

基本物理常数的平差

〔美〕 E. R. Cohen, B. N. Taylor 等著

中国计量科学研究院

一 九 七 五

符号和单位汇总表¹

a_e	自由电子的磁矩反常 $a_e = \frac{1}{2}(g_e - 2)$
a_p	自由质子的磁矩反常 $a_p = \mu_p/\mu_N$
a_μ	自由 μ 介子的磁矩反常 $a_\mu = \frac{1}{2}(g_\mu - 2)$
A	绝对安培: 安培是一恒定电流强度, 若它保持在处于真空中相距1米的二无限长而圆截面可忽略的平行直导线内, 则此二导线间每米长度上产生的力等于 2×10^{-7} 牛顿。
Å	埃 (10^{-10} 米)
A [*]	埃里号, 用 $\lambda(\text{Wk}\alpha_1) = 0.2090100 \text{ Å}^*$ 定义的 X 射线单位
λ_{BIPM}	在1969年1月1日时 BIPM 复现的安培: $\lambda_{\text{BIPM}} = V_{\text{BIPM}}/\Omega_{\text{BIPM}}$
BIPM	国际计量局*
c	真空中光速
g	重力加速度
e	电子电荷
ETL	日本电子技术研究所
F	法拉第常数: $N_A e$
g_e	自由电子的 g 因子: $g_e = 2\mu_e/\mu_B$
g_p	自由质子的 g 因子 (用玻尔磁子表示的): $g_p = 2\mu_p/\mu_B$
$g_1(\text{H})$	处于基态氢的电子的 g 因子
$g_p(\text{H})$	处于基态氢的质子的 g 因子
$g_p(\text{H}_2\text{O})$	水中质子的 g 因子 (球形样品)
g_μ	自由 μ 介子的 g 因子: $g_\mu = 2\mu_\mu/(\text{eh}/2m_\mu)$
g_μ'	自由 μ 介子的 g 因子 (以玻尔磁子表示的): $g_\mu' = 2\mu_\mu/\mu_B$
G	牛顿万有引力常数
h	普朗克常数
Hz	赫 (周/秒)
IGSN 71	1971 年国际重力标准化网
IMM	苏联门捷列夫计量研究院 (见 VNIIM)
k	玻尔兹曼常数: R/N_A
k_g	公斤: 公斤是质量单位; 它等于公斤的国际原器的质量。
kxu	千 X 单位, 定义为 $\lambda(\text{CuK}\alpha_1) = 1.537400 \text{ kxu}$
K	开尔文: 热力学温度单位开尔文是冰三相点的热力学温度的 $1/273.16$
K	比值 $\lambda_{\text{BIPM}}/\text{Å}$
KhGNIIM	苏联哈尔科夫国家计量科学研究院
m	米: 长度米等于氪-86原子的 $2p_{10}$ 和 $5d_5$ 能级之间跃迁的辐射在真空中波长的 1650763.73 倍。
mol	摩尔: 摩尔是一物质的物质的量, 该物质中所包含的单元粒子数与 0.012 公斤碳-12 的原子数目相等。

1. 基本单位的定义取自文献 [25.1]。

注意, 在本文中按照美国物理学会的惯例, 在符号 μ_B 、 μ_N 、 m_e 等中的下标是斜体化的。但是, 应该指出, ISO、ANSI 和一些其他组织的建议认为这些下标需以罗马字体形式出现。

* 过去曾译为国际权度局-译法。

- m_e 电子的静止质量
 M_e 电子的原子质量 (相对于 ^{12}C : $M_e = m_e/m_e$)
 m_p 质子的静止质量
 M_p 质子的原子质量 (相对于 ^{12}C : $M_p = m_p/m_e$)
 m_u 统一的原子质量常数: $m_u = m(^{12}\text{C})/12 = 1\text{u}$
 m_μ μ 介子的静止质量
 $\alpha(\text{a.u.})$ 10^{-5} 米/秒², 毫伽
 N_A 阿伏伽德罗常数
 NBS 美国国家标准局
 NPL 英国国家物理研究所
 NIST 澳大利亚国家标准研究所
 ppm 百万分之一
 PTB 联邦德国技术物理研究所
 r_i 最小二乘法平差中某个输入数据的残差
 R_B 伯奇 (Birge) 比
 R 克分子 t 气体常数: $P_0 V_m/T$ 。
 R_∞ 无限质量的里德伯常数: $\alpha^2/2\lambda_e$ 。
 RSS 平方和的平方根, 或称方和根
 S 秒: 秒是铯-133原子的基态二超精细能级之间跃迁辐射周期的 9192631770 倍的持续时间。
 SI 国际单位制, 基于米、秒、公斤、安培、开尔文、烛光 and 摩尔的单位制的正式名称。
 S 氢原子 ($nP_{1/2}$ - $nS_{1/2}$ 间隔) 的兰姆位移
 T 特斯拉 (1 特斯拉 $\triangleq 10^4$ 高斯)
 T_0 热力学温度标度的 0°C : $T_0 = 273.15\text{K}$
 u 原子质量单位 [统一标度, $1\text{u} = m(^{12}\text{C})/12 = 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot N_A^{-1}$]
 V_m 在标准温度和压力条件下理想气体的克分子体积
 V_{BIPM} 1969年1月1日定义的 BIPM 的保存伏特: $2e/h = 483594.000 \text{ GHz/V}_{\text{BIPM}}$
 VNIM 全苏计量科学研究院 (苏联门捷列夫研究院)
 WQED 不用量子电动力学理论
 α 精细结构常数: $[\mu_0 e^2/4\pi] (c^2/h_e)$
 α^{-1} 精细结构常数的倒数
 γ_p 自由质子的回转磁比
 γ_p' 水中 (球形样品) 的质子回转磁比
 $\gamma_p'(\text{弱})$ 由弱场方法得到的 γ_p'
 $\gamma_p'(\text{强})$ 由强场方法得到的 γ_p'
 λ_e 电子的康普顿波长: $h/m_e c$
 ΔE 氢原子 ($nP_{1/2}$ - $nP_{3/2}$ 间隔) 的精细结构分裂
 A 千X单位与埃之比
 A^* A^* 与埃之比
 μ_e 自由电子的磁矩
 μ_B 玻尔磁子: $eh/2m_e$ 。
 μ_N 核磁子: $eh/2m_p$

