

机器人控制系统中的部分计算力矩法

陈明哲 张启先

【摘要】 本文在机器人系统中引进了新的 Hamilton 函数,从而简洁地导出非线性方程组的偏差方程组。然后根据新 Hamilton 函数正定条件确定增益矩阵的值。证明了偏差方程组在 Lyapunov 意义下是渐近稳定的。从偏差方程组导出了新的控制方案。新方案只须部分计算力矩,从而便于微处理机实时控制。而且新方案是解耦控制,因此结构简单,在技术上易于实现。计算机仿真结果表明:新的控制方案在手部匀速运动时,不必加加速度反馈;在手部加速运动时,须加上加速度反馈;并且在一定的初始扰动下,控制系统是稳定的。

一、引言

目前建立机器人动力学方程主要有三种方法:第二类 Lagrange 方程法⁽¹⁾, Newton-Euler 法⁽²⁾ 和 Gauss 法⁽³⁾。由于机器人动力学方程的强非线性,使得机器人控制系统的设计成为很棘手的问题。许多文献探讨了这个问题,如:文献^(1,4)用经典控制方法,并且用了许多补偿量,交叉反馈等使系统达到预期效果。文献⁽⁵⁾提出了计算力矩法,也就是对整个动力学方程进行计算,将计算结果作为补偿量。实质上,这种方法是一种线性化方法。由于动力学方程的复杂性,使得计算机的在线计算比较困难,因而使机器人的实时控制变为不可能,至少在低档计算机(如微处理机)上不可能。于是就出现了一些动力学方程的简化计算方案,如文献⁽⁶⁾等。文献⁽⁷⁾用现代控制论方法处理了机器人的控制问题。主要是先计算整个动力学方程作为补偿量,然后用分散控制方法设计各子系统,用分解——集结方法讨论系统的稳定区域,将控制量分为局部量与整体量,用整体控制来协调各子系统的动作。由于上述方法也须对整个动力学方程进行计算,计算量也是很大的。文献⁽⁸⁾提出了改变系统 Hamilton 函数的控制方法。由于只改变了系统的势能,我们用文献⁽⁸⁾的方法作系统仿真,结果并不理想。文献^(1,4,7)所用的方法都是基于作动器模型的,文献⁽⁸⁾是基于系统模型的。由于作动器方程是常系数线性微分方程,因此用文献⁽⁸⁾的方法研究系统,考虑作动器的效应也是比较简单的,本文暂不作介绍。此外还有一些其他控制方法:变结构方法⁽⁹⁾,非线性反馈方法⁽¹⁰⁾,模型参考自适应方法⁽¹¹⁾,使用加速度计与力传感器的控制方法⁽¹²⁾,使机器人具有依从性的混合控制方法⁽¹³⁾,运动学控制方法⁽¹⁴⁾等等。在控制信号产生这方面的研究有文献^(3,5,15,16)等。

本文推广了文献⁽⁸⁾中的方法,导出了一种新的、实用的控制方案。在理论上引进了新的 Hamilton 函数,简洁地导出非线性方程组的偏差方程组,这些结果对其他非线性控制系统的设计也有一定的意义。

二、部分计算力矩法

我们先用 Hamilton 正则方程写出机器人动力学方程如下,

$$\dot{q} = \left(\frac{\partial H_1}{\partial P_1} \right)^T \quad (1)$$

$$\dot{P}_1 = - \left(\frac{\partial H_1}{\partial q} \right)^T + u_0 \quad (2)$$

式中

Hamilton 函数 $H_1 = T + V$

动能 $T = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q}$, $A(q)$ 为对称正定矩阵

V 为势能

广义动量 $P_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T = A(q) \dot{q}$

u_0 为广义力矢量

然后, 我们对系统引进新的非明显形式 Hamilton 函数 H_2 ,

$$\begin{aligned} H_2 = T - T_* - & \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right)^T \cdot \dot{y} - \dot{q}_*^T A(q) \dot{y} + \frac{1}{2} \dot{y}^T K_1 \dot{y} \\ & + V - V_* - \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^T \cdot y + \frac{1}{2} y^T K_2 y \end{aligned} \quad (3)$$

