МВ и ССО РСФСР
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. М. И. КАЛИНИНА

ЧЖАН ЦЫ-СЯНЬ

Аналитическое исследование и проектирование пространственных механизмов

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ЛЕНИНГРАД
1962

Научный руководитель — профессор доктор техн. наук Ф. Л. Литвин.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Состояние вопроса и постановка задачи

В настоящее время в Советском Союзе, Китае и в ряде других стран создание машин и механизмов автоматического действия, автоматических линий, автоматизированных цехов и заводов является весьма актуальной задачей. Проблема создания новых машин и приборов в свою очередь требует широкого использования пространственных механизмов.

Применение пространственных механизмов до сих пор еще носит ограниченный характер из-за недостаточной разработанности эффективных и пригодных для практики методов расчета и проектирования таких механизмов.

Аналитические методы расчета пространственных механизмов базируются на векторном, винтовом либо матричном исчислении.

В реферируемой работе для определения положений звеньев механизма использован метод матриц 3 и 4-го порядка без применения винтового исчисления.

С. Г. Кислицын при решении такой задачи методом винтовых аффиноров применил матричное уравнение замкнутости изменяемого контура. В диссертации Ю. Ф. Морошкина была рассмотрена аналитическая теория кинематических пар и кинематических цепей, основанная на использовании линейной алгебры, и вместе с тем, было дано решение задачи об определении положений звеньев некоторых простейших пространственных механизмов методом матриц 3-го порядка. В недавно опубликованной монографии «Аналитическая механика» А. И. Лурье изложена матричная запись формул распределения скоростей и ускорений в твердом теле. В теории пространственных зацеплений Ф. Л. Литвиным был использован метод матриц с применением однородных координат для преобразования координат точки. Такой метод называется методом матриц 4-го порядка. Применение матриц 4-го порядка после появления работы Ф. Л. Литвина было описано также в работах Денавита, Гартенберга, Бейера, Манжерона и Дрэгона. Однако в целом вопрос о применении матриц для изучения механизмов разработан еще недостаточно. Особенно важно то, что в настоящее время нет полных рекомендаций по подходящему выбору систем координат и упрощению полученных зависимостей. Это, безусловно, сильно препятствует вскрытию преимуществ самого метода матриц и дальнейшему применению его для изучения пространственных механизмов. В связи с этим первая глава диссертации была посвящена развитию метода матриц 3 и 4-го порядка для изучения механизмов.

Основы структуры механизмов (степень подвижности механизма, деление механизмов на классы и семейства) были разработаны П. Л. Чебышевым, П. О. Сомовым, А. П. Мальшевым, Л. В. Ассуром, И. И. Артоболевским, В. В. Добровольским, Н. И. Колчиным и другими. В настоящее время возникла необходимость в применении нового способа решения задач по структурному анализу и синтезу механизмов. Такое новое направление характерно для работ Н. Г. Бруевича, Б. А. Зиновьева, Ю. Ф. Морошкина и др. ученых, в которых рассматривается образование механизма из изменяемых замкнутых контуров. В гл. II диссертации сделана попытка развить новую теорию структуры механизмов в целях ее более широкого практического использования.

Как известно, кинематическое исследование механизмов играет важную роль в изучении ряда других вопросов теории механизмов. Аналитическими методами кинематического исследования пространственных механизмов занимались В. А. Зиновьев, Ф. М. Диментберг, С. Г. Кислицын, Ю. Ф. Морошкин, Ф. Л. Литвин, П. А. Лебедев и др. Однако для пространственных механизмов, в частности, для часто встречающихся в практике пятизвенных механизмов с низшими парами и трехзвенных механизмов соприкасающихся рычагов полного кинематического исследования пока не имеется, а тем более, кинематического исследования в матричной форме. В связи с этим в диссертации особое внимание было уделено кинематическому исследованию пространственных механизмов, изложенному в гл. III и IV.

Вопросы кинематической точности реальных пространственных механизмов имеют важное значение для счетно-решающих устройств и приборостроения. В гл. V сделана попытка распространить существующую теорию точности на пространственные механизмы с низшими парами и с соприкасающимися рычагами.

В области динамики пространственных механизмов векторный метод решения задач кинетостатики этих механизмов был систематически изложен в работе Н. Г. Бруевича. Вопросы кинетостатики сферических механизмов были рассмотрены В. В. Добровольским, Д. С. Тавхелидзе, К. Ф. Сасским, Зибером и др. Применению рычага Жуковского к исследованию пространственных механизмов посвящены работы Л. Г. Овакимяна и А. Г. Овакимова. В гл. VI аналитический метод с применением матриц использовался для решения некоторых задач динамики пространственных механизмов.

