



1987 年 全 国 研 究 生  
通 信 学 术 会 议

论 文 集

中 国 · 成 都

一九八七年十月

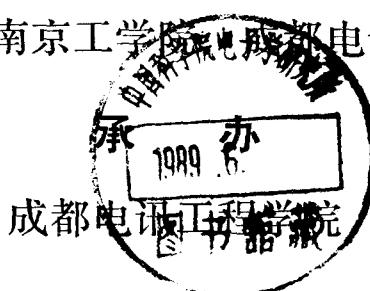
1987年全国研究生通信学术会议  
论 文 集



主 办

中国电子学会 中国通信学会

清华大学 南京工学院 成都电讯工程学院



一九八七年十月九日至十一日

8810781

## 大 会 名 誉 顾 问

孙俊人 李玉奎

## 大 会 顾 问

(以姓氏笔划为序)

万发贵	毛恒光	刘永峻	叶培大	李乐民	李承恕	张煦
张乃通	陆大经	何立权	吴伯修	陈宗鹭	陈尚勤	欧阳鄂
林宗琦	周炯槃	胡征	柯有安	姚庆栋	徐秉铮	顾德仁
谢希仁	葛彦	程时昕	樊昌信			

## 大 会 主 席

李正茂 张世平 唐俊

## 大 会 学 术 委 员 会

**主 席:** 张世平(清华大学)

**副 主 席:** 刘军(成都电讯工程学院)

童文(南京工学院)

**委 员:** 丁明跃(华中工学院)

叶雷(西北电讯工程学院)

刘长金(北京工业学院)

许蔚(中国科学院电子所)

李大伟(成都电讯工程学院)

朱夏宁(清华大学)

杨义先(北京邮电学院)

陈晓强(南京通信工程学院)

谈振辉(北方交通大学)

章建洛(上海交通大学)

解长松(国防科技大学)

熊一俊(南京工学院)

## 大 会 组 织 委 员 会

**主 席:** 王新扬(成都电讯工程学院)

**副 主 席:** 曹秀英(南京工学院)

董 弘(清华大学)

**秘 书 长:** 杨益新(成都电讯工程学院)

**副秘书 长:** 李大伟(成都电讯工程学院)

### 会议论文集编辑组:

**主 编:** 刘 军(成都电讯工程学院)

**副主编:** 肖 庆(成都电讯工程学院)

**编 委:** 肖 斌 黄仁强 曾 强 景春贵

### 会议后勤组:

**组 长:** 郭 伟(成都电讯工程学院)

**副组长:** 李 陟(成都电讯工程学院)

### 会议宣传组:

**组 长:** 夏前文(成都电讯工程院)

**副组长:** 杨怀旭(成都电讯工程学院)

## 序

一年前，清华大学、南京工学院和成都电讯工程学院的研究生应广大同学们的要求提出了召开全国研究生通信学术会议的建议，该建议得到了各自学院和中国电子学会及中国通信学会的大力支持，并于1987年元月6日在北京中国电子学会总部召开的首次筹备会上协商决定由中国电子学会、中国通信学会、清华大学、南京工学院和成都电讯工程学院共同主办首届全国研究生通信学术会议，由成都电讯工程学院负责承办。

首届全国研究生通信会议的宗旨在于加强广大青年科技工作者之间的学术交流、沟通信息、开拓视野、促进我国的通信事业。大会聘请了全国各通信与电子学专业博士点的导师代表及电子学方面的一些知名人士担任大会顾问。大会的特点之一是由研究生具体完成所有筹备工作，她的学术委员会由全国各通信与电子学专业博士点委派的博士生或硕士生组成。

全国与通信有关专业的广大研究生和青年科技工作者以极大的热情支持这次会议，大会在征稿期间共收到77个单位的500余名作者的383篇论文。鉴于大会的规模限制，不能录用全部论文。在初审的基础上，经由各校学委在清华大学召开的汇审会上审议，决定录用其中的250篇。现在献给大家的大会论文集就是论文编辑组根据大会学委会意见整理编辑出来的。

该论文集在一定程度上反映了目前我国年青一代在通信领域方面的学术水平，是对我们青年一代的通信理论与技术水平的大检阅。该文集涉及的专业面广，从通信理论与通信系统、各种门类的通信技术直至与通信有关的微电子技术和管理，她的特色是收录的论文都是广大研究生及青年科技工作者在科研及生产中的研究成果。愿该论文集的编辑与出版能进一步推动青年一代的学术交流、促进我国的通信事业。

