中國科學技術典籍通彙

任繼愈 主編

河南教育出版社

中國科學技術典籍通彙

數學卷 三

郭書春 主編

河南教育出版社

中國科學技術典籍通彙　數學卷

主　編　郭書春

副主編　王渝生　韓　琦

編　委（以姓氏筆劃爲序）

王渝生　孔國平　李小娟　何紹庚　郭書春

趙澄秋　韓　琦

數理精蘊

中國科學技術典籍通彙　數學卷（第三分册）

目錄

數理精蘊提要

韓琦

《數理精蘊》(一七二三年刊行)是清康熙年間編譯的數學百科全書,因冠以御製的名義,故對清代數學產生了深遠的影響,乾嘉時期數學研究高潮的興起、十九世紀清代數學家成就的取得都與《數理精蘊》密切相關,它在中國數學史上佔有十分重要的地位。

明末耶穌會士來華,傳入了西方的數學知識,大多見於徐光啓等人編譯的《崇禎曆書》、李之藻編輯的《天學初函》中,包括《幾何原本》、《同文算指》、《測量全義》、《大測》、《比例規》等書。這些數學著作主要介紹古希臘歐幾里得、阿基米德的學説,西方的筆算數學以及新的計算工具。由於這些書編成不久明朝就告滅亡,因此,除了《幾何原本》及筆算數學曾引起明末一些數學家的研究之外,總的來説影響不大。入清之後,梅文鼎曾研究過這些算書,但他的著作大部分在康熙末年刊刻,加之《崇禎曆書》(《新法曆書》)不易得見,因此康熙年間編譯《數理精蘊》是非常必要的。

康熙時代,西方微積分學得到了很大的發展,數學計算方法也有較大改進,這與明末西方數學的背景已有很大不同。因此,康熙朝傳入新的計算方法、新的計算用表便成爲可能。從實用及天文計算考慮,新的數學方法、新的計算用表的引入也是必要的。康熙帝幼年時,經歷了中西曆法之爭,受到很大觸動,這是他後來愛好西方科學並編纂《數理精蘊》的重要原因。康熙帝年輕時,主要由比利時耶穌會士南懷仁(F. Verbiest, 1623—1688)傳西方科學。一六八五年,比利時耶穌會士安多(A. Thomas, 1644—1709)應召入京,亦向康熙帝進講。一六八八年二月七日,當法國耶穌會士洪若翰(J. de Fontaney, 1643—1710)、白晉(J. Bouvet, 1656—1730)、張誠(J. F. Gerbillon, 1654—1707)到達北京後,康熙帝學習西方科學的熱情更濃。十七世紀末擔任康熙帝御用宮廷教師的有白晉、張誠、徐日昇(T. Pereire, 1645—1708)、安多等人。據《張誠日記》記載,法國耶穌會士向康熙帝進講數學始於一六九〇年初(張誠著、陳霞飛譯:《張誠日記》,商務印書館,一九七三年,第六十二頁。)、黄伯禄《正教奉褒》也曾記載康熙二十八年十二月二十日康熙帝命耶穌會士講授西學之事(黄伯禄:《正教奉褒》下册,光緒三十年上海慈母堂第三次排印本,第一〇六至一〇七頁)。一六九〇年初,張誠、白晉用滿語進講歐幾里得幾何學,用的教本是法國耶穌會士巴蒂(Pardies)的數學著作(Elemeus de

Geometrie)，現存滿文本《幾何原本》當即依據此書(參見劉鈍：〈《數理精蘊》中《幾何原本》的底本問題〉，《中國科技史料》，一九九一年第十二卷第三期)。除張誠日記外，巴黎國立圖書館還保存有白晉一六八八至一六九一年間的日記，也記述了向康熙進講科學的一些細節(關於白晉，參見Claudia von Collani:P.Joachim Bouvet S.J. Sein Leben und Sein Werk. 1985)，日記曾提到安多在宮廷編中文的正弦、正切及對數表，並指導康熙用對數進行運算，還向康熙帝講授代數和開立方的方法。一六九六年安多還用滿文編寫過一部三卷本的代數學著作(Mme Yves de thomaz de Bossierre:Un Belge mandarin a la conr de Chine aux XVIIe et XVIIIe siecles, Antoine Thomas 1644—1709, Paris, 1977, p.57, p.164)

