炜	366
非对称非正定问题多重网格法的收敛性分析	袁天浩 史汉生	371
抛物问题的多重网格法	史汉生 袁天浩	381
一类拟线性反应扩散方程的两步-Galerkin		
有限元方法及其 L^2 误差估计	司 瑀	389
二维热传导方程的一种Chebyshev-Tau		
方法数值求解格式	赵金保 吕克瑛 孙建安	400
抛物型方程的蒙特卡罗解法	郑邦民 吉庆丰	405
对流-扩散问题的特征有限元解法和特征差分法	罗雨	419
退化抛物型方程的有限元方法	蔚喜军	424

科学方法论与科学技术发展*

徐福臻

(中国科学院计算中心)

科学方法论的早期演变

使用科学方法认识自然和改造自然的工作可追溯到古希腊时代,大约从纪元前六百年开始。古希腊发展的后期,已经出现了某些独立的科学,如数学、机械学、天文学、医学等,但都是些原始的科学知识,尚未从哲学分离出来,统称为自然哲学,大多数哲学家同时又是天文学家、数学家。在当时奴隶社会里,实验的科学还不占重要的地位,不重视实验有两个原因:一是由于技术落后,二是轻视体力劳动。希腊人提出元素论,用以解答自然、宇宙物质的起源问题。所谓元素论是把某一具体感性事物做为构成万物的基础或元素,例如,有人主张水是万物之源,还有人主张空气是万物之源,又有人主张火是万物之源,等等。这是朴素元素论。这种认识自然界的方法是以直观的日常生活经验为基础,对物质结构及其组成作出猜想或推断,也就是根据臆测来建立自己的结论,这就是希腊自然哲学的方法。这种只从直观的日常生活经验出发猜想或推断出的结论常常是不科学的。例如,凭直观猜想出“月球表面是光滑的”或根据日常生活经验推断出“物体下落的速度与物体重量成正比”,这些都是错误的。但是,古希腊人能够从物质本身来解释自然,冲破了“神是创造万物的”迷信,这是一大进步。

亚里士多德(Aristotle, 前 384~322)集古代科学之大成,创立了亚里士多德学说。他的学说认为:藉知觉的帮助,人们只能认识个别的物或现象,因此不要局限于感性知识,而要从它走得更远些,即达到思维,用思维去综合各物,进而造成统一的概念。他承认感性知识是第一位的,指出没有感性知识,理性就是一块没有写上任何东西的白石板。但是,他又认为知觉只是刺激人们去思维的一种冲动,真理不存在于感性,而存在于理性,存在于概念之中。他把感性知识与理性知识之间划了一条鸿沟,把个别与一般之间也划了一条鸿沟。他创立了演绎逻辑,即三段论法。亚里士多德的推理方法,以及把自然界的整体做为研究对象的方法,代表了古希腊人的科学方法。

近代科学方法论的起点是观测。十六世纪,波兰天文学家哥白尼(N.Copernicus, 1473~1543)采用观测的方法,对天体进行了长期观测和研究,发现地球自转,而且和其它行星一起围绕太阳运转,创立了“太阳中心说”,推翻了统治人类一千余年的“地球中心说”。在这同一时代里,比利时著名医生维沙留斯(A.Vesalius, 1511~1564)采用对人体解剖的方法发现人的血液循环是以心脏为中心,推翻了“以肝脏为中心”的学说,揭开了封建愚昧的蒙纱。在他们之后则有更多的人采用观测、解剖等科学实验方法来认识物体、天体和人体以及它们的基本运动规律。但是,科学实验的方法做为科学方法论真正受到重视是从十六世纪末意大利物理学家、天文学家伽利略(Galileo, 1564~1642)开始的。伽利略主张要从具体实验研究中去认识自然规律。他是第一个用望远镜观测天象的人,他自制一个可放大三十倍的望远镜