最后，我们谨向各主办单位的有关部门及领导、各位大会顾问、所有论文作者以及其他关心和支持这次会议的人们表示衷心的感谢。在此特别要对担负了烦重大会各项组织工作的成都电讯工程学院的广大研究生及出版社工作人员表示衷心的感谢。

1987年全国研究生通信学术会议

一九八七年十月

## 目 录

### 一、信息论与通信理论

循环码最小距离的最新限—YW限的应用方法及存在时间 声表面波卷积器双门限同步检测系统的性能分析	李元亮	(347)
战L <sub>4</sub> C <sup>3</sup> I系统与对消通信	史振南	(348)
减少状态的维持比算法检测器研究	解长松	(282)
强电线电流在通信传输线上的瞬态响应计算	雷鸣	(220)
非对称类高斯噪声中已知信号的 Robust M—检测	程林强	(465)
通信系统中的相位噪声分析	张自述	(287)
减少平方须斜线判决反馈树搜索算法检测器	梁孙亮	(293)
关于格状码最小ED计算方法的研究	沈越泓	(310)
宽带 Hilbert 变换器的应用及其实现	沈强	(99)
正交 Gold 序列及其相关性研究	黄保华	(281)
卷积截断码的一般构造及其 Viterbi译码分析	苏凯雄	(623)
传输误码模拟及测量	孙震强	(840)
判决快译码算法	丁军毅	(696)
模糊随机事件的熵和交互信息	黄蒙东	(833)
n 元 p 值逻辑函数与某些变元无关的分析	郭万海	(786)
P—点族噪声中信号的稳健检测器的性能研究	何良生	(694)
移位寄存器序列的一种特殊信息漏—F—位可测性的讨论	杨红云 周红兵	(730)
采用级数方法的噪声中随机信号检测	沈八中 武传坤	(698)
短电离层 HF 信道的模拟	夏匀	(726)
广义反应概念	康波	(783)
二维树型信源编码	孔立东等	(843)
(t <sub>1</sub> , t <sub>2</sub> ) 一纠错两用户直和 BC 码的码率上界	徐学清	(843)
一种采用双重 Levinson 迭代求解复形的 Yule-Walker 方程的解法	单炜娟 丁存生	(812)
时间离散控制的相互同步系统研究	杜林	(768)
定重量陷门背包体制	吴巍	(779)
非Gauss 噪声中弱信号的自适应门限检测	王仲文	(832)
线性反馈 n 位寄存器钟控序列的分析	梁民	(827)
一种新的信源编码方式—M PCM 的研究	郭宝安	(826)
	吕卫平	(795)
二、调制解调技术		
相关高斯噪声对基分 MSK 调制误码率的影响	胡德廷	(422)
松尾环在 QPSK 调制中的应用	汪玲玲	(332)
交叉调制失真及校正	肖斌	(600)

利用离散希尔伯特变换的基带数字滤波器的原理及实现	陈立军	(833)
声表面波AWQPSK 调制器的研究	何世平	(837)
相关移相键控(CORPSK(4-5))基带调制系统的研制	陈志刚	(763)
<b>三、编码与密码技术</b>		
CG—序列的伪随机性	唐俊 刘中	(1)
一种具有差错控制能力的变钥加密方案	李世群	(305)
S—盒表达式求法及最简化的研究	唐朝京 李情与	(176)
丢番图公钥密码体制	罗群 李世群	(33)
一种纠错与保密编码相结合体制	舒长松	(162)
二元序列的广义复杂性	唐俊	(581)
正交 Bent 序列的分析与实现	杨干宁	(105)
自适应回波抵消技术在全双工模拟语音加密系统中的应用	叶华	(470)
模拟语音加密中的随机置换	吴关	(612)
有效的平衡码——一种用于 Galay (24, 12) 码的改进	唐毅	(838)
<b>Chase—I</b>		
还原 Huffman 编码的 FBR 法	李明禄	(828)
一种新的纠二错循环码的译码方法	陈志	(828)
利用身份证进行密钥分配的新方案	杨义先	(370)
<b>四、光通信</b>		
GB/S 光通信系统 Chrip 噪声产生机制和抑制	苏超 黄守华	(45)
CO <sub>2</sub> 激光大气数字通信体制研究	杨楠	(278)
光通信系统非线性效应的 Uolterra 级数分析	孙方	(239)
数字脉位调制(DPPM)光纤传输系统的均衡	周耀良	(384)
外腔半导体激光器半径与选模理论	吴群	(526)
相干光通讯系统中的光源技术	柴森杰	(76)
平面镜外腔单纵模半导体激光器的研究	周仪清 吴群	(14)
	周炳琨	
半导体激光器外腔控制机理的探索	任晓敏	(148)
光纤通信波分复用系统	曹其萍	(488)
激光二极管与 Ti:LiNbO <sub>3</sub> 光波导的透镜耦合	孙礼中等	(655)
电光效应光波导移频器的耦合模分析	孙礼中等	(657)
单模光纤中偏振度的 Poincaré / Spheve 表示	邱昆	(673)
1.3 μm 半导体激光器偏振特性的实验研究	惠荣庆	(843)
E—LED 与多模光纤的耦合理论	朱电平等	(651)
单模光纤模场半径的变波长测量和色散的计算	白爱民	(843)
国外光纤预制棒工艺技术介绍、评价及展望	竺逸年	(764)