一六九七年，白晉受康熙帝委派，回法國物色精通科學的人才，杜德美(P. Jartonx, 1668—1720)等人都是隨後而來的，他們倆人到北京後，都曾作爲康熙帝的數學教師而出入宮廷，或隨侍左右。除康熙帝外，他們也曾教授康熙帝之三子允祉、十三子允祥等數學知識。除上述法國耶穌會士外，在欽天監任監的德國耶穌會士紀里安(K. Stumpf, 165—1720)、戴進賢(I. Kogler, 1680—1746)及奧地利耶穌會士嚴嘉樂(K. Slavicek, 1678—1735)都曾參與過有關天文、數學著作的編譯。由於耶穌會士具有較高的科學修養，如安多、洪若翰、傅聖澤、戴進賢等四人在來華前已是大學的教授(韓琦：《康熙時代傳入的西方數學及其對中國數學的影響》，中國科學院自然科學史研究所博士論文，北京，一九九一年)，因此他們能順利應答康熙的提問。

《數理精蘊》從整體上說是一部西方數學著作的編譯作品，耶穌會士所起的作用是不可否認的。但康熙帝、清代官員及其下屬的作用也是非常重要的。在《律曆淵源》(包括《數理精蘊》、《曆象考成》、《律呂正義》)的編纂過程中，由皇三子誠親王允祉主持其事。一七一二至一七一三年間，康熙帝命在暢春園蒙養齋開館編修律呂算法諸書，這是一個臨時性的修書機構，即「奉旨特開之館」，事後即行裁撤。康熙帝諭和碩誠親王允祉曰：「律呂算法諸書，應行修輯，今將朕所製律呂算法之書發下，爾率領庶吉士何國宗等於行宮內立館修輯。」(章授：《康熙政要》卷十八)。在此之前，曾在全國徵訪精通曆算、音樂及其他有特長的人才，許多著名學者，如陳夢雷、方苞，都被吸收進館，江南武進縣楊文言，因「頗通才學，兼通天文」(《掌故叢編》第三輯)被允祉召到北京。康熙四十五年(一七〇六)「李光地薦蘇州府學教授陳厚耀通天文算法，引見致內閣中書，聖祖試以算法。…聖祖命入值內廷，授編修，與梅瑴成同修書(章授：《康熙政要》卷十八)。一七一二年，梅瑴成受徵編《律曆淵源》(《梅氏叢書輯要》卷六十二)，明安圖當時也應參預此事，受徵的人聚集在暢春園。

據西方文獻記載，當時應召在蒙養齋編書的人數在百人以上。從傳教士的記載中可看出，在《數理精蘊》編纂時，亦即大地測量期間，傳教士經常出入暢春園，受康熙帝召見，並回答康熙帝的各種問題，因此，當時在蒙養齋的梅瑴成、明安圖受杜德美、嚴嘉樂等人的指導，應是非常方便的。參加編纂《數理精蘊》的還有王蘭生，康熙五十二年，參預修纂事（諸可寶：《疇人傳三編》王蘭生傳）。

以一六八九年底康熙帝學習《幾何原本》爲開端，至一七二三年《數理精蘊》刊成，其間編譯的書有：

（一）《幾何原本》、《算法原本》：從一六九〇年起，張誠向康熙帝進講，而據《文貞公年譜》：「癸未（一七〇三年）二月公蒙賜《幾何原本》、《算法原本》二書」，故成書時間應在一七〇三年之前。

（二）《算法纂要總綱》：約成書於十七世紀九十年代至一七一〇年前。

（三）《借根方算法節要》：引用了（一）、（二），而康熙帝學習借根方約在一七一一年前。

（四）《阿爾熱巴拉新法》：約成書於一七〇九年，傅聖澤撰。

（五）《測量高遠儀器用法》：成書時間應在大地測量期間。

此外還有《勾股相求之法》、《八綫表根》、《比例規解》、《對數表》、《度數表》、《數表精詳》等書。這些書是《數理精蘊》取材的基礎。但這些書并没有全部收入《數理精蘊》，如《阿爾熱巴拉新法》就没有被採用。