- μ_p 自由质子的磁矩
- μ_p' 水中(球形样品)的质子的磁矩
- μ_π 自由 π 介子的磁矩
- μ_0 真空磁导率($4\pi \times 10^{-7}$ 亨利·米 $^{-1}$)
- ν 最小二乘法平差中的自由度
- ν_{01} 原子氦 $2^3P_0-2^3P_1$ 间隔的精细结构
- ν_{Hfs} 氢中的基态超精细分裂
- ν_{Mhf} μ 介子素中的基态超精细分裂
- ν_{phfs} 电子偶素中的基态超精细分裂
- σ 斯梯芬—玻尔兹曼常数: $\pi^2 k^4/60\hbar^3 c$
- $\sigma(\text{H}_2\text{O})$ 水中(球形样品)质子的抗磁屏蔽修正
- χ^2 统计的“克黑平方”
- Ω_{169} 在1969年1月1日时 BIPM 复现的欧姆

译者序

«基本物理常数的平差»包括两篇文章:

(1) 1973年基本物理常数的最小二乘法平差。——E. R. Cohen, B. N. Taylor;

(2) 利用超导体中的宏观量子相位相干性测定 e/h : 对量子电动力学和基本物理常数的影响。——B. N. Taylor, W. H. Parker, D. N. Langenberg。

1969年,美国的 Taylor 等人,根据用交流约瑟夫森效应测定的 $2e/h$ 的新值,对整个基本物理常数作了一次新的平差。由于基本常数彼此之间构成一个内部自治的系统,一个常数的数值会影响到其他常数的数值。Taylor 等人对原始数据的由来、取舍、误差分析、平差以及常数数值对理论物理有关部分的影响作了非常详细的论述。这是本书的第二篇译文。

1969年后,由于用激光、约瑟夫森效应、核磁共振等技术测定常数的精度不断提高,达到了新的水平。基本物理常数的精密测量和平差,对于计量学,精密测量、理论物理、实验物理具有直接而深远的影响。近年来,受到国际科学技术界的普遍重视,曾为此项工作召开过多次国际会议。1973年,国际科学协会的科学数据委员会(简称 CODATA)根据基本常数测定的最新数值,组成了基本常数工作组,对基本常数进行了一次新的平差,具体数据处理和分析由 E. R. Cohen 和 B. N. Taylor 编纂发表,并经 CODATA 通过正式采用。这是本书的第一篇译文。

本书可供从事计量基准研究、物理常数测量、理论和实验物理及需要应用基本物理常数准确数值等有关同志参考。

原文中若干公式和符号有错误,已发现的均作了订正。由于我们水平所限,译文中如有错误,希广大读者批判指正。

译校中得到北京大学王竹溪同志的指导和帮助,谨致谢意。

译者

一九七五年二月

1973年基本物理常 数的最小二乘法平差

——E. Richard Cohen,

B. N. Taylor

沈乃徽、张振声、沈平子 译自

«J. Phys. Chem. Ref. Data» Vol. 2, № 4, 663—729 (1973)

这篇论文总结了1973年基本物理常数的最小二乘法平差，作者们是在科学与技术数据委员会 (CODATA) 基本常数工作组的主持下完成的。指出了所用输入数据和用最小二乘法作的详细分析两者的特点。论文还包括了导出的一组常数的最佳值^{*}，这是为了国际上的采用而由 CODATA 推荐的，将其中一部分数值与由以前最近一次平差所得到的那些值作了比较，也讨论了在基本常数领域需作进一步研究的问题所在。

^{*} 见本文63—65页的表33.1至表33.3。

目 录

符号和单位汇总表

I. 引言	1
II. 数据评论	1
A. 比较精密的数据	1
1. 交流约瑟夫森效应的 $2e/h$ 值	2
2. 电压保存单位和以 BIPM 单位表示的 $2e/h$ 值之差	3
3. 真空中光速 c	7
4. BIPM 保存欧姆与绝对欧姆之比	8
5. 重力加速度 g	10
6. 自由电子和自由 μ 介子的 g 因子 g_e 和 g_μ	10
7. 以玻尔磁子为单位的质子磁矩 μ_p/μ_B	11
8. 以玻尔磁子为单位的水中质子的磁矩 μ_p'/μ_B	11
9. 原子质量和质量比	12
10. 无限质量的里德伯常数 R_∞	14
11. 比较精密的数据的总结	16
B. 不够精密的 WQED 数据	16
12. BIPM 保存安培与绝对安培之比	16
13. 法拉第常数 F	17
14. 质子回转磁比 γ_p'	19
15. 以核磁子为单位的质子磁矩 μ_p'/μ_N	21
16. $k_X u$ 与埃之比 A	25
17. 由 X 射线测得的阿伏伽德罗常数 $N_A A^3$	27
18. 电子康普顿波长 $\lambda_c = h/m_e c$	28
C. 不够精密的 QED 数据	29
19. 电子和 μ 介子的反常磁矩 a_e 和 a_μ	29
20. 氢、 μ 介子素和正电子素基态超精细分裂: 理论	30
21. μ 介子磁矩与质子磁矩之比 μ_μ/μ_p 及 μ 介子质量与电子质量之比 m_μ/m_e	33
22. μ 介子素、氦和正电子素中的基态超精细分裂: 实验	34
23. 精细结构	38
D. 其他不够精密的量	42
24. 牛顿万有引力常数 G	42
25. 理想气体的克分子体积 V_m 和克分子气体常数 R	44
26. 斯梯芬-玻尔兹曼常数 σ	45
27. 不够精密的数据的总结	45
III. 随机输入数据的分析	47
A. WQED 数据	47
28. 同类数据间的不一致性	47
29. 不同类数据间的不一致性	48