行波半导体激光放大器用于直接检测系统的前置放大	林健	(782)
光源的相干性和光纤的双折射对无源光纤环形谐振器的影响	张秀甫	(775)
V形槽衬底隐埋异质结构激光器制作工艺的研究	白杰等	(784)
双相 PPM 编码最佳时间检测数字光纤通信系统	王浴野	(835)
关于在我国综合发展卫星与光纤通信的探讨	闻梦力	(599)
<b>五、卫星通信</b>		
B S—2a 广播卫星数字伴音数据交识方法分析及去交识电路 的设计	陈益新 野锦德	(235)
一种适用于卫星通信的纠错编码方式—Punctured 卷积码	孙平	(689)
预约 A LOHA 卫星分组通信系统的分析	蒋学	(674)
一种 TST/SS-TDMA 国内卫星通讯系统	刘远高	(793)
<b>六、微波与毫米波通信</b>		
矩形波导微波功率合成器的理论分析及计算机辅助设计	陈晓明	(580)
任意 E 面矩形膜片不连续性及其在毫米波滤波器中的应用	戎敷生	(445)
关于闭域中的电磁场本征值问题	洪伟	(440)
椭圆波导用于 11GH <sub>z</sub> 去极化补偿	卢永青	(531)
微带不均匀性的平面格林函数解及其快速计算	胡震亚	(284)
含空气隙微带天线矢量 Hankel 变换分析法	李立	(197)
屏蔽带状线的空域一般分析	蔡小丁	(171)
旋转对称振子的电流积分方程	段恒毅 林昌耀	(304)
双层螺旋天线的宽频带特性研究	应志农	(475)
矩形波导缝间的内部耦合	王明盛 郑京亮	(514)
关于数字微波通信中正交极化传输的分析	刘淑珍	(647)
二折线天线的方向性系数的优化问题	万若峰	(659)
介质镜象波导定向耦合器的理论与实验	耿胜强	(842)
微波通讯中降雨去极化补偿技术	郑丽丰	(842)
矩量法中展开函数与加权函数选择的注释	陈志宁	(766)
不同弯曲波导结构的损耗	刘晓红	(791)
实频技术设计单端宽带匹配网络的新方法—“极点法”	刘崇华	(807)
<b>七、通信网络和交换，数据通信系统</b>		
调幅立体声 Motorola 系统在同步广播网上的性能	吕汉舞	(290)
电话交换系统的质量管理	程明光	(219)
随机预约式时分多址无线通信网	赵东风	(93)
抗毁能力限制下通信网的拓扑优化设计	黄文献	(436)
分组交换网高数容量和流量分配问题探讨	张彬 梁雄健	(87)
一种适于无线信道网的新型介质访问方式	王玮 郭洪明	(840)

对小容量用户电报及数据交换机扩容的一种新方法	庞晓宁	(722)
电报信号统计特性的研究与概率分析监测法	张英	(649)
在码分多址系统中去除邻址干扰	汤郁强	(631)
分组交换网中动态自适应比例控制算法的性能分析	李凌	(637)
一种具有时间分集的正负 ARQ 方案	张春霞	(638)
前向道自局收发系统的研究	程平川	(639)
利用声呐检测水下目标的信号处理方法	王永海	(640)
利用声呐对海底反射率的测量与计算	王永海	(641)
一种新的语音交换机设计方法	王永海	(642)
程控数字报机	张群国	(643)
分组交换数据传输系统最佳存储容量设计	杜庆山	(644)
有组织战术干线通信网	郭伟	(710)
微机控制有／无线选呼系统	许巧纯	(841)
程控用户集中器的双端通讯	孟凯旋	(827)
宽带局部网会议电信系统问题探讨	耿建美 谢冲	(842)
实时远程通讯系统	李相民	(830)
网络编码原理与译码方法的研究	朱卫东	(843)
一种短波数据网方案	唐海涛	(843)
程控电子交换机系统的可靠性技术	林庆莲	(836)
数据通信中的反馈重传纠错技术	徐惠娟	(837)
高频数字信息高速传输技术的新发展	谈振辉	(551)