《數理精蘊》上編五卷「立綱明體」，下編四十卷「分條致用」，還有表四種八卷，共五十三卷，此次影印，表没有收入。上編卷二至卷四爲《幾何原本》，卷五爲《算法原本》。下編共分首部、綫部、面部、體部、末部。首部主要介紹度量衡、命位及乘除、通分、約分法則，末部爲借根方比例、對數比例、比例規解。綫部爲比例、方程；面部則包括開平方、勾股三角形、割圓、平面形等屬於代數二次方程及平面幾何等問題；體部主要是開立方、各種立體及互容，屬於代數三次方程及立體幾何問題。下面介紹《數理精蘊》傳入的新的西方數學內容。

（一）關於《幾何原本》與底本之關係

《數理精蘊》本《幾何原本》是依據清宮中所藏的滿文、漢文本《幾何原本》稍作改動而成的（李兆華：「關於《數理精蘊》的若干問題」，《內蒙古師大學報》（自然科學版），一九八三年第二期），而滿文、漢文本是根據法國耶穌會士巴蒂的著作（Elemens de Geometrie）翻譯、增删而成的（參見前引劉鈍、韓琦文）。《數理精蘊》本《幾何原本》分爲十一章，它與巴蒂書的對應關係如下表：

巴蒂的這部書一六七一年在巴黎出版后，五十年內曾被多次翻印，有十余種版本，並被譯成英文、拉丁文、荷蘭文出版(C.C. Gillispie: Dictionary of Scientific Biography. V. 10 pp.314—315)，直至一七四九年，還被印刷出版，在歐洲有一定的影響。在問世的當年，英國皇家學會的《哲學滙刊》就有一篇書評介紹(Philosophical Transactions. 1671.v.6, pp.3064—3066.)，據書評和巴蒂自序可知，關於不可度量這節內容是作者的重點之一，又關於對數的原理，即對數與雙曲綫下面積的關係，是他自己的研究成果(這部分內容曾引起萊布尼兹的興趣，見G.W. Leibnitz: Mathematischer Naturwissenschaftlicher und Technischer Briefwechsel. v.1 (1672—1676). 1976. p.43, 53—54.)，但這兩部分內容，耶穌會士没有譯出(巴蒂書第七、八卷爲不可度量、級數、對數)。而《幾何原本》十係編者所加，爲巴蒂書原書所無。

幾何原本	巴蒂書	數理精蘊(上編)
一	卷一	卷二
二	卷二	
三	卷三	
四	卷四	
五	卷五	
六	卷六	卷三
七		
八		
九		
十		
十一	卷九	卷四
十二		

(二)關於《算法原本》

《數理精蘊》卷五的《算法原本》是根據稿本《算法原本》删節而成的。據研究，稿本《算法原本》共分七十五項，較完整地介紹了整數論，實際上包括了歐幾里得《幾何原本》第七卷的全部內容(韓琦：《康熙時代傳入的西方數學及其對中國數學的影響》)。而《數理精蘊》本《算法原本》只分二卷六十項，除保留歐幾里得算法、求最大公因數、最小公倍數的一些實用方法外，其餘的數論內容已被删去，這大概是《數理精蘊》的編者覺得這部分內容没有實用價值所致。

(三)借根方、牛頓—拉弗森(Newton-Raphson)叠代法與方程近似解法

《數理精蘊》下編卷三十一至三十六《借根方比例》，是根據《借根方算法節要》改編的，這是西方代數學的最早譯述，對清代數學產生了深遠的影響。

《借根方比例》「定位法」、「乘法」、「除法」諸項，論述多項式的加減乘除法則，又引入了**加號、減號、等號、移項的概**

念，這是新引入的數學知識。卷三十三爲帶縱立方的解法。帶縱平方共分十二種，帶縱立方共分九種，分別討論其解法，最後列舉了三乘、四乘、五乘（即四、五、六次方程）的解法。

《數理精蘊》下編《借根方比例》中的「開諸乘方法」（卷三十二）、「帶縱立方、三乘方、四乘方、五乘方」（卷三十三）是用西方的代數方法求高次方程的解，實際上已把牛頓—拉弗森叠代法介紹到中國（錢寶琮：《中國數學史》）。