式中

$$y = q - q_*, \quad \dot{y} = \dot{q} - \dot{q}_*$$

q_* , $\dot{q}_*$ 分别为广义坐标与广义速度的给定值; 带星号的如 T_* 等均为给定值, 以下同此。

K_1 , K_2 为对称正定增益矩阵。

据我们所知, 式 (3) 中的 $\dot{q}_*^T A(q) \dot{y}$ 项从未在分析力学文献中出现过, 我们称之为拟动能。

新系统的广义动量 P_2 为

$$\begin{aligned} P_2 = & \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right)^T - A(q) \cdot \dot{q}_* + K_1 \dot{y} = A(q) \cdot (\dot{y} + \dot{q}_*) - A(q) \dot{q}_* + K_1 \dot{y} \\ & = [A(q) + K_1] \dot{y} \end{aligned} \quad (4)$$

令 $A(q) + K_1 = C_1$, 从式 (4) 可得

$$\dot{y} = C_1^{-1} \cdot P_2 \quad (5)$$

由此可以得出

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H_2}{\partial P_2} \right)^T &= (C_1^{-1})^T \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right)^T - (C_1^{-1})^T A(q) \dot{q}_* + (C_1^{-1})^T K_1 \dot{y} \\ &= (C_1^{-1})^T \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right)^T \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) 也说明了函数 H_2 是符合定义的。

正则方程的另一半为

$$\dot{P}_2 = - \left(\frac{\partial H_2}{\partial y} \right)^T + u_1 \quad (7)$$

因此, 新系统的正则方程为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{y}} &= \left(\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{P}_1} \right)^T \\ \dot{\mathbf{P}}_1 &= - \left(\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{y}} \right)^T + \mathbf{u}_1\end{aligned}\quad (8)$$

式(8)的左边是原系统变量与给定值的偏差。我们在原系统中引进新Hamilton函数后,很简洁地得到非线性方程组的偏差方程组,并且这个偏差方程组不同于将非线性方程组线性化以后(所谓一次近似)的偏差方程组。

下面来推导,通过 K_1 , K_2 矩阵的适当取值,我们可以使 H_2 函数正定且在给定值处有极小值。

$$\text{显然} \quad H_{2*} = 0 \quad (9)$$

$$\text{从式(6)可知} \quad \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{P}_1} \right)^T_* = 0 \quad (10)$$

$$\text{从式(3)可得} \quad \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{y}} \right)^T_* = 0 \quad (11)$$

而从式(6)可得

$$\left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial \mathbf{P}_1^2} \right)_* = (\mathbf{C}_1^{-1})_* \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial \mathbf{P}_1 \partial \mathbf{y}} \right)_* = 0 \quad (13)$$

从式(3)可得

$$\left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial \mathbf{y}^2} \right)_* = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \mathbf{y}^2} \right)_* + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \mathbf{y}^2} \right)_* + K_2 \quad (14)$$

设由式(12)(13)(14)组成的矩阵为 W , 即

$$W = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial \mathbf{y}^2} \right)_* & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial \mathbf{P}_1^2} \right)_* \end{bmatrix} \quad (15)$$

因此 H_2 函数正定且在给定值处有极小值的必要条件为式(9)(10)(11), 另一必要条件为 W 矩阵的对角元素 W_{ii} 大于零, 即

$$W_{ii} > 0 \quad (16)$$

而充分条件是 W 矩阵的主子行列式大于零, 即

$$|W_{ii}| > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

据式(16)(17), 我们可以确定矩阵 K_1 、 K_2 的值, 从而保证 H_2 函数上述性质。

现在我们选正定函数 H_2 为系统的 Lyapunov 函数, 且令 $\mathbf{u}_1 = -K_2 \dot{\mathbf{y}}$, 这里 K_2 为正对角矩阵, 则

$$\begin{aligned}\dot{H}_2 &= \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \dot{\mathbf{y}} + \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{P}_1} \right)^T \dot{\mathbf{P}}_1 = \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{P}_1} \right)^T_* - \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{P}_1} \right)^T \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{y}} \right)^T_* - \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{P}_1} \right)^T K_2 \dot{\mathbf{y}} \\ &= -\dot{\mathbf{y}}^T K_2 \dot{\mathbf{y}}\end{aligned}\quad (18)$$