### 八、移动通信与扩频通信

用单片微机控制无中心、多信道共用移动通信系统	刘道贤	(429)
一种抑制 D S 扩频系统有限带宽干扰的自适应滤波器	程宇川	(323)
利用 MSK 调制技术的 C SK / D S 扩频通信系统	肖文	(410)
软化调频 ( T FM ) 正交系统实现	吴利民	(123)
SAW 自适应滤波器用于扩频通信系统中的研究	刘飞 查光明 李乐民	(51)
FH-D PSK 扩频系统在多个窄带干扰影响下的性能分析	龙远英	(308)
移动通信网基台系统	梁泊	(142)
基于 Kalman 滤波器的跳频捕获系统	邱永红 潘亚汉	(545)
三态同步码的研究	覃林	(567)
连续相位调制 ( CPM ) 信号的简化平均匹配滤波器 ( RC-AMF ) 接收机的性能分析	宣建华 威治孙	(55)

An Analysis of Interfering Effects of DS Signal on		
FM System	洪海涛	(63)
小数分频频率合成技术的研究	钱学荣	(70)
自适应天线移动通信系统	翁振杰 杜方亮	(667)
一种新的用于跳频系统中的“加与除”直接式频率合成器方案	曾庆书	(738)
数字移动通信中差分编码的广义软调频二比特差分检测	刘维舟	(619)
移动无线信道与纠错码	袁东风	(639)
扩频信道中几种常见加性干扰下信道容量的计算	钟城	(701)
一种采用预处理器的高频扩频通信系统	王可人	(760)
扩频通信系统的处理增益	陈杰	(843)
调频波的一种实现方法	胡奇水	(765)
快速跳频频率合成器	杨俊	(841)
九、图象编码与图象通信		
关于Walsh 变换图象区域编码	厉力华 叶雷 刘天民 胡征	(18)
二值图的形态骨架编码	钱江	(39)
电视文字广播中图形的 PDI 编码解码的实现	刘东宏 程存学	(214)
消除分块效应方法研究	段方勇	(538)
运动估计帧间插值	李宝柱	(572)
一种用于地图匹配的递归平滑滤波算法	丁明跃等	(23)
一种用于二维 DCT 系数量化的方向性加权函数	江元 谈文心	(577)
二值图象数据压缩的研究	邓广	(702)
提高电视图象的垂直清晰度	李思德	(635)
考虑场景影响的运动估计	李海波	(710)
高质量 24kb/s AD PCM 编码	林孝忠	(605)
VAX 11 与 IBM PC 机图象通信研究	李斌 朱光喜 李俞光	(842)
一种新型的电视重影消除方法	黄哲生	(615)
图形自动输入方法的初步研究	丛世平	(759)
地球同步卫星红外投影的纠正	张志雄	(797)
基于图象特征的信息压缩技术	涂怀湘	(827)
数字图象矢量量化编码的研究	龙旭光	(785)
图象矢量量化的一种新算法	徐磊	(820)
一种高效矢量量化图象编码方法	丁宏元	(762)
自适应 SAR 图象编码	林兵	(838)
伪随机信号在数字图象编码中的应用	曾潮	(827)
用于中文报纸传真的一种编码方法一、二		
维预测一维游程的修正 Huffman 编码法	罗苏淮	(836)

## 十、计算机通信网

I SDN 用户—网络接口	刘谷燕	(31)
计算机通信网高层标准—OSI 会话层的设计与实现	沈立涛	(111)
采用 SSSA 通信方式的协议特性	辛红	(359)
NICENET 局域网 NIU 的设计与实现	彭磊	(355)
异构型计算机网络系统高层协议的设计与实现	罗彬	(405)
呼叫系统中多种类型用户共享信道时的阻塞公式的推导	邓少仁	(742)
用令牌总线网实现综合业务的网络性能分析	卫舒超	(743)
表示层协议及其上安全机制的研究与实现	王庆桥	(713)
用微机控制 Intel 8273 实现 SDLC/HDLC 通信规程	何俊	(703)
I SDN TCM 方式数字用户环路	李永乐	(781)
在宽带计算机局域网协议(1)中语音／数据综合传输研究	吕光宏	(257)
I SDN 中的基本速率接口	吴庆华	(593)
局部计算机网络高层软件的移植	陈晓强	(483)
用于 I SDN 数字用户环路的回波消除器	杨大力	(703)
OSI 运输层软件设计与实现	赵昊	(331)
信令系统的链路拥塞控制	刘仁平	(829)
ARPA 网文件传送协议	张艳	(841)
综合业务数字网(I SDN)	李忠杰	(836)
I SDN 信令系统标准的进展现状	张明	(830)
矢量量化应用于 I SDN 基带可视电话系统	魏青	(843)
一种网络节点缓冲区自适应管理的设想	倪鉴	(842)
I SDN 系统中波形形成网络的设计及其实现	蒋华	(503)