《數理精蘊》下編卷十六「新增按分作相連比例四率法」，這是爲求內容十八邊形之一邊所設的一種計算法。設 $r,x,x^2/r,x^3/r^2$ 爲相連比例四率，已知 $r=10^5, r+x^3/r^2=3x$ 求 x 這相當於求三次方程的解。卷十六所用的是一種近似解法，與《借根方比例》所介紹的叠代法不同（韓琦：《康熙時代傳入的西方數學及其對中國數學的影響》），在求內容十四邊形的一邊時（卷十六）也運用了同樣的方法。

（四）立體幾何知識：卡瓦列利公理與橢圓旋轉體求積

明末傳入的數學書涉及立體幾何內容的有《圜容較義》、《測量全義》。前者是一部比較圖形關係的幾何學，其中包括錐體與棱柱體之間、正多面體之間、渾圓與正多面體之間的關係；後者介紹了阿基米德《圓書》及《圓球圓柱書》中的求橢圓旋轉體體積、球體積的知識，第六卷包括歐幾里得《幾何原本》的部分立體幾何知識，包括四、六、八、十二、二十面體的體積計算公式。《比例規解》也有正多面體的知識，來自歐幾里得《幾何原本》第十三卷，這些內容中正多面體曾引起梅文鼎的研究。

《數理精蘊》介紹的立體幾何知識主要集中於上編卷二、三（《幾何原本》五、十）及下編卷二十五至二十九（體部三至七）。

前已說明，《幾何原本》五譯自巴蒂書第五卷，需要指出的是巴蒂書第五卷插圖不多，《幾何原本》五的插圖都是編譯者所加的。讀者通過圖形即能很快理解書的本意，其中第二十二實際上相當於「卡瓦利列公理」（見I.G. Pardies: Elemens de Geometrie, 1678. Livre Cinquieme. Des Solides 第三十一條），另外還介紹了關於「厚角」（l'angle solide）的知識，這些都是歐幾里得《幾何原本》沒有涉及的。

《幾何原本》十巴蒂書未載，因成書在一六九〇年左右，很可能是傳教士寫成的。它包括了阿基米德著作未曾討論的橢圓求積問題。從當時情況看，編《數理精蘊》時《九章算術》尚沒有發現，故清初數學家不會知道「祖暅公理」，而巴蒂著作曾多次強調了「卡瓦列利公理」，因此傳教士把它用於求橢圓旋轉體體積是很自然的。另外，從故宮博物院所藏

《幾何原本》(七卷本)看,卷次編排都是按照巴蒂原著,編入《數理精蘊》時則作了調整,説明七卷本《幾何原本》很可能是耶穌會士的譯作。

橢圓體體積求法與《測量全義》「量橢圓體之容」方法完全不同,《數理精蘊》運用了「卡瓦列利公理」求解。上編卷三《幾何原本》八(第十二)先討論了橢圓面積,這部分內容巴蒂原本未載,也是譯者所加的。它的方法是利用橢圓與大輔圓的關係:「凡圓面徑與橢圓面高度等者,其面積互相爲比例,即同於函兩形各作切方形互相爲比之比例,又同於圓形徑,與橢圓形小徑互相爲比之比例也。」《幾何原本》十(第十二)用「卡瓦列利公理」證明了橢圓旋轉體的體積。「凡橢圓大徑與圓球體徑相等者,其二體積之比例,即同於橢圓體小徑所作方面與圓球體所作方面之比例也。」譯者的思路是:因橢圓體長軸與球體積直徑相同,體積之比即等於任意截面積之比(即橢圓體截面積與球截面積之比),這與「卡瓦列利公理」是一致的。