Алгебраические методы проектирования механизмов весьма успешно развиваются в Советском Союзе; такие методы изложены в капитальном труде «Синтез плоских механизмов» И. И. Артоболевского, Н. И. Левитского и С. А. Черкудинова. В недавно выполненной работе Ф. Л. Литвина и С. Г. Кислицына предложено применение метода безградиентного уравнительного спуска для уточнения параметров кинематической схемы механизма. Важные и существенные результаты в отношении аналитического проектирования пространственных механизмов были получены в работах Н. И. Колчина, В. А. Зиновьева, Н. И. Левитского, Ф. Л. Литвина, Л. П. Рифтина, В. Я. Белецкого, К. Х. Шахбазяна, Денавита, Гартенберга и др. Несмотря на это, вопрос аналитического проектирования пространственных механизмов с низшими парами и с соприкасающимися рычагами остался мало разработанным. В своей работе в гл. VII и VIII автор стремился разработать методику аналитического проектирования пространственных механизмов как передаточных, так и направляющих.

Глава I

Общие сведения о применении матриц для изучения кинематики механизмов

В первой главе излагаются теоретические основы матричного метода исследования пространственных механизмов.

При исследовании кососимметричной матрицы $\tilde{\tilde{\omega}}$ угловой скорости получены следующие соотношения:

$$\tilde{\tilde{\omega}}\,(\lambda\tilde{\omega}) = \tilde{0};$$

$$L_{ij}\,(\tilde{\tilde{\omega}}_j)^2\,L_{ji} = (\tilde{\tilde{\omega}}_i)^2,$$

где λ — произвольное число;

$\tilde{\omega}$ — столбец угловой скорости;

$\tilde{\tilde{\omega}}_j$ и $\tilde{\tilde{\omega}}_i$ — кососимметричные матрицы угловой скорости, записанные в различных системах s_j и s_i;

L_{ij} и L_{ji} — матрицы перехода от системы s_j к системе s_i и обратно.

Для исследования сложного относительного движения выведен ряд обобщенных матричных формул, который может быть использован и для решения некоторых задач астронавигации.

С целью успешного использования матричного уравнения замкнутости контура разработаны рекомендации по рациональному выбору координатных систем, связанных со звеньями механизма. Выбор координатных систем основан на использовании углов Эйлера.

При выборе координатных систем согласно таким рекомендациям матрицы перехода от системы $s_j(K_jX_jY_jZ_j)$ к системе $s_i(K_iX_iY_iZ_i)$ и обратно выражаются так:

$$M_{ij} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ h_{ij}\alpha_{11} & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ h_{ij}\alpha_{21} & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ l_i + h_{ij}\alpha_{31} & \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{Vmatrix}; \quad M_{ji} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -h_{ij} - l_i\alpha_{31} & \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ -l_i\alpha_{32} & \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ -l_i\alpha_{33} & \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{Vmatrix},$$

где

$$\alpha_{11} = \cos\psi_{ij}\cos\varphi_{ij} - \sin\psi_{ij}\cos\theta_{ij}\sin\varphi_{ij};$$
$$\alpha_{12} = -\cos\psi_{ij}\sin\varphi_{ij} - \sin\psi_{ij}\cos\theta_{ij}\cos\varphi_{ij};$$
$$\alpha_{13} = \sin\psi_{ij}\sin\theta_{ij};$$
$$\alpha_{21} = \sin\psi_{ij}\cos\varphi_{ij} + \cos\psi_{ij}\cos\theta_{ij}\sin\varphi_{ij};$$
$$\alpha_{22} = -\sin\psi_{ij}\sin\varphi_{ij} + \cos\psi_{ij}\cos\theta_{ij}\cos\varphi_{ij};$$
$$\alpha_{23} = -\cos\psi_{ij}\sin\theta_{ij};$$
$$\alpha_{31} = \sin\theta_{ij}\sin\varphi_{ij};$$
$$\alpha_{32} = \sin\theta_{ij}\cos\varphi_{ij};$$
$$\alpha_{33} = \cos\theta_{ij}.$$

Здесь l_i — расстояние между началами координат K_i и K_j, измеряемое вдоль оси K_iZ_i;

h_{ij} — расстояние между началами K_i и K_j, измеряемое вдоль оси K_jX_j, которая предполагается перпендикулярной и к оси K_iZ_i;

ψ_{ij} — угол поворота системы s_i вокруг оси K_iZ_i, отсчитываемый от оси K_iX_i к вспомогательной оси K_jN;

θ_{ij} — последующий угол поворота системы вокруг оси K_jN, отсчитываемый от оси K_iZ_i к оси K_jZ_j;

φ_{ij} — угол поворота системы вокруг оси K_jZ_j, отсчитываемый от оси K_jN к оси K_jX_j.