## 十一、通信终端、通信管理与维护

通信设备中模拟电路的硬故障诊断	梁斯思	(391)
市内电话系统经济结构及其发展战略模型—系统动力学在电信经济研究中的应用	靳东浜	(399)
通信设备故障的自动检测	黄卫钢	(769)

## 十二、语音处理

一种新型噪声对消电路的研究	杜笑平 张鸿	(129)
语音這一断特性统计与模型	徐子平	(496)
不要帧同步的时域模拟语言乱序系统实现的几个问题	陈红斌	(206)
语音包接收机的分析和设计	祁红慧	(520)
一种适于实时实现的基音提取方法	季京	(510)
全词汇汉语合成的语言库研究	陈星	(378)
语音频带数据传输回波抵消器的实现方法	王蕴	(808)
噪声中语音识别的 Robust GM 傅立叶系数算法	张鹏飞等	(714)

# CG—序列的伪随机性

唐俊 刘中 顾德仁  
成都电讯工程学院

## 摘要

本文首先提出由一类混沌差分方程产生二元序列——CG—序列的方法，然后论证了新产生的CG—序列是二元等概分布，具有与伯努利过程相同的游程分布特性且自相关函数为δ函数。这些特征说明了新产生的伪随机序列—CG—序列具有与白噪声过程完全一致的统计特征。即CG—序列是优良的伪随机序列。

## 一、引言

在通信的各个领域中都广泛地用到伪随机序列。原因在于伪随机序列有着与纯随机序列相似的各项统计特性，而这些特性正是提高通信质量、效率和安全性的重要保证。再加上伪随机序列可以人为产生和再现，便于实际应用。正由于这些原因，伪随机序列在其它工程领域也有着广泛的应用。绝大多数需要伪随机序列的应用场合都要求所选用的序列的特性越接近纯随机序列的特性越好。本文的目的就是以混沌系统为基础提出一种新的二元伪随机序列的产生方法，并说明所产生的序列——CG—序列(*chaotically generated*)具有与纯随机白噪声相同的统计特性。

## 二、CG—序列的产生

我们将要讨论的是如何由一类混沌差分动力系统生成二元序列—CG—序列，为此，首先从统计的观点给出这类系统的定义和性质。

首先引入一个在  $I = [0, 1]$  上定义的基本差分动力系统  $f_0$ 。

$$x_{n+1} = f_0(x_n) = \begin{cases} 2x_n & x_n \in I_1 = [0, 1/2] \\ 2(1-x_n) & x_n \in I_2 = [1/2, 1] \end{cases} \quad (1)$$

这是一个从  $I$  到自身的映射。由文献[1]得知  $f_0$  是混沌遍历的动力系统，具有不变的概率密度  $P_{f_0}(x) = 1$ 。

令  $h$  是  $I$  上的一类  $1 - 1$  映射， $h: I \xrightarrow{\text{映上}} I$ 。据此，我们可以由  $h$  定义一类与  $f_0$  共轭[2]的动力系统  $g$

$$x_{n+1} = g(x_n) = h(f(h^{-1}(x_n))) \quad (2)$$

由  $h$  的  $1 - 1$  映上性可知  $g$  也是从  $I$  到自身的映射。

为使后面的分析易于进行，我们要求  $h$  具有如下性质：

1° 连续且分段可微；

2° 关于  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  奇对称且单调上升。

根据性质 1°，由文献 [1] 知动力系统  $g$  也是遍历的，且不变概率密度为：

$$P_g(x) = \left| \frac{dh^{-1}(x)}{dx} \right| \quad (3)$$

$h^{-1}$  是  $h$  的逆映射。再由 2° 得知， $P_g(x) = \frac{dh^{-1}(x)}{dx}$  且  $g$  是关于  $x=1/2$  2 偶对称的。根据 Birkhoff 定理 [3]，对任意  $L^1$  可积函数  $B(x)$ ，有

$$\langle B(x) \rangle = \overline{B(x_n)} \quad (4)$$

对几乎所有的  $x_0 \in I$  成立，其中

$$\langle B(x) \rangle = \int_I B(x) P_g(x) dx; \bar{B}(x_n) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N B(x_n)$$