从式(18)可知 $\dot{H}_2$ 为负定函数, 因此推得系统在 $(\mathbf{y}=0, \mathbf{P}_1=0)$ 点处, 即在 $(\mathbf{q}=\mathbf{q}_*, \dot{\mathbf{q}}=\dot{\mathbf{q}}_*)$ 点处是渐近稳定的。

如文献⁽⁸⁾所指出的, 新系统(8)在下述性能指标下也是最优的

$$\Lambda = \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{K}_s \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{u}_1^T \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{u}_1) dt \quad (19)$$

将式(19)改写为

$$\Lambda(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{K}_s \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{u}_1^T \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{u}_1) d\tau \quad (20)$$

若系统为最优控制系统, 则 Λ 应满足Hamilton—Jacobi方程⁽¹⁷⁾, 即

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \Lambda}{\partial t} &= \min_{\mathbf{u}_1} \left[\frac{1}{2} (\dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{K}_s \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{u}_1^T \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{u}_1) + \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{y}}, \frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{P}_2} \right) \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \dot{\mathbf{P}}_2 \end{pmatrix} \right] \\ &= \min_{\mathbf{u}_1} \left[\frac{1}{2} (\dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{K}_s \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{u}_1^T \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{u}_1) + \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{y}} \right) \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{P}_2} \right)^T - \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{P}_2} \right) \left(\frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{P}_2} \right) \mathbf{u}_1 \right] \end{aligned} \quad (21)$$

从式(21)右边可求得

$$\mathbf{u}_1 = -\mathbf{K}_s \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{P}_2} \right)^T \quad (22)$$

将式(22)代入式(21), 可以看出若 $\Lambda = H_2$, 则式(20)(21)均成立。因此

$$\mathbf{u}_1 = -\mathbf{K}_s \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \mathbf{P}_2} \right)^T = -\mathbf{K}_s \dot{\mathbf{y}}$$

为指标(19)下的最优控制。

现在来看一下新系统与原系统之间的关系。将式(7)展开后, 得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}_1 - \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{y}} &= - \left(\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{y}} \right)_s^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \right)_s^T - 2 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \\ &\quad + \dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{A}}_s \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}_s \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{y}} \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$\dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{A}}_s \dot{\mathbf{y}} \triangleq \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{A}_{s1} \dot{\mathbf{y}} \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{A}_{s2} \dot{\mathbf{y}} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{A}_{sn} \dot{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_{si}^1 = \frac{\partial \mathbf{A}_i(\mathbf{q})}{\partial \dot{\mathbf{y}}_i}, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

式(23)可进一步整理为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}_1 &= - \left(\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{y}} \right)_s^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \right)_s^T + \left[\dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_s - 2 \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right] \\ &\quad - \mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{y}} + (\dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{A}}_s - \mathbf{K}_s) \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{y}} \end{aligned} \quad (24)$$

比较式(2)与(24), 可以知道我们要加的控制项 $\mathbf{u}_0$ 如下:

$$\mathbf{u}_0 = \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{y}} \right)_s^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \right)_s^T + \left[\dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_s - 2 \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right] - \mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{y}} + (\dot{\mathbf{q}}^T \hat{\mathbf{A}}_s - \mathbf{K}_s) \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{y}} \quad (25)$$

也就是说在原系统中加上 $\mathbf{u}_0$ 以后, 原系统就变为新系统, 并且具有上面推导的所有性质。

u_0 还可以进一步简化。因为 $\left[\dot{A}(q) \dot{q}_s - 2 \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T \right]$ 的值较小，可略去不计。而当我们选择 $K_3 > -\dot{q}^T \hat{A}_y$ 时， u_0 可以用下式代替

$$u_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^T - K_2 \dot{y} - K_3 \ddot{y} - K_1 \dot{y} \quad (26)$$