* 国家自然科学基金会资助项目

用来观测天象，发现：月球表面凹凸不平，有山有谷；木星有四个卫星；太阳有黑子；太阳自转；银河是由无数恒星组成，等等。这些发现意义重大，成为哥白尼学说极为有力的佐证。他在26岁时进行的著名比萨斜塔实验，即自由落体科学实验，发现落体的加速度与落体的重量无关。伽利略的这一发现遭受当时许多权威人士的强烈反对，因为他触犯了亚里士多德学说。但是，科学与真理还是逐渐为多数人所接受，自由落体定律终于确立起来了。通过科学实验他还发现物体的惯性定律、合力定律、摆振动的等时性、抛物体运动规律，以及确立了所谓伽利略相对性原理等。他还采用严格的表达方式给出了速度、加速度的概念。这些机械运动规律的发现与确立成为后来牛顿力学的基石。总之，是伽利略在科学活动中系统地引进了科学实验方法。

古代人是从哲学思想产生假说，并用来解释自然现象；十五、十六世纪，哥白尼、伽利略等人则是在观测与实验的基础上归纳出定律、法则，从而能够说明过去不能说明的种种现象，揭露和纠正以前的种种谬误，使人类得以从漫长的黑暗愚昧时代中走出来，这又是一大进步。如果说亚里士多德是从抽象的总体上进行推理来认识世界，那么伽利略则是把自然现象分解为单一因素，通过实验确立因果关系，而后用数学加以描述作为假说，再进一步通过实验来验证，使之逐步逼近自然界自身情况，达到构成特有的规律，这是科学方法论在演变中的重大变革。

十七世纪英国伟大的物理学家、数学家牛顿(I. Newton, 1642~1727)在伽利略等前人工作的基础上进行系统的深入研究，总结出机械运动的三个基本定律，奠定了经典力学基础。从开普勒行星运动三定律出发推出万有引力定律，创立了天文学。他在1687年发表的《自然哲学的数学原理》一书，用数学解释了哥白尼学说和天体运动现象，系统地阐明了运动三定律和万有引力定律。1704年他的《光学》一书出版。随着力学、天文学、光学的建立，物理学才在牛顿时代开始形成为一门独立科学。牛顿在数学方面的辉煌贡献是创立了微积分学。牛顿开辟了数学上的新纪元。

哥白尼、伽利略等在科学上的突破，他们的做法是对自然现象加以分解后孤立进行的，不是在整体上考虑的。牛顿的贡献是在前人哥白尼、伽利略等对自然现象分解的、孤立的一系列重大发现的基础上，采用理论的方法，并与实验方法相结合，把天体运动和地面上的物体运动做了整体统一的考察，并采用数学方法来描述物体运动过程中的因果关系，从而建立起具有完整体系的力学和物理学，奠定了它们的理论基础。牛顿在科学活动中树立起了采用理论的方法发现科学基本规律的典范。

自伽利略系统地引进科学实验方法和牛顿奠定力学物理学的理论基础以来，近代科学方法论就分为实验与理论两大环节，这是人类科学活动中两个行之有效的方法，沿用至今。

科学实验方法是近代科学的“产婆”。

近代科学始于西欧文艺复兴时代。文艺复兴运动发源于意大利，到了十五世纪后半叶扩展到整个欧洲，十六世纪形成了高潮。“文艺复兴”这个术语来源于法兰西语“Renaissance”，其含意是指古代文化的复兴。当时运动的先驱者借助于古代希腊、罗马的古典文化反对封建神学，这就给人们造成了错觉，仿佛这场运动是古典文化的复兴。其实，不是古典文化的复兴，而是一场资产阶级新文化运动。

当时的封建社会制度使欧洲文化走向低潮，因为作为封建制度支柱的天主教垄断了整个社会的知识教育，僧侣是唯一的知识阶层，而他们大都是愚昧无知。他们主张大地是一个圆盘，周围有海洋环绕，中心在他们的圣地耶路撒冷，天是由四根大柱支撑的穹窿。而新兴资产阶级为了发展工商业，需要了解原料性能，革新工具，通晓生产技术，开辟市场，改进运输，等等。总之，急需技术进步和把科学从教会的桎梏下解放出来。这是文艺复兴时代科学革命的社会生产背景。