它们分别为  $g$  对函数  $B$  的系统平均与时间平均。

按以上定义的一类动力系统  $g$ ，我们引入如下的中值判决映射

$$S(x) = \begin{cases} 1 & x \in I_1 \\ -1 & x \in I_2 \end{cases} \quad (5)$$

$S$  是  $L^1$  可积的，采用映射  $S$ ，对于  $I$  中任一初值  $x_0$  及任意满足 (2) 式的映射  $g$ ，可得到如下一串二元无穷序列  $\{s_n\}$  —— CG 序列。

$$\begin{aligned} \{s_n\} &= s_0, s_1, s_2, \dots, s_n \dots \\ &= S(x_0), S(g(x_0)), S(g^2(x_0)), \dots, S(g^n(x_0)) \dots \end{aligned} \quad (6)$$

下面我们将说明这样产生的 CG 序列具有良好的统计特性。

### 三、CG 序列的随机性

对于按 (6) 式得到的 CG 序列，我们有

定理 1，序列  $\{s_n\}$  中 1 和 -1 是等概出现的，即  $P(1) = P(-1) = 1/2$ 。

证明：根据  $g$  的遍历性和  $P_g$  的性质及  $s_n$  的定义，有

$$P(1) = \int_{I_1} P_g(x) dx = \frac{1}{2} \int_I P(x) dx = 1/2$$

$$P(-1) = 1 - P(1) = 1/2$$

为了讨论游程分布的方便，这里先给出一个引理。

引理：若将区间  $I = [0, 1]$  分成  $2^{l+1}$  段，其子区间分别为  $I_{\frac{1}{2}}^l = [0, h(\frac{1}{2^{l+1}})]$ ，  
 $I_{\frac{1}{2}}^l = [h(\frac{1}{2^{l+1}}), h(\frac{2}{2^{l+1}})]$ ， $\dots$ ， $I_{\frac{1}{2^{l+1}}}^l = [h(\frac{1}{2}), h(\frac{2^l+1}{2^{l+1}})]$ ， $I_{\frac{1}{2^{l+1}}}^l =$   
 $[h(\frac{2^l+1}{2^{l+1}}), h(\frac{2^{l+2}}{2^{l+1}})]$ ， $\dots$ ， $I_{\frac{1}{2^{l+1}}}^l = [h(\frac{2^{l+1}-1}{2^{l+1}}), 1]$ ，其  
 中  $I$  的上标  $l$  表示将  $I$  分成  $2^{l+1}$  个子区间的分法。由  $h$  的性质可知该分法可行  
 且唯一；则，当且仅当  $x \in I_{\frac{1}{2}}^l$  时产生长  $I = 1$  的“1”游程段，而  $x \in$   
 $I_{\frac{1}{2^{l+1}}/2}^l + (-1)^{l+1}$  时产生长  $I = 1$  的“-1”游程段。

证明：(1) 这里用归纳法加以证明。

当  $l = 1$  时，区间  $I$  被分成  $2^{1+1} = 4$  段，即

$$I_{\frac{1}{2}}^1 = [0, h(\frac{1}{4})], I_{\frac{1}{2}}^1 = [h(\frac{1}{4}), h(\frac{1}{2})], I_{\frac{1}{2}}^1 = [h(\frac{1}{2}), h(\frac{3}{4})], \\ I_{\frac{1}{2}}^1 = [h(\frac{3}{4}), 1].$$

由(5)得：

$$\forall x \in I_{\frac{1}{2}}^1 \quad S(x) = 1$$

相应的序列后项元为

$$S(z(x)) = S(h(f(h^{-1}(x)))) = S(h(f(y))) = S(h(z)) \quad (7)$$

由  $x \in I_{\frac{1}{2}}^1 \Rightarrow y \in (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) \Rightarrow z \in (\frac{1}{2}, 1)$ 。再由  $h$  和  $S$  的定义，有

$$S(h(x)) = z(x) \quad (8)$$

故  $\forall x \in I_{\frac{1}{2}}^1$  有  $S(z(x)) = 1$ 。

同理可证  $\forall x \in I_{\frac{1}{2}}^1 / I_{\frac{1}{2}}^1 = [1] \Rightarrow S(x) = -1$ ， $S(z(x)) = 1$ ；