B. QED 数据	53
30. QED 数据间的不一致性	53
C. 综合考虑 WQED 和 QED 数据	55
31. 总体数据的协调性	55
IV. 基本常数的推荐值	61
A. WQED 值	61
32. WQED 值和方差矩阵	62
B. 推荐值	62
33. 最终推荐值和方差矩阵	66
V. 结论	68
A. 目前平差的所有量和以前平差的比较	68
34. 选用常数值的变化	68
35. 目前存在的问题和今后的研究任务	70
VI. 参考文献	72
校稿时加注	80

目 录

- 一、1973年基本物理常数的最小二乘法平差1—86

E. R. Cohen, B. N. Taylor

沈乃澍、张振声、沈平子译自

《J. Phys. Chem. Ref. Data》 Vol. 2, No. 4, 663—729(1973)

- 二、利用超导体中的宏观量子相位相干性测定 e/h : 对量子电动力学和基本物理常数的影响87—232

B. N. Taylor, W. H. Parker, D. N. Langenberg

刘福绥、姜友陆、沈平子、沈乃澍、张振声译自

《Rev. Mod. Phys.》 Vol. 41, No. 3, 375—498(1969)

I. 引言

自从1969年由 Taylor, Parker, 和 Laugenberg[0.1]进行了基本物理常数的最小二乘法平差以及广泛的评论以来, 已经完成了很多新的实验和理论工作, 这就需要进行新的评论和推荐一组最佳值。在 CODATA 基本常数工作组的主持下³, 我们完成了这种评论和最小二乘法平差⁴。在这里, 我们又总结了所用输入数据及其分析的一些很重要的方面, 并给出了所得到的—组常数最佳值, 这是为了供国际上正式采用和应用而由 CODATA 推荐的。为了完整起见, 我们也包括了由输入数据导出的一组常数, 对它们的分析不需要量子电动力学的理论。

II. 数据评论

在本文的主要部分中, 我们详细评论了目前可能得到的与基本常数的最小二乘法平差有关的所有数据。评论分为三部分:

- A. 比较精密的数据
- B. 不够精密的 WQED 数据
- C. 不够精密的 QED 数据

这里, 和文献[0.1]中一样, WQED 表示“不用量子电动力学理论”。但是, 应该注意的是, 在 A 中所讨论的所有数据也分为这一类, 即在对它的分析中不必须采用量子电动力学理论。术语“比较精密”和“不够精密”除了仿照 Taylor 等人将数据分为 WQED 和 QED 两部分的习惯相同之外, 其确切含义还将在 A、B、和 C 各部分中进行论述。

A. 比较精密的数据

一般来说, 在常数的最小二乘法平差中输入数据可分为两类。第一类称为辅助常数, 它的不确定度很小, 以至可认为是精确的。第二类包含不够精密的或随机输入数据。后者是接受平差的量, 从中选出几个未知量或“平差常数”, 依据这些量实际进行最小二乘法计算。过去不确定度为零点几个 ppm* (10^{-7} 量级) 的量可放心地用作辅助常数, 而大多数随机数据的不确定度至少达几个 ppm。然而, 随着许多基本常数准确度的提高, 在辅助常数与随机输入数据之间的区别现在正在变小。因此, 作为目前的讨论, 我们把数据分为两类: “比较精密的数据”和“不够精密的数据”, 分界线约为 0.5ppm 的水平。然而“辅助常数”一词仍用于指可以假定为精确已知的量, 即它具有的不确定度和在同一方程中可能出现的其它量的不确定度相比较是可以忽略的。(可忽略意指它最低限度要比其它量所给定的不确定度小三倍, 大多数情况下要小到 5—10 倍之间)。同样, 术语“随机数据”仍用来指那些接受平差的量, 亦即指输入值和输出值一般是不同的那些量。

2. 方括号中的数字表示本文末尾的参考文献。

3. CODATA (科学与技术数据委员会) 是在国际科协委员会 (ICSU) 的管辖之下的。CODATA 基本常数工作组的成员是: E. R. Cohen (主席); R. D. Desautels; H. E. Duncworth; A. Hirschele; B. A. Mamvrin; B. N. Oleinik; H. Preston-Thomas; U. Stille; J. Terrien; 和 Y. Yamamoto。

4. 本文作者在1971年英格兰伯明翰的第四次国际原子质量和基本常数会议上输出了进度报告, 参见会议公报(文献[0.2])。

*ppm: 百万分之一的缩写。

应该注意, 在本文中所引的所有不确定度均意指相当 1 个标准偏差, 而所用符号, 我们对数值结果的处理以及其它一般分析方面都几乎与 Taylor 等人的论文[0.1]*相同。