即
$$u_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^T - K_2 (q - q_s) - K_3 (\dot{q} - \dot{q}_s) - K_1 (\ddot{q} - \ddot{q}_s) \quad (27)$$

式(27)就是部分计算力矩法控制方案。在这里我们只须部分计算力矩 $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T$ 和 $\left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^T$ 项作为补偿量。计算机仿真结果表明， $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T$ 值比较小，略去后对系统没有什么影响，并且当手部匀速运动时，不必加加速度反馈项。因此，我们有下列两种控制方案

$$u_2 = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^T - K_2 (q - q_s) - K_3 (\dot{q} - \dot{q}_s) \quad (28)$$

$$u_4 = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^T - K_2 (q - q_s) - K_3 (\dot{q} - \dot{q}_s) - K_1 (\ddot{q} - \ddot{q}_s) \quad (29)$$

式(28)适用于手部匀速运动的系统，式(29)适用于手部加速运动的系统。

三、计算机仿真结果

仿真结果表明(不另作图说明)， K_1 、 K_2 、 K_3 矩阵采用非对角矩阵并没有使控制结果得到改善，因此我们对 K_1 、 K_2 、 K_3 矩阵一律采用对角矩阵。另外我们不考虑采样频率对系统的影响，认为采样频率是足够高的，比如说，认为采样周期小于 50ms。

下面对图 1 所示平面三自由度机器人作仿真研究，该机器人的动力学方程如下：

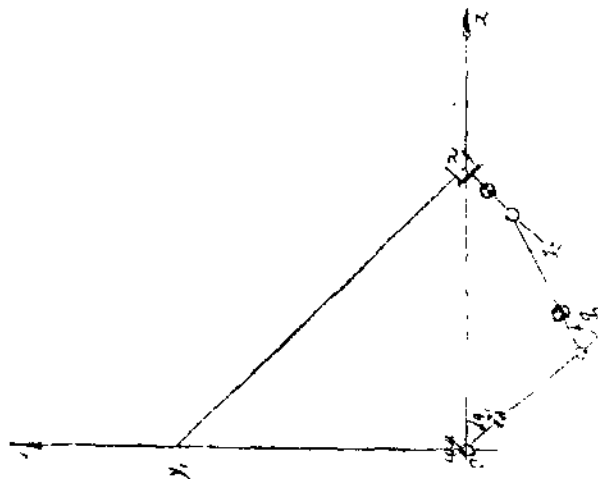


图 1

$$a_1 \ddot{q}_1 + b_1 [(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) C q_2 - (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 S q_2] + C_1 [(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) C (q_2 + q_3) - (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 S (q_2 + q_3)] + d_1 C q_1 + u_{01} = u_{01}$$

$$a_2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + b_2 (\ddot{q}_1 C q_2 + \dot{q}_1^2 S q_2) + C_2 [(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) C q_3 - (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 S q_3] + d_2 C (q_1 + q_2) + u_{02} = u_{02}$$

$$a_3(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + b_3[\ddot{q}_1 C(q_2 + q_3) + \dot{q}_1^2 S(q_2 + q_3)] + C_3[(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2)Cq_3 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 S q_3] + d_3 C(q_1 + q_2 + q_3) = u_{03} \quad (30)$$