而  $x \in I_{\frac{1}{2}}^1$  或  $I_{\frac{1}{2}}^1 \Rightarrow S(x) = -1$ ， $S(z(x)) = -1$ ，或  $S(x) = 1$ 。

$S(z(x)) = 1$ ，所以  $l = 1$  时该引理成立。

现假定  $l = N$  时引理成立。当  $l = N+1$  时， $\forall x \in I_{\frac{1}{2}}^{N+1} = [h(\frac{1}{2^{N+2}}),$

$h(\frac{1}{2^{N+1}})]$  有

$$z(x) = h(f(h^{-1}(x))) = h(f(y)) = h(z)$$

由  $x \in I_{\frac{1}{2}}^{N+1} \Rightarrow y \in (\frac{1}{2^{N+2}}, \frac{1}{2^{N+1}}) \Rightarrow z \in (\frac{1}{2^{N+1}}, \frac{1}{2^N}) \Rightarrow h(z) \in$

$$[h(\frac{1}{2^{N+1}}), h(\frac{1}{2^N})] = I_{\frac{N}{2}}$$

由假定知，当  $x \in I_{\frac{N}{2}}$  时，

$$S(g^N(x)) = S(g^{N-1}(x)) = \dots = S(g(x)) = S(x) = 1$$

$$\text{而 } S(g^{N+1}(x)) = -1,$$

但此时是  $g(x) \in I_{\frac{N}{2}}$ ，且  $s(x) = 1$ ，故  $x$  的“1”游程长度为  $N+1$ 。

同法可得到  $x \in I_{\frac{N+1}{2}} \cup [2^{N+2}/3 + (-1)^{N+2}]$  时， $x$  的“-1”游程长度为  $N+1$ 。

根据  $h$  的  $1 \rightarrow 1$  性质可知属于其它区间的  $x$  值都不能产生  $N+1$  长度的“1”或“-1”游程段。由归纳法原理知，引理的结论对任意正整数成立。

**定理2：**序列  $\{e_n\}$  中长度为 1 的游程数约为游程总数的一半，游程长度每增加一位，其出现数量约减少一半，且“1”游程和“-1”游程约各占一半。

证明：由引理及  $g$  的性质可知，长度为“1”的游程出现概率为：

$$\begin{aligned} P(L=1) &= \int_{I_{\frac{1}{2}}}^{I_{\frac{1}{2}}+I_{\frac{1}{4}}} p_g(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} \frac{dh^{-1}(x)}{dx} dx + \int_{I_{\frac{1}{4}}}^{I_{\frac{1}{2}}} \frac{dh^{-1}(x)}{dx} dx \\ &= \int_{I_{\frac{1}{4}}}^{\frac{1}{2}} dz + \int_{\frac{3}{4}}^1 dz = \frac{1}{4}, \end{aligned}$$

再根据  $h$  的遍历性得到长度为 1 的游程数占游程总数的一半。

同理，长为 1 的“1”游程和“-1”游程的出现概率分别为

$$\begin{aligned} P(L(1)=1) &= \int_{I_{\frac{1}{4}}}^{h(\frac{1}{2^1})} p_g(x) dx = \int_{h(\frac{1}{2^{1+1}})}^{\frac{1}{2^1}} \frac{dh^{-1}(x)}{dx} dx = \\ &\quad \int_{\frac{1}{2^{1+1}}}^{\frac{1}{2^1}} dz = \frac{1}{2^{1+1}} \end{aligned}$$

和

$$P(L(-1)=1) = \int_{I_{\frac{1}{4}}}^{h(\frac{2^{1+2}/3 + (-1)^{1+1}}{2^{1+1}})} p_g(x) dx = \int_{h(\frac{2^{1+2}/3 + (-1)^{1+1}-1}{2^{1+1}})}^{\frac{2^{1+2}/3 + (-1)^{1+1}}{2^{1+1}}} \frac{dh^{-1}(x)}{dx} dx$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}+z} \frac{e^{-x}}{1+x} dx}{\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}+z} \frac{dx}{1+x}} & z > 0 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}-z} \frac{e^{-x}}{1+x} dx}{\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}-z} \frac{dx}{1+x}} & z < 0 \end{cases}$$

故  $P(L=1) = P(L(1)=1) + P(L(-1)=1) = \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{2}}$   
 $= 2 \cdot P(L=1)$