文艺复兴的思想启蒙运动为科学从教会的束缚下解放出来提供了精神武器。文艺复兴的主题是用人文主义世界观反对宗教神学世界观。人文主义世界观要求以人为中心而不是以神为中心观察一切，号召人们不要按照经院哲学家编造的谎言和臆测去认识自然，反对盲从和偶像崇拜。这是一个锐利的思想武器，它为这场科学革命作好了思想准备。

在文艺复兴前后，中国的罗盘针、火药、印刷术、造纸术四大发明；阿拉伯的天文、数学、医学等科学文化；古希腊的自然哲学相继传入欧洲，为科学革命奠定了科学技术基础。

文艺复兴时代的科学革命的主要内容有两项：一项是太阳中心说，另一项是人体解剖学。文艺复兴的前夜，中世纪的欧洲正处黑暗时期。在科学上由于长期受宗教神学的蒙蔽与束缚，使人们对天体和人体这两个根本问题的认识愚昧无知。哥白尼于1543年发表《天体运行论》中提出了太阳中心说，给宗教神学以第一个决定性打击，打响了科学革命的第一炮。他创立太阳中心说是十分不易的，第一得依靠正确的科学方法，采用有效的科学手段；第二要有自然哲学的确实论据；第三敢于冒宗教迫害和传统观念打击的风险。他早在1503年通过对天象的观测发现地球中心说有错误。从发现问题到创立太阳中心说的前后四十来年间他总是亲自观测天象，运用科学实验方法探索天体运行的规律，从不间断。通过这长时间的观测与实验研究，他掌握了一系列的天体运行的第一手资料和弄清了地球与太阳的基本运行规律，并成为他创立新学说的科学根据。运用科学实验的方法是哥白尼在科学活动中获得成功的关键，没有科学实验的方法就不会创立出太阳中心说。当然，哥白尼也借鉴了前人的科学成就，他在意大利留学多年，曾仔细研读过古希腊哲学家的著作，用自然哲学原理为新学说寻找论证。还求助于数学家为他计算和分析。他本人应用几何学方法绘制了一幅直观的太阳中心说的天体几何结构图。哥白尼创立新学说身处险境，上有宗教迫害，周围有传统观念打击。特别是来自传统观念的打击与困惑尤甚，因为人们日常生活中的直觉观念认为地球中心说是对的，如太阳总是从东方升起西方落下，上抛的物体仍落回原处等。宗教与传统观念相呼应，势力极大，要想克服如此强大的逆势，除了要有坚定的科学信念外，还要具备大无畏的精神，哥白尼两者兼有之。在他完成《天体运行论》这部巨作后，用佯称是“纯粹假说”的办法蒙混了教会把书出版了，这是这位伟大人物在临终前完成的人类史上具有划时代意义的壮举。教会在后来发现这部著作有极大的危险性终于予以禁止了，这就导致了太阳中心说与地球中心说的长达二百年的斗争。

维沙留斯与哥白尼是同代人，在意大利任大学医学教授，他偷着解剖人的尸体，弄清了人体构造。他的《论人体构造》这部巨作与《天体运行论》具有同等意义，是这部著作开创了科学的人体解剖学，从而动摇了教会仰仗的理论基础——盖伦的《人体构造论》。盖伦是二世纪罗马名医，他主张人的血液循环是以肝脏为中心，血液是从肝脏流遍全身。维沙留斯在亲自进行人的尸体解剖当中发现血液循环是以心脏为中心。这一发现完全基于科学的实验方