Для исследования и проектирования пространтвенных трехзвенных механизмов с высшими парами приведены следующие матричные выражения:

$$\tilde{V}_0^{(12)} = (\tilde{\omega}_0^{(1)} - \tilde{\omega}_0^{(2)})\,\tilde{r}_0{}^p + \tilde{\omega}_0^{(2)}\tilde{R}_0^{K_2} - \tilde{\omega}_0^{(1)}\tilde{R}_0^{K_1} + \dot{\tilde{R}}_0^{K_1} - \dot{\tilde{R}}_0^{K_2};$$

$$\tilde{W}_0^{(12)} = [(\tilde{\omega}_0^{(1)})^2 + \tilde{\varepsilon}_0^{(1)} + (\tilde{\omega}_0^{(2)})^2 - \tilde{\varepsilon}_0^{(2)} - 2\tilde{\omega}_0^{(2)}\tilde{\omega}_0^{(1)}]\,\tilde{r}_0{}^p -$$

$$- [(\tilde{\omega}_0^{(1)})^2 + \tilde{\varepsilon}_0^{(1)}]\,\tilde{R}_0^{K_1} - [(\tilde{\omega}_0^{(2)})^2 - \tilde{\varepsilon}_0^{(2)}]\,\tilde{R}_0^{K_2} +$$

$$+ 2\tilde{\omega}_0^{(2)}\,[\tilde{\omega}_0^{(1)}\tilde{R}_0^{K_1} + \dot{\tilde{R}}_0^{K_2} - \dot{\tilde{R}}_0^{K_1}] + \ddot{\tilde{R}}_0^{K_1} - \ddot{\tilde{R}}_0^{K_2};$$

$$\tilde{c}_0^{p_2} = \tilde{c}_0^{p_1} + \tilde{V}_0^{(12)};$$

$$\tilde{a}_0^{p_2} = \tilde{a}_0^{p_1} + 2\,(\tilde{\omega}_0^{(1)} - \tilde{\omega}_0^{(2)})\,\tilde{c}_0^{p_1} + \tilde{W}_0^{(12)}.$$

Здесь $\tilde{V}_0^{(12)}$ и $\tilde{W}_0^{(12)}$ — столбцы относительной скорости и относительного ускорения, записанные в неподвижной системе s_0 (стойке);

$\tilde{R}_0^{K_i}$ — столбец положения начала $\dot{K}_i$ системы s_i, связанной с подвижным звеном i $(i = 1{,}2)$;

$\tilde{r}_0{}^p$ — столбец положения точки p касания профилей в неподвижной системе s_0;

$\tilde{\omega}_0^{(i)}$ и $\tilde{\varepsilon}_0^{(i)}$ — кососимметричные матрицы угловой скорости и углового ускорения подвижной системы s_i $(i = 1{,}2)$;

$\tilde{c}_0^{p_i}$ и $\tilde{a}_0^{p_i}$ — столбцы скорости и ускорения при перемещении точки p_i касания по профилю звена i, записанные в неподвижной системе s_0 $(i = 1{,}2)$.

Глава II

Структура механизмов

При изложении структуры механизмов используются: а) матричный способ определения уравнений связи между параметрами механизма, б) способ образования механизмов из изменяемых замкнутых контуров.

В работе предложен способ определения числа независимых уравнений связи между параметрами контура. Это число назовем рангом m контура.

Наряду со структурным анализом рассмотрен также и структурный синтез механизмов, позволяющий указать строение механизма для обеспечения требуемой степени w свободы механизма.

Формулы для изучения структурного синтеза одноконтурного механизма записываются в следующем виде:

$$n = p = \sum_{k=1}^{m-1} p_к; \quad \sum_{k=2}^{m-1} (k-1) p_к = w + m - n; \quad w + m \geqslant n \geqslant 3,$$

где n и p — число звеньев и кинематических пар механизма;

$p_к$ — число кинематических пар с k переменными параметрами или число кинематических пар k-го рода по В. В. Добровольскому.