定理 3.  $\{C_G(x)\}_{n=1}^\infty$  的自相关函数  $C(\tau)$  是  $\delta$  函数，即

$$C(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau = 0 \\ 0 & \tau = 1, 2, 3 \dots \end{cases}$$

证明：由自相关函数的定义及  $g$  的遍历性可得

$$C(\tau) = \langle S(g^\tau(x))S(x) \rangle = \int_I S(g^\tau(x))S(x)P_g(x) dx \quad (9)$$

引入 Frobenius-Perron 算子  $H$  [4]。

$$\begin{aligned} H(S(x)) &= \int_I S(y) \delta(g(y)-x) dy \\ &= \sum_i S(y_i) \left( \frac{dg(x)}{dx} \Big|_{x=y_i} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $y_i$  是  $g(y) = x$  的第  $i$  个解，可得

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \int_I S(g^{(\tau-1)}(x))H(P_g(x)S(x))dx \\ &= \langle S(g^{(\tau-1)}(x))\hat{H}(P_g(x)S(x)) \rangle \\ &= \langle S(x)\hat{H}^{(\tau)}(S(x)) \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\hat{H}(S(x)) = \frac{1}{P_g(x)} H(P_g(x)S(x))$ ，下面分两步完成定理证明。

1° 令  $g = f$ ，则  $P_g(x) = P_f(x) = I$ ， $\hat{H} = H$ ，且

$$H(S(x)) = \frac{1}{2} S\left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{2} S\left(1 - \frac{1}{2}x\right)$$

$$\hat{H}^{(\tau)}(S(x)) = \frac{1}{2^\tau} \left( S\left(\frac{1}{2^\tau}x\right) + S\left(1 - \frac{1}{2^\tau}x\right) + \sum_{j=2}^{\tau} \sum_{i=1}^{2^{j-1}} S\left(\frac{2^{j-1}}{2^j}x\right) \right)$$

$$\frac{1}{2} \left[ S\left(\frac{2^{1-\tau}}{2^{\tau}} x\right) + S\left(\frac{2^{1-\tau}}{2^{\tau}} \left(1 - \frac{1}{2^\tau} x\right)\right) \right] \quad (12)$$

把(12)式代入(11)式可得由f生成的二元序列的自相关函数。

$$\begin{aligned} C_f(\tau) &= \int_I S(x) H^{(\tau)}(S(x)) dx \\ &= \frac{1}{2^\tau} \left( \int_I S(x) S\left(\frac{1}{2^{1-\tau}} x\right) dx + \int_I S(x) S\left(1 - \frac{1}{2^\tau} x\right) dx \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=2}^{\infty} \sum_{i=1}^{2^{1-\tau}} \left( \int_I S(x) S\left(\frac{2^{1-\tau}}{2^{1-\tau}} - \frac{1}{2^\tau} x\right) dx + \int_I S(x) S\left(\frac{2^{1-\tau}}{2^{1-\tau}} + \frac{1}{2^\tau} x\right) dx \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{当 } \tau = 0 \text{ 时, } C_f(0) = \int_I S(x) S(x) dx = 1$$

$$\text{当 } \tau = 1, 2, 3, \dots, \forall x \in I, S\left(\frac{1}{2^\tau} x\right), S\left(1 - \frac{1}{2^\tau} x\right), S\left(\frac{2^{1-\tau}}{2^{1-\tau}} \pm \frac{1}{2^\tau} x\right)$$

恒为1或-1, 又因为S是关于 $(\frac{1}{2}, 0)$ 奇对称, 有

$$C_f(\tau) = 0, \tau = 1, 2, 3, \dots \quad *$$

2° 把 $P_g(x) = \frac{dh^{-1}(x)}{dx}$ ,  $g(\cdot) = h(h(h^{-1}(\cdot)))$ 代入(9)式, 得

$$C(\tau) = \int_I S(h(f(h^{-1}(x))))^{(\tau)} S(x) \frac{dh^{-1}(x)}{dx} dx$$

$$\text{令 } h^{-1}(x) = z$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \int_I S(h(f(h^{-1}(h(z)))))^{(\tau)} S(h(z)) dz \\ &= \int_I S(h(f^{(\tau)}(z))) \circ S(h(z)) dz \\ &= \langle S(h(z)) H^{(\tau)}(S(h(z))) \rangle \end{aligned}$$

由(8)式

$$C(\tau) = \langle S(z) H^{(\tau)} S(z) \rangle = C_f(\tau) \quad *$$

以上所给出的三条定理, 充分说明由g这一类差分动力系统按(6)式产生的二元序列——CG—序列具有与白噪声序列完全一致的统计特性。