法。如果没有人体解剖实践，就无法弄清人体结构，也建立不起“心脏中心说”。维沙留斯蒙受了人身迫害，以“盗尸”罪被判死刑，后允许他朝圣赎罪，不幸途中困死。

人们都把 1543 年作为近代科学诞生之年，这是因为在这一年《天体运行论》与《论人体构造》这两部具有重大历史意义的著作问世。它们分别奠定了近代天文学与近代医学的基础，成为中世纪科学与近代科学疆界线上的丰碑，是近代科学诞生的主要标志。哥白尼和维沙留斯是近代科学的先驱。科学实验的方法导致了文艺复兴时代的这场科学革命，是近代科学的“产婆”。

实验、理论的方法把科学推向高峰。

前面说科学实验的方法使近代科学诞生，那么下面就探讨理论的方法与实验的方法相辅相成，在不到四百年间是如何把近代科学推向高峰的。

自牛顿奠定力学物理学的理论基础以来，人们运用实验与理论的方法接连不断地发现了一个又一个的科学基本规律，而这些工作都是带有整体性和系统性，都是运用数学方法对科学基本规律加以精确数学描述，因此，每一个问题的解决都有其严谨的理论基础，都提供了解决问题的数学方法，尽管由于计算工具限制有的数学方法不能即时实施。

牛顿在《自然哲学的数学原理》一书中提出了力学的三大定律和万有引力定律，把地球上物体的力学和天体力学统一于自然界机械运动形态上，正确地反映了宏观世界中物体低速机械运动的客观规律性，从而建立了成为经典力学基础的牛顿力学体系，也就是我们今天所说的牛顿经典力学。牛顿第二定律（即运动定律）是基本的，它的数学描述如下：

$$F_x = m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$F_y = m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$F_z = m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2}$$

式中 F_x , F_y , F_z 是作用力矢量在直角坐标中的分量； m 是质点的质量（通常为常量）； (x, y, z) 是质点坐标。人们通常称这一运动方程为牛顿方程。利用牛顿方程，人们就可以根据物体的运动坐标及速度的初始值精确地求出该物体的未来或过去的运动状态。

牛顿力学在物理学的其它分支以及其它自然科学中，特别是技术科学中获得了非常广泛而成功的应用。但是，任何理论的正确性都是相对的，需要在实践中不断检验并求得发展。从十九世纪到二十世纪，物理学家们在实验中发现高速运动着的物体，其质量变化很大。例如，当电子的速度达到 0.9 光速时，它的质量是静止时的 2.3 倍。这个事实说明牛顿力学中的“质量不变”是不适合于接近光速运动的物体。于是，产生了相对论力学。相对论是由著名物理学家爱因斯坦 (A. Einstein, 1879~1955) 创立的。爱因斯坦生于德国，1933 年迁居美国。他在前人许多新发现的推动下建立了狭义相对论 (1905 年)，1916 年又推广为广义相对论。

在相对论力学中，还认为质量随着能量的增加而增加，反之，能量也随着质量的增加而增加。这一规律在原子核反应中得到了证实。牛顿力学认为物体的质量和它的能量无关，也不是普遍真理。

在相对论中建立了新的时空观和可与光速比拟的高速物体运动规律。但在一般情况下，相对论效应极其微小。因此，牛顿力学可认为是相对论力学在低速情况下的近似。

物理学家还在微观世界中发现了极微小物体的位置和速度不能同时量得很准确。例如对原子内部运动着的电子来说，测定其速度的误差可达几倍之多。牛顿力学认为物体的位置与速度可同时被确定的规律，在微观世界中也不适用了。于是，又产生了量子力学。量子力学是研究微观粒子运动规律的理论。奥地利物理学家薛定谔 (E.Schrodinger, 1887~1961) 是这一理论的奠基人之一。他在前人的物质波理论基础上，于1926年提出了物质波运动方程

$$\frac{h^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - U(x, y, z)\psi + i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$$