式中

$$a_1 = m_1(h_1 - l_1)^2 + J_1 + m_2 h_1^2 + m_3 h_1^2$$

$$b_1 = m_2 h_1(h_2 - l_2) + m_3 h_1 h_2$$

$$c_1 = m_3 h_1(h_3 - l_3)$$

$$d_1 = m_1 g(h_1 - l_1) + m_2 g h_1 + m_3 g h_1$$

$$a_2 = m_2(h_2 - l_2)^2 + m_3 h_2^2 + J_2$$

$$b_2 = m_3 h_2(h_3 - l_3) + m_3 h_1 h_2$$

$$c_2 = m_3 h_2(h_3 - l_3)$$

$$d_2 = m_2 g(h_2 - l_2) + m_3 g h_2$$

$$a_3 = m_3(h_3 - l_3)^2 + J_3$$

$$b_3 = m_3 h_1(h_3 - l_3)$$

$$c_3 = m_3 h_2(h_3 - l_3)$$

$$d_3 = m_3 g(h_3 - l_3)$$

S 表示正弦、C 表示余弦； u_{0i} 表示各杆的广义力； m_i 表示各杆的质量； J_i 表示各杆绕质心的转动惯量，($i = 1, 2, 3$)； g 表示重力加速度。这里 $h_1 = h_2 = 0.43$ ， $h_3 = 0.2$ ， $l_1 = l_2 = 0.3$ ， $l_3 = 0.1$ (以上单位为 m)； $m_1 = 22$ ， $m_2 = 14$ ， $m_3 = 8$ (以上单位为 kg)； $J_1 = 1.2$ ， $J_2 = 0.7$ ， $J_3 = 0.2$ (以上单位为 kgm^2)； $g = 9.8 \text{m/s}^2$ 。

要求机器人手部中心沿直线 $x_1 y_1$ 运动，从点 $x_1(0.8, 0)$ 至点 $y_1(0, 0.8)$ ，并且手部始终垂直于直线 $x_1 y_1$ 。运动规律为：1. 匀速运动，4 秒钟走完全程，初始值为 $q_1 = -0.88$ ， $q_2 = -0.22$ ， $q_3 = 1.34$ ， $\dot{q}_1 = 0.89$ ， $\dot{q}_2 = 0.33$ ， $\dot{q}_3 = -0.67$ ；2. 匀加速运动，1 秒钟走完全程，初始值为 $q_1 = -0.88$ ， $\dot{q}_1 = 0.0$ ， $q_2 = 1.34$ ， $\dot{q}_2 = 0.0$ ， $q_3 = 0.33$ ， $\dot{q}_3 = 0.0$ 。图 2、3、4 为匀速运动仿真的结果。图中未标数字的实线为给定值 q_1 曲线，标数字的曲线分别表示以下各控制方案：