《數理精蘊》下編二十五至二十九也論述立體的體積計算,卷二十五論述直綫體,卷二十六爲曲綫體,卷二十七爲等面體,給出了正四、八、十二、二十面體公式。在下編卷二十五「各體形總論」,也曾列出了已知邊長,求上述體積的近似公式,比梅文鼎《幾何補編》的計算精度要高,這些近似公式應是新傳入或新計算的(《梅氏叢書輯要》內《幾何補編》,梅瑴成曾録入內廷所藏抄本)。卷二十八爲球內接等面體、球外切各等面體。梅文鼎《幾何補編》已給出了各種關係,但《數理精蘊》精度比梅文鼎的高,又體例差異大。卷二十九爲各等面體互容、更體形。各等面體互容包括:正方體內接正四、八、十二、二十面體;正四面體內接正方體、正八、十二、二十面體;正八面體內接正方體、正四、十二、二十面體;正十二面體內接正方體、正四、八、二十面體;正二十面體內接正方體、正四、八、十二面體。比較《數理精蘊》與《幾何補編》可知,前者在等面體互容方面比後者全面得多,且圖解清晰,是《幾何補編》所不能及的。又梅瑴成在《幾何補編》末所録內廷秘本,已給出了更精確的互容關係,因此《數理精蘊》所介紹的內容并非源自梅文鼎的著作。

與明末介紹的內容相比,《數理精蘊》的立體幾何更接近於現代的教科書,這些內容應是西方十六、十七世紀的成果。明末傳入的數學中,徐光啓、利瑪竇只譯了《幾何原本》前六卷,未涉及立體幾何,「而《圓容較義》、《測量法義》諸書,其引幾何頗有出六卷外者,學者因以不見全書爲憾。」(曾國藩《幾何原本》序)這不足的立體幾何部分,《數理精蘊》已基本補全。

(五)巴理知斯對數造表法與弗拉克(Vlacq)類型對數表

《數理精蘊》下編卷三十八爲「對數比例」，首次介紹常用對數造表法，據研究，出自英國數學家H.Briggs首創的方法(韓琦：「《數理精蘊》對數造表法與戴煦的二項展開式研究」，《自然科學史研究》第十一卷第二期，一九九二年)。

「對數比例」卷首云：「對數比例乃西士若德納白爾所作，以假數和真數列成表，故名對數表。又有恩利格巴理知斯者復加增修，行之數十年始至中國。」巴理知斯即爲Briggs。

巴理知斯首先採用了以十爲底的常用對數，并製成一到二萬、九到十萬的常用對數表，在其所著Arithmetica Logarithmica(1624)一書中闡述了對數的造表法，這些方法大多譯入《數理精蘊》中。「對數比例」分「明對數之原」、「明對數之綱」、「明對數之目」三部分，前兩部分介紹對數的原理，後者則爲對數造表法，這是巴理知斯的獨創。

「明對數之目」介紹三種對數造表法：

一、中比例法：已知a、b，其幾何中項爲N，則：$\log N=(\log a+\log b)/2$.

二、遞次自乘法：設N^k很大，其位數爲(m+1)，它的對數的整數部分爲m，故：$\log N^k\approx m,\log N\approx m/k$.

三、遞次開方法：「遞次開方求假數法之三」介紹了巴理知斯的主要想法，對任何數 $a>1$, $a^{2^{-n}}\to 1$. 他并列出十的開方，實際上已經知道：若 $a=1+x\ (x\ll 1)$，那麼：$a^{\frac{1}{2}}\approx 1+x/2$, 他非常有效地利用了這個關係，並用來求對數表，「對數比例」的敍述是：「因真數開方，假數折半，其相比之分數不同。若開方至於數十次，則開方之數，即與折半之數相同。故假數即可用真數比例而得」。他計算了 $10^{2^{-n}}\ (n=1,2,\cdots,54)$ 對於n接近54時：

$$\log_{10}10^{2^{-n}}=\log_{10}(1+x_n)\approx m\cdot x_n \qquad (\text{m爲對數根})$$

爲構成對數表，僅需先求出素數的對數值。若p是素數，則對某個n，有

$$P^{2^{-n}}=1+x(x\approx 10^{-16})$$

故有

$$\log_{10}P=2^n\log_{10}(1+x)=2^n m\cdot x_n$$

《數理精蘊》對這部分內容作了敍述。值得注意的是「遞次開方求假數法之六」，用差分法介紹了開平方簡法，這部分內容後來在戴煦的《對數簡法》中有更簡潔的表述。應該指出的是，《數理精蘊》介紹的巴理知斯造表法，是譯自一六二八年弗拉克的著作，而弗拉克著作中關於對數造表法的部分是根據巴理知斯的著作稍作刪節而成的(韓琦：「《數理