式中 $\psi(x, y, z)$ 为波函数； $U(x, y, z)$ 为该粒子在外场的势能； m 为质量； h 为普朗克常数。这个方程通常称为薛定谔方程。它是量子力学中描述微观粒子（如电子）运动状态的基本定律，在粒子运动速度远小于光速的条件下适用。量子力学将宏观认识引伸到微观世界。这一基本定律，在量子力学中的地位与牛顿运动定律在经典力学中的地位很相似。量子力学的规律用于宏观物体或质量、能量相当大的粒子时也能得出牛顿力学结论，它是牛顿力学的补充。

这就是说，在特殊情况下必须应用相对论力学或量子力学规律解决问题；在通常情况下应用相对论力学和量子力学的规律就不必要了，应用牛顿力学就可以解决问题。所谓通常情况也包括现代高技术领域中研究的物体运动，例如火箭飞行，它的速度即使达到第二宇宙速度 11.2 公里/秒，与光速还差 4 个数量级，牛顿力学对它仍适用。

英国物理学家麦克斯韦 (J.C.Maxwell, 1831~1879) 在总结十九世纪中叶以前分散的、个别的电磁现象研究成果的基础上，特别是在法拉第工作的基础上，引入位移电流概念，于 1864 年提出了电磁场基本规律，并用数学方程式表示出来。即是把全部电磁现象归结为两组偏微分方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= J_x + \frac{\partial D_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= J_y + \frac{\partial D_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= J_z + \frac{\partial D_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \right\}$$

式中 H_x, H_y, H_z 是磁场强度矢量在直角坐标中的分量； E_x, E_y, E_z 为电场强度矢量在直角坐标中的分量； B_x, B_y, B_z 为磁感应强度矢量在直角坐标中的分量； D_x, D_y, D_z 为电位移矢量在直角坐标中的分量； J_x, J_y, J_z 为传导电流密度矢量在直角坐标中的分量。这两组方程称为麦克斯韦方程。它们确定了电荷、电流、电场、磁场之间的普遍联系，是电

磁学的基本方程。如果再加上初始条件或边界条件就可以确定任何时刻电磁场的状态。1873年，麦克斯韦的《电磁理论》出版，进一步奠定了电磁学理论基础。麦克斯韦的电磁学与牛顿的力学这两大理论已经能够解释物质世界中物体的运动、热、声、光、电、磁等一切物理现象，形成了古典物理学。

对流体运动所遵循的物理规律，在十八、十九世纪期间有深入的研究。流体根据其物理性质分为粘性与无粘两类。什么是流体的粘性呢？流体虽然不承受切应力，只承受法应力，但对切向变形并不是没有抵抗的，这种抵抗就是内摩擦。流体的内摩擦称为粘性。流体在静止或匀速运动时无相对滑动，这时粘性表现不出来。无粘气体亦称理想气体。对无粘流体运动规律的精确数学描述有欧拉方程；粘性流体运动规律的精确数学描述有纳维—斯托克斯方程。这两个方程是最基本的，得到了非常广泛的应用。

纳维—斯托克斯方程。它是描述粘性流体动量守恒的运动方程，简称N—S方程。此方程是法国科学家纳维(C.L.M.H.Navier,1785~1863)于1821年和英国物理学家斯托克斯(G.G.Stokes,1819~1903)于1845年分别建立的，故名。它在直角坐标中可写成：

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho x + \mu \cdot \Delta u \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho y + \mu \cdot \Delta v \\ \rho \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho z + \mu \cdot \Delta \omega \end{aligned} \right\}$$

式中 ρ 为流体密度； (u,v,ω) 为流体速度矢量在直角坐标中的分量； P 为流体各向同性压力； (x,y,z) 为体积力在直角坐标中的分量； μ 是动力粘性系数； Δ 是拉普拉斯算子。这一N—S方程概括了粘性不可压缩流体流动的普遍规律。从理论上讲，N—S方程再加上初始条件或边界条件就可以确定流体的流动状态。当忽略流体粘性(即 $\mu=0$)时，则N—S方程就变成通常的欧拉方程