Для структурного синтеза многоконтурного механизма используются уравнения:

$$C = p - n + 1 = \sum_{k=1}^{5} p_к - n + 1;$$

$$\sum_{i=3}^{C+1} (i-2) n_i = 2(C-1);$$

$$\sum_{k=2}^{5} (k-1) p_к = w + \sum_{m=2}^{6} (m-1) q_m + 1 - n,$$

где C — число независимых изменяемых контуров;

n_i — возможное число звеньев, несущих элементы i кинематических пар;

q_m — число независимых контуров с рангом m.

Исследован вопрос о наибольшем числе i_{max} кинематических пар 1-го рода на звене в однородных многоконтурных механизмах с одной степенью свободы и установлено, что $i_{max} = \frac{n+3}{5}, \frac{n+2}{4}, \frac{n+1}{3}, \frac{n}{2}$ и $n-1$ при $m = 6, 5, 4, 3$ и 2 соответственно.

Для облегчения структурного синтеза механизмов составлен ряд структурных таблиц.

В целом методы структурного анализа и синтеза механизмов, приведенные в данной главе, тесно увязаны с методами их дальнейшего исследования и проектирования.

Глава III

Кинематическое исследование пространственных механизмов с низшими парами

При кинематическом исследовании механизмов основное внимание уделено наиболее трудному вопросу определения положений звеньев механизма, так как после определения положений звеньев механизма решение задачи о скоростях и ускорениях никаких трудностей не представляет.

Исходя из условия матричной замкнутости изменяемого контура, установлены расчетные уравнения связи между параметрами механизма, которые позволяют определить положения звеньев механизма и служат основой для изучения ряда вопросов теории пространственных механизмов. При этом используется метод матриц 4-го порядка, поскольку матрицами такого вида одновременно учитываются поступательное и вращательное движения звеньев, а действия над матрицами сводятся только к их умножению.

В работе автором рассмотрены следующие пространственные одноконтурные механизмы:

1. Трехзвенный механизм с двумя шаровыми и одной цилиндрической парами.

2. Трехзвенный механизм с двумя цилиндрическими и одной шаровой парами.

3. Четырехзвенные механизмы без шаровых пар:

а) механизм с тремя цилиндрическими и одной вращательной парами;

б) сферический механизм.

4. Четырехзвенные механизмы с одной шаровой парой:

а) кривошипно-коромысловый механизм с одной обычной шаровой парой и одной шаровой парой с пальцем;

б) кривошипно-кулисный механизм с одной обычной шаровой парой и одной шаровой парой с пальцем;

в) кривошипно-кулисный механизм с одной шаровой и одной цилиндрической парами;

г) кривошипно-шатунный механизм с одной обычной шаровой парой и одной шаровой парой с пальцем;

д) кривошипно-шатунный механизм с одной шаровой и одной цилиндрической парами.

5. Четырехзвенные кривошипно-коромысловый и кривошипно-шатунный механизмы с двумя смежными шаровыми парами.

6. Пятизвенные кривошипно-коромысловые и кривошипно-шатунные механизмы с шаровой парой, занимающей симметричное положение в механизме.

7. Пятизвенные кривошипно-коромысловые и кривошипно-шатунные механизмы с шаровой парой, занимающей несимметричное положение в механизме.

В конечном виде задача об определении положений звеньев может быть решена лишь для трехзвенных, четырехзвенных и некоторых простейших пятизвенных механизмов, не имеющих в своем составе винтовых пар. Для других механизмов составлены уравнения, решаемые по методу последовательных приближений.

При кинематическом исследовании многоконтурных механизмов уравнения связи между параметрами решаются либо последовательно для каждого контура, либо, если это невозможно, используется непосредственный или косвенный способ совместного решения уравнений связи нескольких контуров. Для иллюстрации исследуются два шестизвенных и один семизвенный механизмы разного вида.

В целях систематизации и упорядочения решения задачи определены уравнения связи, вытекающие из матричного уравнения замкнутости пространственного пятизвенного контура с одной шаровой и четырьмя цилиндрическими парами, являющиеся обобщенными уравнениями. Из этих уравнений получаются как частный случай уравнения определяющие положения звеньев для большинства пространственных механизмов с низшими парами.

В конце главы приводятся примеры расчета.