精蘊》對數造表法與戴煦的二項展開式研究」)。

《數理精蘊》中的常用對數表是根據弗拉克一六二八年表的修正本抄録的，而並非弗拉克原本(見韓琦上文)。

《數理精蘊》還介紹了割圓連比例率方法，爲明安圖、董祐誠等人關於三角函數級數展開式的研究提供了方法的指導。

除了上述數學內容外，《數理精蘊》還介紹了比例規，與明末意大利耶穌會士羅雅谷的《比例規解》大體相同。假數尺是新傳入的內容。

《數理精蘊》的特點大致有二：一爲「析理以辭，解體用圖」(借用《九章算術》劉徽注的詞語)；二爲數學內容採用綫面體分類。我國傳統數學的重要特點是採用圖解的方式説明數學問題，如對立體幾何的解釋，開平方、開立方的幾何圖示，等等。《數理精蘊》也承襲了這個傳統，如上編《幾何原本》譯自巴蒂原著，但增加了許多圖示，如《幾何原本》五第二十二譯自巴蒂書第五卷第三十一，即相當於「卡瓦列利公理」，原本無圖，而《數理精蘊》增加了圖示，使讀者一目了然。此外，還以圖示説明方程的解法，如下編卷十六「新增按分作相連比例四率法」採用圖來説明三次方程的解法。卷二十三體部立方、卷二十四「帶縱較數立方」均用圖示説明。卷三十一「借根方比例」(乘法)，還用圖解釋多項式乘法的幾何意義，這是別具特色的。

《數理精蘊》對清代數學的發展産生了很大的影響。《數理精蘊》借根方比例、對數造表法等數學知識，大多是康熙之前傳入的西方數學中所缺乏的；「六宗三要二簡法」(卷十六)也介紹了一些新的數學方法(如連比例率)，這些新的西方數學內容，是清代中晚期數學家取得許多成果的方法之源。

在宋元數學重新發現之前，借根方的許多優點已爲人所熟知，清代數學家大都樂於使用借根方的表達形式，如明安圖以借根方法和連比例率解釋了「杜氏九術」，董祐誠也以借根方演算。汪萊考查方程有幾正根之法，大致根據借根方的開帶縱平立方法，而參以己見，且所記概用借根方術語(《錢寶琮科學史論文選集》，科學出版社)。戴震在《四庫全書總目提要》中亦稱「歐邏巴之借根方，至爲巧妙。」乾嘉時期數學家比較推崇借根方，汪萊曾談到他當時的情形：大約十之八九的數學家都是從研究借根方入手，來研習算學的，可見借根方影響之大。

中國傳統數學沒有明確的等式、移項概念，宋元數學雖然運用了多項式的乘法法則，但沒有涉及多項式長除法，而借根方則明確敘述了這些基本概念和法則。明安圖《割圓密率捷法》最早利用借根方方法，連比例率及幾何關係對無窮

級數實行加減乘除的運算，且表達式也採用「借根方比例」的方法，他還熟練使用了借根方中的「定位法」，即指數的運算法則。汪萊早年也是從學習《數理精蘊》入手的，他根據常數項與各項係數的正負，判別根的可知與不可知（即正根是否唯一），這是他的獨創。至於他爲什麼會考慮到三次方程正根的個數這個問題，以往的數學史著作都没有解釋，實際上，汪萊的想法是從《數理精蘊》卷三十三「帶縱立方」引出的。在介紹具體的解法以前，《數理精蘊》的編者比較了傳統數學與借根方解三次方程的差異，實質上指出了三次方程的解有多個的可能性，有的解不能組成「立方體」、「扁方體」形，「不可知」即指此意，汪萊「可知不可知」借用了《數理精蘊》的詞滙。他在方程式的表達上也採用了借根方的形式，使他能利用西方數學來思考方程正根的唯一性問題。

借根方與宋元數學的復興亦有密切關係。梅瑴成《赤水遺珍》「天元一即借根方解」首先指出天元術與借根方的關係，爲「西學中源」説提供了有力「證據」。這一看法又得到阮元等人的發揮。由此出發，在宋元數學著作發現後，一些數學家比較了借根方與天元術的同異（韓琦：《康熙時代傳入的西方數學及其對中國數學的影響》）。從借根方入手學習天元術，通過比較發現天元術的優點，增強了清代數學家的民族自豪感，宋元數學的復興與此有很大關係。