1. 交流约瑟夫森效应的 $2e/h$ 值

有几个国家研究所目前按常规通过交流约瑟夫森效应, 以千万分之几或更高的准确度完成了 $2e/h$ 的测量。的确, 美国国家标准局 (NBS) 在 1972 年 7 月 1 日, 采用精确值 $2e/h = 483593.420 \text{ GHz/V}_{\text{NBS}}$ 来维持美国的法定或保存伏特 [1.1, 1.2]。表 1.1 汇总了目前的情况, 它部分取自 Eicke 和 Taylor [1.3] 的评论文章。(我们还包括了 1970 年 Finnegan 等人 [1.4] 在宾夕法尼亚大学及 Petley 和 Gallop [1.5] 在 NPL, Harvey 等

表 1.1. 用交流约瑟夫森效应* 的 $2e/h$ 测量一览表。(1971 和 1972 年的值是在 NBS 和参加的研究所间直接伏特传递系列期间得到的。)

研 究 所 ^b	$2e/h$ ($\text{GHz/V}_{\text{LAB}}$)	不 确 定 度 (ppm)	测量的大概时间	限定的测量 精确平均时间
1970年				
U. P. ^a (NBS 单位)	483593.718 (60)	0.12	2月—5月	1970. 33
NPL ^a	483594.2 (4)	0.8	6月	1970. 50
NSL ^a	483593.84 (5)	0.1	6月—7月	1970. 52
PTB ^a	483593.7 (2)	0.4	秋季	1970. 79
1971年				
NBS ^a	483593.539 (24)	0.05	6月—8月	1971. 57
NPL ^a	483594.15 (10)	0.2	6月	1971. 58
NSL ^a	483593.80 (5)	0.1	6月—7月	1971. 49
1972年				
NBS ^a	483593.444 (24)	0.05	4月	1972. 29
NPL ^a	483594.00 (10)	0.2	4月	1972. 28
NSL ^a	483593.733 (48)	0.1	3月—4月	1972. 25
PTB ^a	483593.606 (19)	0.04	5月	1972. 38

a. 文献 [1.3]. b NBS=美国国家标准局; NPL=英国国家物理研究所 NSL=澳大利亚国家标准研究所; PTB=联邦德国技术物理研究所。*文献 [1.4]. ^a文献 [1.5]. ^a文献 [1.6]. ^a文献 [1.7]. ^a文献 [1.8]. ^a文献 [1.9]. ^a文献 [1.10]. ^a文献 [1.11]. ^a文献 [1.12]. ^a文献 [1.13]. ^a文献 [1.14].

人[1.6]在 NSL 的测量结果。) 在表中及通篇文章中, V_{LAB} 意指在测量时由该研究所所保存的电压单位。所引的不确定度包含随机和系统两个分量, 它们是由实验者给出的。为了给比较 $2e/h$ 值提供一个可靠的基础, 在 NBS 和参加的研究所之间一系列直接传递期间得到了 1971 和 1972 年的结果。这些传递是在国际计量局 (BIPM) 的主持下实现的, 并利用能够包装的温度调节伏特运输标准。由这些直接传递而得到的伏特差值在下一节中给出。表 1.1 最后一栏给出了各种 $2e/h$ 测量的假定精确的平均时间。这将在最小二乘法分析中采用 (这也在下节中讨论), 在得到 $2e/h$ 和伏特的比对数据时, 各参加

的研究所的电压保存单位与此时间是有关的。

2. 电压保存单位和以 BIPM 为单位的 $2e/h$ 值之差

在1950年到1967年期间, 各国家研究所的电压和电阻的保存单位在 BIPM 每三年一次的国际比对的结果和中心日期, 汇总在文献 [0.1] 的表 I、II 和 III 中; 这里不再赘述。但是, 在表 2.1 中我们给出了 1970 年 BIPM 国际比对的结果 (中心日期: 1970 年 2 月 1 日); 还给出了为了使各国的电压 (和电阻) 的保存单位和国际单位制 (SI) 的绝对伏特 (和欧姆) 更符合而于 1969 年 1 月 1 日所作的变化 [2.1]。在表 2.2 中, 我们给出了在 BIPM 的主持下由 NBS 在 1971 和 1972 年期间完成的直接传递的结果 [1.3]; 而且, 为比较起见, 表 2.2 中也列出了由 $2e/h$ 测量值 (见表 1.1) 所得出的伏特差值。我们对每三年一次的国际比对的结果给定相同的不确定度带有一定的任意性 (即为 $0.14 \mu V$, 由具有温度调节的伏特运输标准所实现的很好的直接传递的给定不确定度也是如此)。总之, 数据是相当一致的。

根据表 1.1 的 $2e/h$ 数据和 NPL 的 Denton 所作的分析, 国际计量委员会 (CIPM) 的电学咨询委员会 (CCE) 第 13 次会议上 (1972 年 8 月举行), 作了一个决定 (E-72 号报告), 在以后的 CIPM 第 61 次会议上 (也在 1972 年 8 月举行) 批准, 并写入了 [2.4] 中:

“根据这些结果认为, 1969 年 1 月 1 日的 V_{89-BI} 在千万分之五之内等于在 483594.0 CHz 频率辐射下所产生的约瑟夫森结的电位阶跃”。

5. 有了表 2.2 中所给定的不确定度, 即使它们可能太小, 而不是太大, 但在文献 [1.3] 中指出的 $V_{BIPM} - V_{NBS}$ 在 1970 年 BIPM 国际比对结果时表现上的 $0.6 \mu V$ 之差也趋于消失。

表 2.1. 各国和 BIPM 所保存的电动势和电阻单位 1970 年 BIPM 国际比对的结果 (中心日期: 1970 年 2 月 1 日), 以及 1969 年 1 月 1 日各国电动势和电阻的保存单位所作的变化* ($X_{LAB} = X_{BIPM} + \Delta \mu X$, 和 $X_{LAB} (1/1/69 \text{以后}) = X_{LAB} (1/1/69 \text{以前}) - \Delta \mu X$, 这里 $X = V$ 或 Ω)