Глава IV

Кинематическое исследование некоторых пространственных трехзвенных механизмов с высшими парами

Содержание этой главы посвящено в основном кинематическому исследованию механизмов с соприкасающимися рычагами. Рассмотрены механизмы со следующими элементами высшей пары: 1) шар — полый цилиндр, шар — плоскость, шар — точка, плоскость — точка, прямая — прямая, прямая — окружность, окружность — окружность; 2) цилиндр — цилиндр, цилиндр — прямая, цилиндр — точка, плоская линия — плоская линия. Автору удалось получить достаточно простые уравнения связи между параметрами лишь для механизмов первой группы.

В работе исследование относительного движения элементов высшей пары производится без применения классического метода разложения движения. Методика кинематического исследования механизмов с высшими парами дана на примере механизма соприкасающихся рычагов с двумя прямыми.

Глава V

Исследование кинематических ошибок пространственных механизмов

Аналитическое исследование кинематических ошибок пространственных механизмов связано с установленными выше обобщенными уравнениями связи между параметрами механизма. В работе излагается аналитическая методика определения ошибок положений, скоростей и ускорений механизма. Частные производные при первичных ошибках в основной формуле расчета точности находятся в результате дифференцирования обобщенных уравнений связи, выполняемого по правилам дифференцирования неявных функций одной переменной.

Смещения, перекосы и зазоры в кинематических парах пространственного механизма приближенно сводятся к дополнительным переменным ошибкам заданных первичных параметров механизма.

Глава VI

Основные вопросы аналитической динамики пространственных механизмов

В данной главе рассматриваются задачи: а) приведения сил и масс звеньев, б) силовой расчет пространственных механизмов.

Для вычисления приведенных сил и масс, сил инерции звеньев, а также и реакций в кинематических парах приведен ряд формул, полученных с помощью матричного исчисления.

При исследовании статической определимости механизма, а также для определения реакций в кинематических парах предложено использовать понятие об «основных парах». Число «основных пар» равняется числу составляющих изменяемых контуров механизма.

В механизмах основные пары нужно выбирать так, чтобы упростить определение компонентов реакций в таких парах. Целесообразно выбирать за основные те пары, которые обладают наименьшим числом определяемых компонентов реакции (наибольшим номером рода). В работе приведены рекомендации по выбору точки приведения сил реакции и разложению реакции на компоненты в основной паре.

Глава VII

Проектирование пространственных передаточных механизмов

В этой главе рассмотрено проектирование ряда пространственных передаточных механизмов, исследованных в гл III и IV.

Рассматривается в общем виде условие существования кривошипа. Для некоторых простейших трех-, четырех- и пятизвенных пространственных механизмов установлены простые соотношения между постоянными параметрами механизма, необходимые для существования кривошипа. Рассмотрен также вопрос об определении угла давления в механизмах.

В работе сделана попытка применить «кинематический метод», разработанный в теории зубчатых зацеплений, для проектирования коноидных механизмов.

Проектирование большинства механизмов разбивается на два этапа: а) предварительное определение параметров механизма по методу интерполирования; б) последующее улучшение параметров механизма методом безградиентного спуска.

При вычислении параметров по соответствующим положениям ведущего и ведомого звеньев в большинстве случаев достаточно использовать одно уравнение непосредственной связи между входным и выходным параметрами. Однако для большинства пространственных пятизвенных механизмов в основную зависимость между входным и выходным параметрами входит промежуточный переменный параметр. При проектировании таких механизмов необходимо вводить в рассмотрение вспомогательную зависимость между промежуточным переменным и одним из заданных переменных параметров.

Основная связь между входным и выходным параметрами имеет вид:

$$v_0 + a_0^i + a_1^i v_1 + a_2^i v_2 + \ldots + a_{k-1}^i v_{k-1} = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1),$$

где $a_0^i, a_1^i, \ldots, a_{k-1}^i$ — функции переменных параметров, не содержащие определяемых постоянных параметров механизма;

$v_0, v_1, \ldots, v_{k-1}$ — величины, зависящие от определяемых постоянных параметров.

Если $k > n$, то, рассматривая $(k-n)$ неизвестных свободными, можно выразить все остальные неизвестные в виде:

$$v_m = A_m + B_m v_{n+1} + C_m v_{n+2} + \ldots \quad (m = 1, 2, \ldots, n),$$

где $A_m, B_m, C_m, \ldots$ — постоянные величины.

При этом, используя дополнительные соотношения между некоторыми неизвестными величинами, можно для дальнейшего решения задачи использовать одно или несколько уравнений высшей степени.