《數理精蘊》卷十六「六宗三要二簡法」中的連比例率法，直接影響了清代的無窮級數研究。明安圖的創造性貢獻即在於把連比例方法用於割圓計算，並首創級數回求法。汪萊在接觸明安圖的著作前，有全弧通弦求五分之一弧通弦術，也是根據卷十六「有本弧之正弦，求其三分之一弧之正弦」一術。董佑誠在《割圓連比例術圖解》自序中認爲「杜氏九術」立法之原「蓋即圓容十八觚之術」，清代數學家在無窮級數方面所取得的成就，與《數理精蘊》關係極爲密切。

此外，由《數理精蘊》所介紹的巴理知斯對數造表法所引出的戴煦、顧觀光、徐有壬、李善蘭等人有關對數的研究，則是清代數學中最有成績的。巴理知斯造表法還導致戴煦發現了二項展開式（開平方）的研究（韓琦：《數理精蘊》對數造表法與戴煦的二項展開式研究」）。《幾何原本》所介紹的體積理論，也曾被徐有壬所引用。《數理精蘊》下編卷十二有「定勾股弦無零數法」，即整數勾股形研究，也引起了乾嘉時代數學家的興趣，如乾隆時王元啓《勾股衍》九卷附録「答友問勾股書」，嘉慶時黎應南也曾有求勾股弦無零數捷法（羅士琳：《續疇人傳》卷五十李鋭傳）。道光時陳杰《算法大成》上編卷二「定勾股弦三數皆整法」，也都受到《數理精蘊》的啓發（《錢寶琮科學史論文選集》）。清代中晚期許多數學家的著作，如許桂林、羅士琳、何夢瑶、屈曾發、厲之鍔等都受到《數理精蘊》的影響。

鴉片戰争之後，西方數學再次傳入。與此同時，一些數學著作被屢次翻印，清末《數理精蘊》的版本就達十餘種（丁

福保：《四部總錄算法編》）。這一轉變時期的數學家，大多是先讀《數理精蘊》，後來纔轉入研習新傳入的西方近代數學的，從傳統數學向近代數學轉變，《數理精蘊》起到了承前啓後的作用。在採用西方符號代數之前，《數理精蘊》的「借根方比例」，在清末對西方數學理解曾起過作用，英國人偉烈亞力的《數學啓蒙》就借用了《數理精蘊》的術語（《數學啓蒙》偉烈亞力英文序）。

總之，康熙時代編譯的《數理精蘊》影響了整個有清一代數學的發展，是清代數學取得成就的基礎，而且它還傳入日本、朝鮮、越南，對漢文化圈的數學也曾起到一定的作用（韓琦：《中越歷史上天文學與數學的交流》，《中國科技史料》第十二卷第二期，一九九一年。金容雲編：《韓國科學技術史資料大系》數學篇）。

御製數理精蘊上編

御製數理精蘊上編卷一

數理本原

粤稽上古河出圖洛出書八卦是生九疇是敘數學亦於是乎肇焉蓋圖書應天地之瑞因聖人而始出數學窮萬物之理自聖人而得明也昔黄帝命隸首作算九章之義已啓堯命羲和治曆敬授人時而歳功以成周官以六藝教士數居其一周髀商高之說可考也秦漢而後代不乏人如洛下閎張衡劉焯祖中之之徒各有著述唐宋設明經算學科其書頒在學宫令博士弟子肄習是知算數之學實格物致知

之要務也故論其數設爲幾何之分而立相求之法加減乘除凡多寡輕重貴賤盈朒無遺數也論其理設爲幾何之形而明所以立算之故比例分合凡方圓大小遠近高深無遺理也溯其本原加減實出於河圖乘除殆出於洛書一奇一偶對待相資遞加遞減而繁衍不窮焉奇偶各分縱横相配互乘互除而變通不滯焉徵其實用測天地之高深審日月之交會察四時之節候較晝夜之短長以至協律度同量衡通食貨便營作皆賴之以爲統紀焉今匯集成編以類相從提點線面體以爲綱分和較順逆以爲目法無論巨細惟擇其善者由淺以及深執簡以御繁使理與數協務有裨於天下國家以傳於億萬世云爾