研 究 所	国 别	1970 年 BIPM 比 对		1969 年 1 月 1 日的变化是	
		$\Delta \mu V$	$\Delta \mu \Omega$	$\Delta \mu V$	$\Delta \mu \Omega$
DAMW	东 德	2.49	0.10	0	0
PTB ^b	西 德	0.26	0.33	-10.4	-5.1
NBS	美 国	0.17	0.03	-8.4	0
NSL	澳 大 利 亚	0.00	0.29	16.2	3.8
NRC	加 拿 大	0.10	-0.47	-8.0	2.7
LCIF	法 国	0.23	0.30	-6.1	12.2
IFN	意 大 利	0.04	0.78	-10.1	0
FTL	日 本	0.51	-0.19	-8.3	0
NPL	英 国	0.69	0.31	-13.0	3.7
IMM ^c	苏 联	2.16	-0.01	-16.0	0
BIPM		0	0	-11.0	0

a. 文献 [2.1]。

b. PTB 和 BIPM 间的直接传递是采用航运的控温箱于 1972 年 7-9 月间完成的 (中心日期: 8 月 23 日), 结果为 $V_{PTB} - V_{BIPM} = -0.31 \mu V$ [2.2]。

c. 苏联伏特实际上是从 1970 年 1 月 1 日起改值的, 见文献 [2.3]。

表 2.2 各国家研究所和 NBS 所保存的电压单位之差 $V_{LAB} - V_{NBS}^{a,b}$ 的一览表

研究所	1970年每三年一次的国际比较 (μV_{BIPM})	1970年		1971年		1972年	
		直接伏特传递 (μV_{NBS})	根据 $2e/h$ 值 (μV_{NBS})	直接伏特传递 (μV_{NBS})	根据 $2e/h$ 值 (μV_{NBS})	直接伏特传递 (μV_{NBS})	根据 $2e/h$ 值 (μV_{NBS})
BIPM	-0.17 ± 0.14	-0.17 ± 0.14		-0.28 ± 0.14		-0.22 ± 0.14	
NRC	0.07 ± 0.14					-0.49 ± 0.14	
NPL	0.52 ± 0.14		1.00 ± 0.81	1.13 ± 0.14	1.16 ± 0.21	1.07 ± 0.14	1.15 ± 0.2
NSL	-0.17 ± 0.14		0.24 ± 0.16	0.45 ± 0.14	0.44 ± 0.11	0.38 ± 0.20	0.66 ± 0.14
PTB	-0.43 ± 0.14			0.09 ± 0.20	0.23 ± 0.106	$-0.65 \pm 0.20c$	0.33 ± 0.06

a. 文献 [1.3]。

b. 注意, 所有 V_{LAB} 彼此之间以及它们与绝对 V 的差至多为几个 ppm。于是, 像在这个表中所给出的这么小的伏特差值, 在实际用途中不论是使用 V_{LAB} 表示还是用 V 表示都是相同的。

c. 这两个值是根据同一个传递。对于 NBS-BIPM 1970年每三年一次的伏特比对所用的程序是和 1971 和 1972 年 LAB-NBS 直接伏特传递所用的程序相同。

d. 1970年秋季完成的 PTB 的 $2e/h$ 测量用于 1971 年的计算。e. 1972年 PTB-BIPM 直接传递 (表 2.1 脚注 b) 和 1972年 NBS-BIPM 直接传递 (第一行, 这一行) 给出 $V_{PTB}-V_{NBS}=(0.09 \pm 0.20)\mu V$ 。

鉴于 CCE 的报告、世界各国研究所实现的电单位的精密测量数目的增加, 以及我们更多地了解到有关各国保存电单位之间国际比对的情况, NBS 单位已不再占有 1969年 Taylor 等人的分析[0.1]中所占的独一无二的地位了。因此, 在目前的分析中我们将用 BIPM 单位来表示所有的电单位。

为了进行我们的最小二乘法平差, 我们将把 1969 年 1 月 1 日 BIPM 的电压单位定义为相当于辐照频率为 483594.000 GHz 的约瑟夫森阶跃电压。这意味着 $2e/h$ 精确地等于:

$$2e/h = 483594.000 \text{ GHz}/V_{BIP69} \quad (2.1)$$

式中 V_{BIP69} 定义为 1969 年 1 月 1 日 BIPM 的保存伏特。应该注意, 通常所采用的符号 V_{00-BI} 表示 1969 年 1 月 1 日改值后 BIPM 所保存的目前电压单位, 因为为保存电压单位所用的标准电池组的漂移, 这个单位是与时间有关的。CCE 报告 E-72 给出的是对 1969 年 1 月 1 日的 V_{00-BI} 的等效约瑟夫森频率。本文中所采用的符号 V_{BIP69} 表示我们根据 1969 年 1 月 1 日的 V_{00-BI} 的定义值。

有了 (2.1) 式所给的定义, 必须根据现有的实验数据来确定 BIPM 和各国家研究所用标准电池组所复现的电压单位的大小。因为表 1.1 和 2.2 的数据清楚地表明, 在 BIPM 保存的伏特和各国家研究所保存的伏特呈现出的年漂移为 10^{-7} 的数量级, 因此我们将假定它和时间呈线性关系, 可写为

$$V_i = V_{BIP69}(1 + a_i + b_i t) \quad (2.2)$$

式中 t 是从 1969 年 1 月 1 日开始计算的时间, 而下标是指具体的研究所。但是, 应该强调, 即使这个漂移过程无疑在 1969 年以前就存在, 但并没有实验证据, 所以我们确信在一个长时期内 (例如十年) 漂移速率是恒定的。像绝对安培、质子回转磁比和法拉第常数这样的测量恰恰也是很精密的, 以致显示不出各国电压保存单位达 10^{-7} 量级的变化。