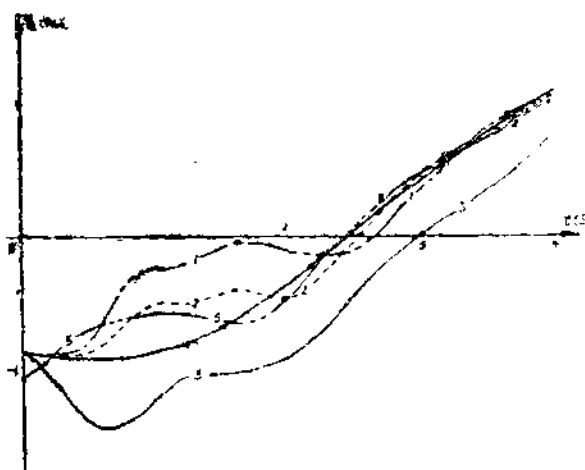


图 2

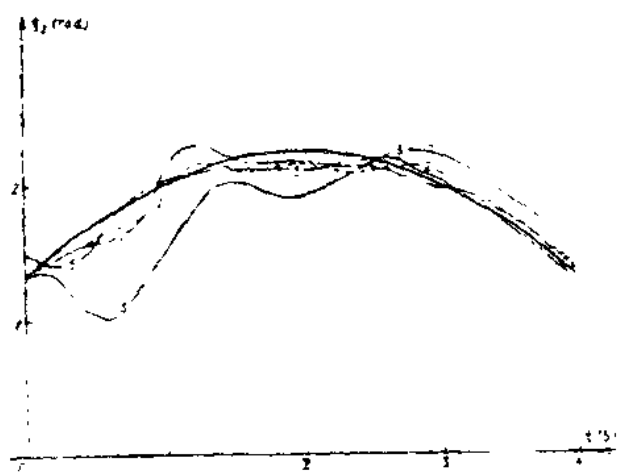


图 3

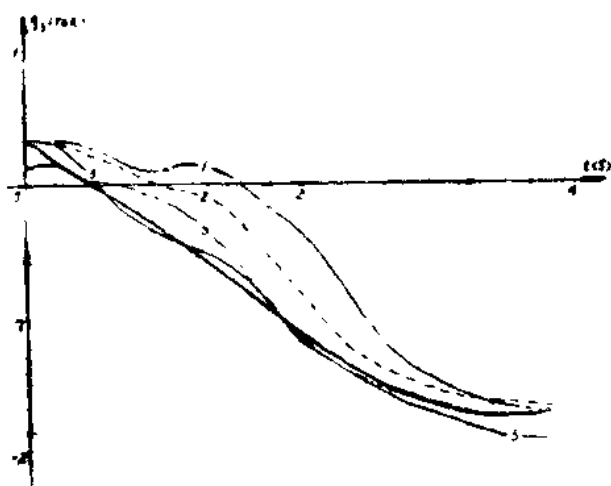


图 4

$$(1) u_s = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_s^T - K_1(q - q_s) - K_2 \dot{q}$$

$$K_1 = \text{diag}(200, 180, 30)$$

$$K_2 = \text{diag}(10, 10, 10)$$

(2) u_s 同 (1), 只是 $K_1 = \text{diag}(230, 150, 40)$,

$$K_2 = \text{diag}(10, 10, 10)$$

(3) $u_s = -K_1(q - q_s) - K_2 \dot{q}$, K_1 , K_2 的值同 (2)

(4) $u_s = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_s^T - K_1(q - q_s) - K_2(\dot{q} - \dot{q}_s)$, K_1 , K_2 的值同 (2), 因为仿真结果与给定值几乎重合, 图上不再画出,

(5) u_s 同 (4), 但初始值改为 $q_1 = -1.08$, $\dot{q}_1 = -0.4$, $q_2 = 1.54$, $\dot{q}_2 = 1.09$, $q_3 = 0.13$, $\dot{q}_3 = -0.87$.

(1) (2) 为文献⁽⁸⁾所提出的方案, (2) 方案控制得较好, (3) 方案无补偿量, 系统失

控, (4) 方案控制得最好, (5) 表示系统的抗初始扰动的能力。

图 5、6、7 为匀加速运动仿真的结果。图中未标数字的曲线为 q_0 曲线, 标数字曲线分别表示以下各控制方案:

$$(1) u_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_*^T - K_2(q - q_0) - K_3(\dot{q} - \dot{q}_0),$$

$$K_2 = \text{diag}(230, 150, 40),$$

$$K_3 = \text{diag}(10, 10, 10),$$

$$(2) u_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_*^T - K_2(q - q_0) - K_3(\dot{q} - \dot{q}_0) - K_1(\ddot{q} - \ddot{q}_0)$$

$$K_2 = \text{diag}(230, 150, 40),$$

$$K_3 = \text{diag}(25, 20, 10),$$

$$K_1 = \text{diag}(25, 20, 10),$$

$$(3) u_1 \text{ 同 } (2), \text{ 只是没有补偿量 } \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_*^T;$$