В работе уделяется значительное внимание вычислению максимально возможного числа параметров механизма, что имеет значение в методическом отношении. Полученные при этом результаты приведены в следующей таблице.

1. Для пространственных трехзвенных механизмов с высшими парами:

Структурные элементы высшей пары механизма	Максимально возможное число искомых параметров механизма
Цилиндр — точка	3
Прямая — прямая, шар — полый цилиндр	4
Плоскость — шар, плоскость — точка	7
Шар — точка	8 (полное)

2. Для пространственных четырехзвенных механизмов с низшими парами:

Название механизма	Максимально возможное число искомых параметров механизма
Кривошипно-кулисный механизм с обычной шаровой парой и шаровой парой с пальцем . .	4
Кривошипно-коромысловый механизм и кривошипно-шатунный механизм с обычной шаровой парой и шаровой парой с пальцем; кривошипно-шатунный механизм с двумя смежными шаровыми парами	6
Сферический механизм	6 (полное)
Кривошипно-шатунный механизм и кривошипно-кулисный механизм с одной шаровой парой .	7 (полное)
Кривошипно-коромысловый механизм с двумя смежными шаровыми парами	8 (полное)
Механизм с одной вращательной и тремя цилиндрическими парами	12 (полное)

3. Для пространственных пятизвенных механизмов с одной шаровой парой максимально возможное число искомых параметров механизма, вообще, не может быть больше пяти. Автору удалось вычислить полное число параметров лишь для одного частного вида кривошипно-коромысловых механизмов с шаровой парой, занимающей несимметричное положение в механизме; полное число параметров, подлежащих определению, в этом механизме равно восьми.

В работе рассмотрены также способы вычисления параметров по заданным предельным положениям звеньев для: а) сферического четырехзвенного механизма, б) четырехзвенных кривошипно-кулисного и кривошипно-шатунного механизмов с одной шаровой парой и в) некоторых пятизвенных кривошипно-коромысловых и кривошипно-шатунных механизмов.

В главе приводятся числовые примеры расчета.

Глава VIII

Проектирование приближенных направляющих механизмов

Отыскание параметров направляющего механизма представляет собой весьма трудную задачу, и автору удалось непосредственно вычислить только ограниченное число параметров механизма.

При вычислении параметров соотношение между координатами точек заданной траектории и некоторыми переменными параметрами механизма установлено посредством матриц.

Из уравнений связи между параметрами механизма получается уравнение для проектирования направляющего механизма

$$v_0 + a_0^i + a_1^i v_1 + \ldots + a_{k-1}^i v_{k-1} = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1),$$

где $a_0^i, a_1^i, \ldots, a_{k-1}^i$ — функции координат точек заданной траектории, не содержащие искомых параметров механизма;

$v_0, v_1, \ldots, v_{k-1}$ — линейно-независимые величины, являющиеся функциями искомых постоянных параметров.

При вычислении величин $v_0, v_1, \ldots, v_{k-1}$ вместо метода интерполирования предлагается использовать метод наименьших квадратов.

Для пространственного трехзвенного механизма с одной цилиндрической и двумя смежными шаровыми парами, если заданная траектория — цилиндрическая, число вычисляемых параметров механизма можно довести до шести.

Для сферического четырехзвенного механизма (заданная траектория сферическая) число вычисляемых параметров равно двум.

Для четырехзвенного кривошипно-шатунного механизма с одной шаровой, одной цилиндрической и двумя вращательными парами, считая заданной шатунную кривую, можно вычислить три параметра механизма.

Для пространственного пятизвенного кривошипно-коромыслового механизма с шаровой парой, занимающей симметричное положение в механизме, максимально возможное число параметров, вычисляемое по сложной пространственной шатунной кривой, равно семи.

Для плоского шарнирного четырехзвенника по заданной плоской траектории можно вычислить пять параметров механизма. Если же в таком механизме задано движение чертящей точки, возможно вычислить все десять параметров механизма.

В данной главе также приведен числовой пример расчета.

Автором диссертации опубликованы следующие работы:

1. Кинематический анализ механизмов с низшими парами методом матриц, Изв. вузов СССР, «Машиностроение», № 2, 1961.

2. Кинематический анализ четырехзвенных механизмов с шаровыми парами методом матриц, Изв. вузов СССР, «Машиностроение», № 1, 1961.

3. Кинематический анализ пространственных пятизвенных механизмов методом матриц, Изв. вузов СССР, «Машиностроение», № 2, 1962.

М 02352. ЛПИ. Зак. 346—150. 28-IV-62 г.