根据 1969 年 1 月 1 日以后的线性漂移模型 (2.2) 式, 两个研究所之间电压的比对的关系式可写为

$$V_i - V_j = a_i - a_j + (b_i - b_j)t \quad (2.3)$$

而在研究所 i 在时间 t 用 V_i 进行的 $2e/h$ 测量, 也有关系式为

$$(2e/h)_{i,t} = E(1 + a_i + b_i t) \quad (2.4)$$

式中 $E = 483594.000 \text{ GHz}/V_{\text{BIPM}}$

对表 1.1 的 11 个 $2e/h$ 测量以及 13 个根据 1970 年 BIPM 每三年一次的国际比对的伏特差值和 1971 年、1972 年的直接伏特传递(表 2.1 和 2.2, 以及汇总在表 2.3 中的相当日期), 采用 (2.2) 到 (2.4) 式进行最小二乘法分析得出:

表 2.3. $2e/h$ 数据^a 的最小二乘法分析中所用的伏特国际比对数据一览表

1970 年 每三年一次的国际比对	测量的假定精确平均时间
$V_{\text{NBS}} - V_{\text{BIPM}} = 0.17 (11) \mu\text{V}$	1970. 09
$V_{\text{NPL}} - V_{\text{BIPM}} = 0.69 (14) \mu\text{V}$	1970. 09
$V_{\text{NSL}} - V_{\text{BIPM}} = 0.00 (14) \mu\text{V}$	1970. 09
$V_{\text{PTB}} - V_{\text{BIPM}} = -0.26 (14) \mu\text{V}$	1970. 09
直接伏特传递	
$V_{\text{BIPM}} - V_{\text{NBS}} = -0.28 (14) \mu\text{V}$	1971. 92
$V_{\text{BIPM}} - V_{\text{NBS}} = -0.22 (14) \mu\text{V}$	1972. 37
$V_{\text{NPL}} - V_{\text{NBS}} = 1.13 (14) \mu\text{V}$	1971. 58
$V_{\text{NPL}} - V_{\text{NBS}} = 1.07 (14) \mu\text{V}$	1972. 24
$V_{\text{NSL}} - V_{\text{NBS}} = 0.45 (14) \mu\text{V}$	1971. 46
$V_{\text{NSL}} - V_{\text{NBS}} = 0.38 (20) \mu\text{V}$	1972. 26
$V_{\text{PTB}} - V_{\text{NBS}} = 0.09 (20) \mu\text{V}$	1971. 65
$V_{\text{PTB}} - V_{\text{NBS}} = -0.05 (20) \mu\text{V}$	1972. 37
$V_{\text{PTB}} - V_{\text{BIPM}} = 0.31 (14) \mu\text{V}$	1972. 65

a. 表 2.1 和 2.2 及文献 [1,3];

$$V_{\text{BIPM}} = V_{\text{BIPM}} + [-0.026(185) - 0.365(68)t] \mu\text{V}, \quad (2.5 \text{ a})$$

$$V_{\text{NBS}} = V_{\text{BIPM}} + [-0.047(153) - 0.317(53)t] \mu\text{V}, \quad (2.5 \text{ b})$$

$$V_{\text{NPL}} = V_{\text{BIPM}} + [0.448(273) - 0.113(100)t] \mu\text{V}, \quad (2.5 \text{ c})$$

$$V_{\text{NSL}} = V_{\text{BIPM}} + [-0.210(172) - 0.099(68)t] \mu\text{V}, \quad (2.5 \text{ d})$$

$$V_{\text{PTB}} = V_{\text{BIPM}} + [-0.569(254) - 0.081(77)t] \mu\text{V}, \quad (2.5 \text{ e})$$

对于这个分析, 对于 $24 - 10 = 14$ 个自由度, χ^2 为 13.66。这就说明统计上很不确定的伏特传递所给定的不确定度是合理的(在图 1 中给出了最小二乘法分析的结果和 $2e/h$ 数据的图解表示)。

应该记得, 在 (2.5) 式中所引的所有不确定度都是相关的。 V_i 的实际不确定度由下面一些表达式给出:

$$\sigma_{\text{BIPM}}^2 = (0.0342 - 0.0233t + 0.0046t^2) (\text{ppm})^2 \quad (2.6 \text{ a})$$

$$\sigma_{\text{NBS}}^2 = (0.0234 - 0.0160t + 0.0028t^2) (\text{ppm})^2 \quad (2.6 \text{ b})$$

$$\sigma_{\text{NPL}}^2 = (0.0746 - 0.527t + 0.0101t^2) (\text{ppm})^2 \quad (2.6 \text{ c})$$

$$\sigma_{\text{NSL}}^2 = (0.0297 - 0.0226t + 0.0047t^2) (\text{ppm})^2 \quad (2.6 \text{ d})$$

$$\sigma_{\text{PTB}}^2 = (0.0643 - 0.0387t + 0.0059t^2) (\text{ppm})^2 \quad (2.6 \text{ e})$$