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho x \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho y \\ \rho \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho z \end{aligned} \right\}$$

即是无粘流体运动方程。欧拉(L.Euler,1707~1783)是瑞士数学家，理论流体动力学的创始人。

奥地利物理学家波尔茨曼(L.Boltzmann,1844~1906)于1872年提出对气体分子运动论的基本方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial v} = \int (f' f'_1 - f f_1) g b \cdot db d\epsilon dv_1$$

式中 $f(x, v, t)$ 是质点分子速度分布函数; F 为作用在分子上的外力; m 为分子质量; g 为碰撞前速度分别为 v 、 v_1 的两个分子的相对速度值; b 为假设第一个分子静止时, 第二个分子运动轨迹的渐近线到第一个分子重心的垂直距离; ϵ 为第二个分子运动轨迹平面同通过第一个分子重心并与相对速度平行的某一固定平面之间的夹角。 v 、 v_1 是碰撞前两分子速度, v' 、 v'_1 是那两个分子在碰撞后的速度, $f_1 \equiv f(v_1)$, $f' \equiv f(v')$, $f'_1 \equiv f(v'_1)$ 。方程右端称为碰撞积分, 代表由于分子相互碰撞引起 f 的变化。这是一个非线性积分微分方程, 用于描述气体分子速度分布函数的变化。它对于研究稀薄气体动力学有重要意义; 不过, 直接求解波尔茨曼方程十分困难, 通常对它简化后使用。

上述各个科学基本规律, 在经典力学、经典物理学及近、现代的量子力学、流体力学、稀薄气体动力学中具有代表性。它们的精确数学表达式: 牛顿方程、欧拉方程、N-S 方程、麦克斯韦方程、薛定谔方程、波尔茨曼方程, 以及由它们派生出的方程, 几乎覆盖了一切物理、力学和工程科学领域。这一理论宝库在今天也还是很辉煌的, 当代技术的发展, 包括许多高技术的发展, 仍是在经典力学、相对论力学、量子力学等理论指导下进行的。

计算的方法及其对当代科学技术的影响

本世纪四十年代发明了电子计算机, 这一计算工具的发明, 其意义不同于历史上的算盘与计算尺的发明, 也不同于望远镜和显微镜等其它科学工具的发明。电子计算机延伸和强化了人的思维智能, 它几乎影响了人类所涉足的一切科学技术领域, 产生了一系列边缘性学科, 如计算数学、计算力学、计算物理、计算化学、计算生物、计算地质、计算地震学、计算工程学、计算医学与计算经济学等。总之, 它已经造成了当代科学技术领域中的一场重大变革, 其内涵是使科学技术迅速的、普遍的走向“量化”。当代技术发展中的许多奇迹般的成就无一不是通过量化实现的。例如, 生物工程中的基因工程, 为了绘制人体基因定位图动用了四千多名科学家利用超级计算机计算。这是一项甚为重要的工作, 因为如能把决定人体所有特性的基因基本参数都描绘出来, 等于把人体本身遗传密码编成一本字典, 人类对本身情况就可了如指掌。超大规模集成电路的开发已进入到了 16 兆位集成度, 如此精密工作只能依靠计算的方法去布线。核武器的研制与航天技术, 以及油气的勘探与开采也都越来越多的依靠数值模拟方法。当代技术发展的趋势表明: 没有计算的方法就没有现代技术, 如同十六世纪时期不采用实验的方法就没有近代科学一样。

还应指出, 人类自十七世纪以来直至本世纪三十年代, 采用实验与理论方法发现的一系列科学基本规律, 这些知识和智慧今天正在转化为计算机程序, 以便人类更有效地勘探与开发自然资源, 设计制造出更先进的产品, 通过计算的方法把科学技术转化为生产力, 把精神财富变成物质财富。但是, 在没有采用计算的方法以前, 这些知识与智慧的作用得不到充分发挥。例如, 欧拉方程与纳维—斯托克斯方程早在一百五十年前就建立起来了, 只有在今天有了大型计算机能够对它数值求解才开始得到实际应用; 气象方程是在本世纪二十年代建立的, 也是等待了二十多年到五十年代有了计算机能够计算了, 才开始应用它做数值天气预报研究; 有的方程如波尔茨曼方程是个非线性积分微分方程, 很复杂, 就今天的计算机设备尚不能充分利用它。