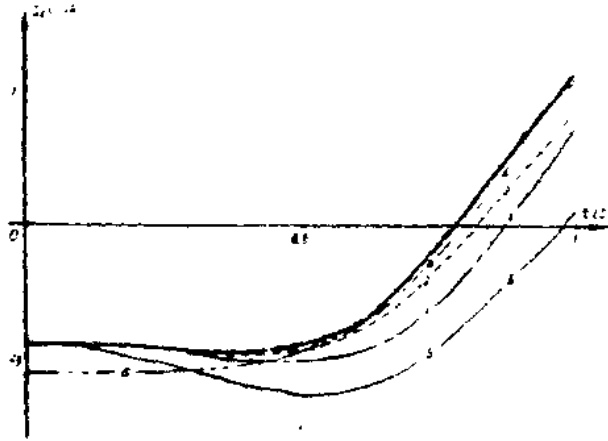


图 5

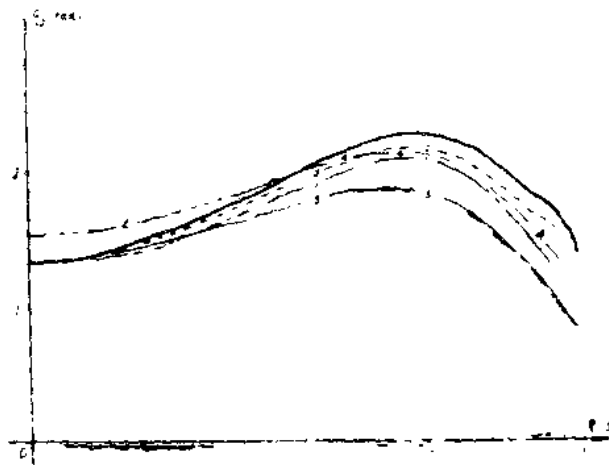


图 6

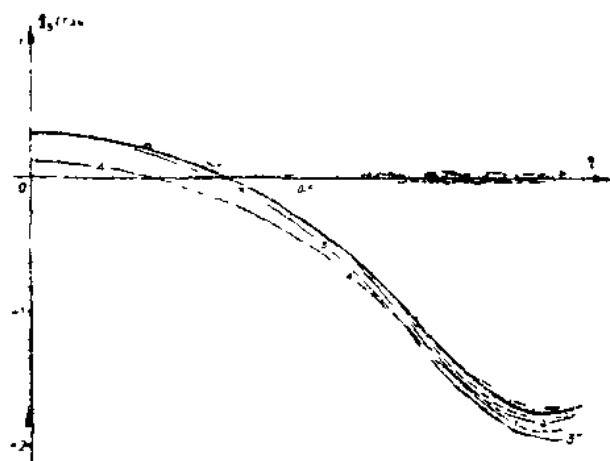


图 7

(4) u_4 同 (2), 但初始值改为 $q_1 = -1.08$, $\dot{q}_1 = 0.0$, $q_2 = 1.54$, $\dot{q}_2 = 0.0$, $q_3 = 0.13$, $\dot{q}_3 = 0.0$ 。

(2) 方案控制得较好; (1) (3) 方案, 系统失控; (4) 表示系统的抗初始扰动的能力。

参 考 文 献

- [1] Paul R. P. Robot Manipulators, The MIT Press 1982
- [2] Vukobratovic M. Dynamics of Manipulation Robots, Springer-Verlag, 1982
- [3] Попов Е. П. и др. Манипуляционные роботы, «Наука» М. 1978
- [4] Luh J. Y. S. IEEE Trans. SMC13, 8, (1983)
- [5] Luh J. Y. S. et al, IEEE Trans. AC25, 8, (1980)
- [6] Luh J. Y. S. et al, Trans. ASME J. of DSMC, (1980)
- [7] Vukobratovic M. Control of Manipulation Robots Springer-Verlag, 1982
- [8] Takengaki M. et al, Trans ASME J. of DSMC, V103, 2 (1981)
- [9] Young K. K. D. IEEE Trans. SMC 8, (1978)
- [10] Freund E. Proc. VII Int. sym. IR, Tokyo, 1977
- [11] Dubowsky S. et al, Trans ASME J. of DSMC, V101, 3 (1979)
- [12] Hewit R. J. MMT V. 16, 5, (1981)
- [13] Raibert H. M. et al, Trans ASME J. of DSMC, V103, 2, (1981)
- [14] Крутько П. Д. укр. Тех. Куб. 4 (1979) 6 (1981)
- [15] 张启先, «机械工程学报» V.17 N.1 (1981)
- [16] Whitney D. E. IEEE Trans. MMS, V10, 2 (1969)
- [17] Anderson B. D. O. et al, LINEAR Optimal Control, Prentice-Hall, 1971