1971—72 年期间的 V_i 的不确定度约为 0.05—0.10 ppm, 表明这是最精密测量的期间。

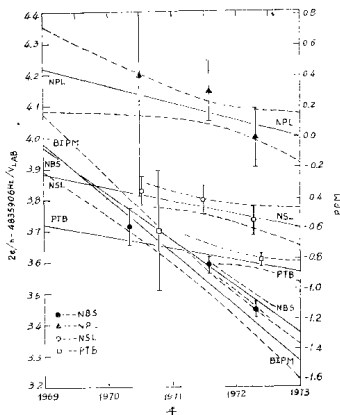


图1. 以最小二乘法分析中所用的 $2\pi/h$ 拟合 (具有误差直线的点) 图示 BIPM, NBS, NPL, NSL 和 PTB 伏特保存单位在1969年1月1日后的漂移速率; 以及分析结果: 线性漂移曲线 (2.5) 式 (实线); 它们的不确定度 (2.6) 式 (虚线)。为明了起见, 后者对每个研究所未完全示出。

(2.5 a) 式说明, 在1969年1月1日, 实际的 BIPM 电压保存单位比由 (2.1) 式定义的 V_{BIPM} 小 $[(0.026 \pm 0.185) \mu\text{V}]$, 显示的漂移是 $-0.37 \mu\text{V}/\text{年}$, 相应的约瑟夫森频率为 $483593.987(90) \text{ GHz}$ (0.19 ppm)。 (注意, 不出所料, 这个频率和 CCE 报告完全一致。) 如前所述, 不可能确有把握地说, 在1969年1月1日前的十年间不存在这样的漂移。虽然在 NBS 从1960年到1970年的质子回转磁比 (γ_p) 的测量 $[0.1]$ 似乎排除了这么大的漂移, 但在那个实验中所用的螺管尺寸测量不够准确, 因此没有明确的报告。所以在本文整个工作中, 我们将假定, 1969年1月1日以前的 BIPM 的电压单位本质上是恒定的。换言之, 在这个日期前 BIPM 的电压单位的变化, 与需要用电压单位和考虑包括到我们的平差中的期间内作的实验的不确定度相比较, 小到可以忽略。 (在 I. A. 4 节将对这个方法作更进一步的探讨, 那里讨论了 BIPM 欧姆和绝对 (SI) 欧姆之间的关系。) 对于这类实验, 我们通过每三年一次的国际比对之间的线性内插及假定内插伏特差值的不确定度为 $\pm 0.14 \mu\text{V}$ 来转换到 V_{BIPM} 。当然, 对于最终转换到 V_{BIPM} , 还需考虑1969年1月1日 V_{BIPM} 的新定义 (表2.1) 的 11 ppm 和上述讨论的 (2.5 a) 式所列的 $(0.026 \pm 0.185) \text{ ppm}$ 修正⁹。为了把1969年1月1日以后完成的实验转换到 V_{BIPM} , 我们仅需采用 (2.5) 式。

6. 实验之间包含 0.185 ppm 不确定度所引入的微弱相关完全可以忽略。

3. 真空中光速 c

Evenson 等人 [3.1] 最近对稳定在甲烷 ν_3 吸收带 $p(7)$ 线上的 He-Ne 激光频率 (3.39 μm , 88 THz) 的测量, 已使 c 的全部过去的测定值必须废弃。Evenson 等人通过稳定激光振荡器的频率比较链将甲烷吸收线频率与秒定义的铯钟频率作了比对。所得的 3.39 μm 甲烷线的频率为:

$$\nu(\text{CH}_4) = 88376181627(50) \text{ kHz} \quad (3.1)$$

测量的相对标准偏差小于 6×10^{-10} 。Barger 和 Hall [3.2], Giacomo [3.3] 及 Baird 等人 [3.4] 已测量了这个跃迁的波长。这些波长测量的准确度并不为测量过程本身所限制, 而为氦波长的精密米定义的不确定度所限制。Kr 谱线已知是不对称的, 并已用移动 0.008 cm^{-1} 或 0.63 半宽度红移的相对强度为 0.06 的卫线加以分析 [3.2]。这使测量波长的数值产生 8.3×10^{-9} 的变化, 它与米定义采用谱线的重心还是峰值有关。

NBS 玻尔得(Boulder)的 Barger 和 Hall [3.2] 采用重心定义得到

$$\lambda(\text{CH}_4) = 3392231.376(12) \text{ pm} (0.0035 \text{ ppm}) \quad (3.2)$$

假如采用峰值定义, 波长值增大 0.023 pm , 即为 3392231.404 pm 。

Giacomo [3.3] 在 BIPM 用迈克尔逊干涉仪测定了甲烷波长, 所得的值为

$$\lambda(\text{CH}_4) = 3392231.376(8) \text{ pm} (0.0024 \text{ ppm}) \quad (3.3)$$

λ 干涉仪的程长使这个测量严格地相应于采用氦谱线的重心定义。

NRC 的 Baird, Smith 和 Berger [3.4] 得到的值为

$$\lambda(\text{CH}_4) = 3392231.40(2) \text{ pm} (0.0061 \text{ ppm}) \quad (3.4)$$

这个值虽然表面上与上述两值有所不同, 但实际上是符合较好的, 因为它相应很靠近重心定义和峰值定义之间中间的氦波长。(3.4)式和(3.2)式或(3.3)式之间的差值一半以上是由于氦标准的差值产生的; 因此, 三个测量值之间的相符程度很接近于 0.01 pm 或 3×10^{-9} 的量级。

根据这些及其他稳定激光波长测量的很好的结果, CIPM 米定义咨询委员会(CCDM) (在1973年六月会议上) [3.5] 推荐采用的值分别为

$$\lambda(\text{CH}_4) = 3392231.40 \text{ pm} \quad (3.5a)$$

$$\lambda(^{127}\text{I}) = 632991.399 \text{ pm} \quad (3.5b)$$

这分别是用甲烷 ν_3 带 $p(7)$ 线和碘-127 的 $11-5$ 带 $R(127)$ 的 i 分量稳定的 He-Ne 激光在真空中的波长值。这些辐射的波长值, 其指定值的相对误差为 4×10^{-8} , 它的不确定度是由目前米定义复现时的不确定度引起的。