计算机已经把计算的方法推向人类科学活动的前沿, 使它上升为第三种科学方法。事实

表明：实验、理论、计算已成为科学方法论中三个相辅相成而又相对独立的环节，成为伽利略、牛顿以来科学方法论上的新进展。计算的方法正推动着整个科学技术领域中一场深刻的变革。

结束语

纵观全部科技发展史，可以把人们对科学技术的认识和态度分为三种情况。一种，允许科学技术自由发展，对待科学技术持开明态度。在西方，有古希腊时代和近代资产阶级革命时代的宽容政策，使科学技术在西方出现两次大繁荣；在中国，首推春秋战国时代，由于提倡百花齐放百家争鸣，迎来了文化科学的春天，以后各朝各代则很少有宽容政策，更没有像西方在近代四百年间的允许科学技术自由发展的一个连贯的历史时期。二种，横加干涉，予以限制和镇压。在西方，有文艺复兴前夜的黑暗时代，宗教神学视科学为洪水，把科学家当猛兽，扼杀科学，把有贡献的科学家钉在十字架上烧死；在中国，则有秦始皇的焚书坑儒和暂短的十年动乱。三种，重视和鼓励，政府出面支持和组织。这一时期大概应从第二次世界大战期间开始算起直至今日。二次大战前各国（包括发达国家）的科学技术基本上处于自发状态。二次大战期间，由于科学技术发挥了重要作用，甚至是一定程度的决定性作用，引起了各国政府的重视。二次大战后各国政府纷纷成立专门机构，如设置内阁级的科学技术委员会以统辖科学技术工作，国家领导人聘用科学顾问以咨询，等等。当代世界潮流是：普遍重视科学，鼓励和支持科学技术的发展，在经济生活领域中把科学技术的地位提高再提高。

关于以气体力学欧拉方程组为基础的激波计算

黄敦 杨津 种连荣

北京大学 数学研究所

数学系

一、引言

北京大学以欧拉方程组算带激波的问题是从1960年开始的。采用过的方法甚多。回顾起来总变差不增 (Total variation nonincreasing 或者粗糙些说 Total Variation diminishing TVD) 格式最为有效^[8, 10]。国际文献中对之评价甚高。本文着重介绍 TVD 类型的格式。也提到有关的总变差有界 (TVB) 和基本不振荡格式 (ENO) 或称一致高精度不振荡格式 (UNO)^[10]。

1984年召开流体力学计算方法会议期间李德元讲述了并印发了一篇详尽的总结^[1]。应隆安在北大常讲双典型方程数值解理论的课程。本文不重复这些内容, 而偏重于介绍以气体力学方程组为基础计算激波等同断的数值方法及其应用。主要讨论穿行法的进展。用算例作直观的显示。特别强调 TVD 类型的好格式。

二、高分辨率差分格式的进展轮廓

带时间偏导数的以欧拉坐标写出的气体力学方程本文就简称欧拉方程组。它是双曲型的, 并且会有激波, 接触间断 (或在定常问题中称滑移线) 以及弱间断 (如稀疏波和均匀流交界处未知函数导致的间断)。一类数值方法叫“激波跟踪法”, 把间断看作计算区的内部边界, 边界上加各种衔接条件^[40~42]。但是如果间断个数多, 并且还相互碰撞, 那末还是宜于用另一类方法即“穿行法”, 就是说不管有多少间断, 用统一的程序既算光滑也算间断。这样程序就不必将间断分门别类, 编制程序简单得多, 调程序也快。

穿行法由 Von Neumann 和 Richtmyer 于 1950 年首创, 采用欧拉方程则以 Lax^[31] 和 Godunov^[27] 为先驱。近年文献中采用“高分辨” (high resolution) 一词。它指七十年代中期至今走在前列的学者争取的目标。“高分辨率”是指尽量减少人工粘性或格式粘性^[28, 29, 30]带来的误差。它们不可没有, 否则计算会行不通, 或是不能穿行间断, 或是穿不过质点速度 u 和声速 a 组成的特征值为零的点, 如 u , $u+a$ 或 $u-a$ 等于零的点。Lax^[31] 和 Godunov^[27] 的一阶格式就不

采用人工粘性项。格式粘性即格式本身的截断误差（主要是含双数阶导数的项）就起保证计算稳定性的作用。七十年代中期以后不用人工粘性，而只用格式粘性的格式陆续出现。这一方面是因为人工粘性虽可保证实行穿行，但总带来一定的计算误差，并且另一方面计算时要多次调整人工粘性系数，有些费事。八十年代的新格式，好格式为提高分辨率争取的就是取消人工粘性，在保证格式稳定和满足熵条件〔1〕的前提下尽量减少格式粘性和三阶截断误差引起的振荡型的误差。本文附图中Lax格式的二阶截断引起的抹光作用早已不能令人满意。本文附图中Lax Wendroff格式和MacCormack格式的振荡型误差（包括低亏和过跳，undershoot和Overshoot）也都明显。本文算例存自模拟性，激波等间断的速度都是常数，因此间断后物理量都有常数区，这些常数区会有助于算好间断。如果激波是变强度的，如爆炸波或钝头体前的弓形激波，那么振荡型误差会比本文例中的振荡严重〔2, 22〕。

高分辨率就是指代表间断的过渡区要尽可能地窄（目前已做到激波过渡区只有一到两个点），抹光或振荡类型的误差要消除或基本消除。本文图例中有四个八十年代的先进格式的代表〔3, 2, 8, 10〕在激波附近已做到这样的要求。不过图例也显示若采用欧拉坐标系，接触间断还是不易算好。下面还要专门讨论。

从七十年代末开始人们也发展用有限元方法算激波的，至今分辨率还逊色于差分法。

七十年代争取高分辨率的若干重要努力由Gary Sod作过总结〔14〕。有趣的是此文是J. Comput Phys创刊十二年后第一次刊登的综述性论文。文中阐述了十多种方法，并且一概采用分步法形式的性质甚好Lapudus粘性。由于用了这种人工粘性库朗数就不可能很接近于1。该文采用了0.8。近年，一些新格式都丢去了人工粘性，仅用格式粘性。这样库朗数就可以用得大于0.8。库朗数愈接近于1，格式粘性在保证计算稳定性的条件下也就愈小。这样既可省机时，又可减少抹光。

1979年出现一篇别开生面的论文〔7〕。在提高激波计算分辨率方面进展显著。作者van Leer称其新格式为二阶Godunov格式，又称守恒律的单调迎风格式（MUSCL）。分辨率明显优于Sod〔14〕文中的所有十多种有名格式。既有二阶精度，又有保单调的新思路，能避免以往二阶格式的振荡式（过跳和低亏）即三阶截断误差的效应。周宁〔20〕算了激波管问题，效果确实好。周宁还更正了〔7〕文中一个主要公式的印刷错误。并且用〔21~23〕文中的较激波管问题更难算好的有标准答案的题目考验了MUSLL。确实比〔21, 25, 26〕中引用的八种穿行法分辨率都高。

MUSCL的缺点是计算步骤多、程序长，也费机时。它引出了若干高分辨率的好格式，例如有〔8, 9, 10, 32〕这些TV D类型的格式。最近又有〔44-48〕。

高分辨率格式要处理好“熵条件”，对于欧拉方程，这主要是要处理好由速度 u ,