若将(3.5a)式给出的推荐波长值与(3.1)式准确测量的频率相结合, 则可得 $c = \lambda \nu = 299792458.33 \text{ m/s}$, 它的不确定度 $\pm 1.2 \text{ m/s}$ 是由米定义的不确定度引起的。(数据的实验不确定度的标准偏差为 0.6 m/s 。)由此, CCDM 推荐的数值为 [3.5]

$$c = (299792458 \pm 1.2) \text{ m/s} (0.004 \text{ ppm}) \quad (3.6)$$

在还没有考虑决定对米和秒作任何未来的重新定义时, CCDM 建议, 只要将来没有实验证明这个数据是错误的, 任何这样的重新定义将保持这个数值不变。

我们这次最小二乘法分析是在 CCDM 会议之前完成的, 采用的值为 [3.6]

$$c = (299792456.2 \pm 1.1) \text{ m/s} (0.0035 \text{ ppm}) \quad (3.7)$$

这个值与(3.6)式之差为 0.006ppm, 这与包括光速在内的任何实验数据的不确定度相比是完全可以忽略的。在我们最终推荐的常数组中, 我们给出了(3.6)式的值。表中没有其他量会因这变化而引起显著的变化。

(3.6) 式中给出的推荐值是与其它最近独立测定的光速值相一致的。Baird 等人 [3.7] 测量了 9μm 和 10μm 带中的各种 CO₂ 激光的波长, 其相对准确度近似为 2×10^{-8} 。作为从铯到甲烷的频率链测量的一部分, Evenson 等人 [3.1] 测定了 10.18μm 的 R [30] 跃迁和 9.33μm 的 R [10] 跃迁的频率。Bridge 和 Chang [3.8] 用这些独立的波长和频率测量值, 与 CO₂ 带的准确的频差测量值相结合可得到 [3.7]

$$c = 299792460(6) \text{ m/s} (0.02 \text{ ppm}) \quad (3.8)$$

由于波长测量的不确定度比频率测量大 30 倍, (3.8) 式本质上与 (3.6) 式是随机无关的。

Bay, Luther 和 White [3.9] 用完全不同的技术所报导的 c 值也支持上述测量结果。他们用微波频率调制吸收稳定的 633nm (474 THz) 处振荡的 He-Ne 激光器, 测定了它们的干涉频率的和与差之比。他们是用微波频率测定了激光的频率, 与激光的已知波长相结合就可得

$$c = 299792462(18) \text{ m/s} (0.06 \text{ ppm}) \quad (3.9)$$

Froome 在 1957 年曾用微波干涉仪得到了过去的公认值 [0.1], 这是过去十年间最为准确的结果:

$$c = 299792500(100) \text{ m/s} (0.33 \text{ ppm}) \quad (3.10)$$

上述这些 c 的新值与 (3.10) 的值是完全一致的, 但准确度提高了一到二个数量级。

4. BIPM 保存欧姆与绝对欧姆之比

作为我们的平差工作的一部分, 还需包括国际单位制的绝对电单位与保存的电标准的比值。实际上所有重要的测量都是参照后者来进行的。我们打算用 (2.1) 式所定义的 V_{B160} 来完成目前的平差, 因而就需要把本文中所有与电单位有关的量都用 1969 年 1 月 1 日的 BIPM 单位来表示。1969 年 1 月 1 日的 BIPM 欧姆是通过一些电阻器来复现的, 我们将用符号 Ω_{B169} 来表示。这样, 所需要的欧姆比值就是 Ω_{B169}/Ω 。在 §. A. 1 和 2 节中已说明过, 下标 B169 仅用于指 1969 年 1 月 1 日这一日期。下标 B169 在用千伏特时已有了如 (2.1) 式定义的更专门的含意。对于某个电单位而言, 下标 BIPM, 或一般的 IAB, (即 NBS, NPL 等), 则是指此单位在所研究的测量时间所保存的数值。

NSL 在 1964, 1967 和 1970 年 BIPM 每三年一次的国际比对时利用 Thompson-Lampard 型的计算电容完成了一系列测量 [4.1], 从这些测量中可得到最佳的 Ω_{B169}/Ω 的数值。Thompson 在 NSI 报告了如下结果 [4.2, 4.3]:

$$1964: c_s^2 \Omega_{\text{NSL}} / c^2 \Omega = 1 - (3.58 \pm 0.06) \times 10^{-9} \quad (4.1a)$$

$$1967: c_s^2 \Omega_{\text{NSL}} / c^2 \Omega = 1 - (3.80 \pm 0.06) \times 10^{-9} \quad (4.1b)$$

$$1970: c_s^2 \Omega_{\text{NSL}} / c^2 \Omega = 1 - (0.00 \pm 0.06) \times 10^{-9} \quad (4.1c)$$

这些测量值显然和光速有关, 这是因为 Thompson 用了 (3.10) 式中 Froome 所测的光速值 c_s 。所引用的不确定度仅指统计的, 如计入系统误差则总的不确定度为 0.2ppm [4.3]。(1970 年 NSL 的欧姆值有明显的变化, 这是由于 1969 年的重新定义; 见表 2.1.)

利用在 1964, 1967 和 1970 年 BIPM 每三年一次的国际比对中所得到的 NSL 和 BIPM 保存欧姆的差值就可求得: