

生物固体力学基础

(生物医学工程专业)

上海交通大学工程力学系

一九八六年八月

前 言

生物力学是一门新兴边缘学科，自其产生、形成的十多年间，在数学、力学、生理、病理、解剖和医学等各方面科学工作者的共同努力下，逐步从定性走向半定量、定量的学科发展，至今它为生物医学介绍了大量的现象，提供了大量的科学数据，同时也为仿生工程提供了某些依据，它自身也逐渐形成自己的系统理论和实验技术而独立地成为一门崭新的学科。

本书编著的目的是为生物医学工作者提供一定的固体力学基础知识，它在读者已经掌握理论力学和材料力学知识的基础上，阐述了弹性理论基础和薄壳理论以及粘弹性力学等基本知识，还着重介绍了实验生物力学中两个极其有用的实验工具——光测力学和非电量电测技术；最后还叙述了固体力学基础知识应用在人体骨骼、软组织、骨骼结构、关节力学和活体的试验技术和力学研究，为今后从事生物力学专题研究奠定固体力学基础。

本书编写于1982年间，经过四年的教学实践，感到有必要对该书的各个章节进行修改，补充，以适应生物力学理论和实验技术的日益飞跃发展的要求，但鉴于本书包含的内容广泛，涉及到多种不同学科的知识，限于笔者的水平接触生物力学研究的时间不长，加上时间上的仓促，故而，在本书的第二版仍然将会存在不少缺点错误，敬请读者继续给以指正，不胜感激。

编者写于

一九八六年八月

目 录

前 言

第一章 生物固体力学的特点、任务和应用

- § 1-1 生物固体力学的特点..... 1-1
- § 1-2 生物固体力学的分支..... 1-1
- § 1-3 生物力学和生物医学工程..... 1-4
- § 1-4 生物力学发展史..... 1-5

第二章 弹性力学基础

- § 2-1 概 述..... 2-1
- § 2-2 外力、应力、应变和位移..... 2-3
- § 2-3 弹性力学平面问题的基本方程..... 2-6
- § 2-4 弹性平面问题的解法..... 2-15
- § 2-5 弹性平面问题的极坐标方程..... 2-27
- § 2-6 弹性力学问题的近似解法..... 2-37
- § 2-7 弹性力学空间问题的基本方程..... 2-53
- § 2-8 各向异性材料的弹性本构方程..... 2-58
- § 2-9 薄膜理论..... 2-63
- § 2-10 圆柱壳轴对称问题的有矩理论..... 2-65

第三章 粘弹性力学基础

- § 3-1 概 述..... 3-1
- § 3-2 粘弹性物质的力学基本模型..... 3-3
- § 3-3 拉普拉斯变换..... 3-5
- § 3-4 微分算符表示式..... 3-8
- § 3-5 广义的线性粘弹性模型..... 3-17
- § 3-6 力学系统和电学系统之间的比拟..... 3-26
- § 3-7 Boltzmann 迭加原理..... 3-27
- § 3-8 粘弹性材料的三维本构关系..... 3-29

第四章 塑性力学基础

§ 4-1	概述	4-1
§ 4-2	基本实验资料	4-1
§ 4-3	应力—应变关系的几种简化模型	4-5
§ 4-4	塑性状态下复什应力、应变分析	4-7
§ 4-5	Tresca 屈服条件和 Mises 屈服条件	4-12
§ 4-6	全量理论	4-16
§ 4-7	增量理论	4-19

第五章 断裂力学基础

§ 5-1	概述	5-1
§ 5-2	裂纹的类型及其应力场和位移场	5-3
§ 5-3	应力强度因子与断裂韧度	5-7
§ 5-4	弹塑性断裂力学中的几个问题	5-9
§ 5-5	裂纹端部张开位移 δ (CTQD)	5-11
§ 5-6	J 积分	5-13

第六章 光测力学实验技术

§ 6-1	概述	6-1
§ 6-2	光学基本知识	6-1
§ 6-3	平面光弹实验技术	6-7
§ 6-4	平面光弹性应力计算	6-18
§ 6-5	材料与模型的制作	6-25
§ 6-6	三维光弹性实验的冻结切片法	6-30
§ 6-7	贴片光弹性法简介	6-34
§ 6-8	云纹法	6-40
§ 6-9	全息干涉法	6-50
§ 6-10	散斑干涉法	6-57
§ 6-11	光测图象处理技术基础	6-63

第七章 非电量电测实验技术

§ 7-1	概述	7-1
§ 7-2	电阻应变片	7-2

§ 7-3	应变测量装置	7-9
§ 7-4	记录器	7-26
§ 7-5	应变测量基本技术	7-51
§ 7-6	动态参数测量技术	7-72
§ 7-7	误差理论基础	7-88
§ 7-8	随机数据处理技术基础	7-110
第八章 生物固体力学基础		
§ 8-1	概述	8-1
§ 8-2	骨骼固体力学	8-2
§ 8-3	软组织力学	8-30
§ 8-4	关节骨骼力学	8-46
§ 8-5	骨骼结构力学	8-51
§ 8-6	活体的生物力学研究	8-63
§ 8-7	生物控制理论基础简介	8-71

第一章 生物固体力学的特点、 任务和应用

§ 1-1 生物固体力学的特点

生物学和力学都是二门相当古老的学科，各自在长时间内形成了自己独立的完整理论。然而，生物学是研究生命现象的科学，力学却是研究无生命的工程材料与结构。生物学是从整体水平、细胞水平、分子水平等不同层次去研究人体、动植物、微生物直至细胞蛋白、核酸的生命现象，它过去只是从整体分类、比较的研究到解剖分析从形态、组织、胚胎、细胞的观察到活体的器质、功能、生理、病理、神经生理和神经病理的研究，直至近年来已经深入到似如发现核酸分子的双螺旋形结构和人工合成胰岛素的分子、量子的水平。而力学在长时期中主要研究无生命物体的受力、变形、位移失稳、断裂等方面的宏观现象，并研究其在外力作用下的运动规律。近些年来，力学已深入到探讨物质结构的微观阶段，出现统计力学和量子力学，同时它又扩展到宇宙中的天体力学，力学是研究物体运动的科学，它以实验为手段，数学为计算工具，形成一门理论上成熟、严谨的基础学科。所以，生物学和力学的交叉、渗透，结合就使小至核糖核酸，大至人体的一切生命体的运动、发展、变化，赋予力学的观点和方法，使复杂的生命运动形式，建立于最基本的力学运动规律之上，加以数学、力学形式的定量描述，使人们更加深入了解生命运动规律，从而自觉地适应、运用、发展，去为社会谋福利，增进人类的健康、长寿。

§ 1-2 生物固体力学的分支

生物力学在近十多年采有了较快的发展，从而逐渐形成自己的独立体系。从现有的大量科研报告和研究论文来看生物固体力学的

类别可以粗略分为下面几个方面：

一、微观生物力学

它研究核酸、核苷酸、氨基酸、蛋白质、细胞器、生物膜等生物微观体的结构发展变化和其力学运动关系，并阐明生物大分子结构的排列组合的构成和分裂的内在关系。目前已发现的四种力，即引力、电磁力，弱作用力和强作用力，都可能是生物力。其对生物分子的发展变化起某种作用。这方面的工作将随分子生物学的开展而深入。以细胞力学而言，有一种理论，即红细胞的变形和破裂和溶血性贫血有关。红细胞在微血管内游动，是受到各种内外力作用的，当内压力大于外压力，红细胞就会破裂而丧失其性能构成溶血的问题。

二、生物材料力学

这是研究生物固体材料的弹性，弹塑性，粘弹性、粘塑性的材料力学性质，例如骨骼、肌肉、血管、皮肤、韧带、肌腱、关节等力学性能。当然，被测生物体多数是在离体情况下进行的。但应保持它的新鲜性，尽量接近于生理状态下进行弹性模量、泊桑比等参数的测定。这样，一方面可以了解生物材料性能，有利于病理、临床分析正常态和病态的差异，另一方面也为制作人工脏器、人造反人造血管、人造骨、人造关节等提供数据资料。

三、生物结构力学

这是研究生物体内各部份组织器官构造，形态生理功能和力学参数之间关系，或者是力学参数在生物体各部分结构中的传播规律和分布状况，有助于人们对人体结构的了解，也同样有助于解剖、生理、病理、临床探索正常态和病态结构的机理和标志。此外，通过生物结构力学的研究，有助于力学仿生，以便进行优化的仿生设计。这里包括两个方面的问题，一是仿造人体人造器官，将其移植人体内取代人体原有器官而维持人体生命，这种例子不胜枚举，除了人脑以外均有进行过尝试。二是人们从人体器官的优化结构中得到启发，去设计工程产品服务于人类，例如飞机上采用的蜂窝结构

就是从蜂窝的六角形优化设计成最佳应力分布，使用材料节省、结构轻便，又如仿造大腿骨结构仿生设计的起重机；模仿头盖骨设计成无支柱的薄壳屋顶；仿造背椎柱结构而设计的电视塔支架等等。

四、生物运动力学

这是研究生物体在各种活动和体育运动过程中的运动反应和动力反应，通过计算或实验研究适应于人体生理、结构、功能的各种姿态下的运动规律，供以动作选择、确定以及运动员体型、尺寸比例的挑选依据，似如跑步、跳高、跳远、体操、游泳……此外在体育医疗上也可得到应用，通过适当的体育动作治疗身体某些部位组织的创伤，故而，在国际奥林匹克运动委员会设有生物力学等研究所，各种体育运动都由教练、医生和生物力学工作者结合组成的机构共同研究，似如我国华山医院也设置创伤研究室和治疗机构，国家体委也分别在北京、上海等地设置体育科学研究所，并设有运动医学期刊，进行这方面的研究工作，近廿多年来宇航医学的发展对这方面更提出较高的要求，研究失重和超重的宇航环境对人体的影响。

五、生物计算力学

由于生物材料性质和生物体复合结构的复杂性，采用经典的弹性力学、塑性理论板壳理论来研究生物体的力学问题，由于各向异性、变断面、变密度、变模量、复合结构等等因素而发生颇大困难因而，人们设法利用电子计算机为工具进行似如有限元单元法之类的数值法求解，从而构成生物计算力学（包括流体和固体力学两个方面。）

六、生物实验力学

用力学的观点、理论赋予生命体的研究结果都有待于实验的验证，生物计算力学数值解也是建立在生物体抽象简化的力学模型基础上进行数值计算的，正确的力学模型才有可能得到准确的解答，反之，也必然产生谬误，所以人们近年来千方百计地从事于生命体各方面的实验研究，以获得符合实际的研究结果，用于人类谋幸福另方面也为生命体力学理论的建立提供可靠的科学数据，目前在生

物实验力学中采用的手段是电、光、磁、声、机械等多方面的新技术。特别是实验力学中的非电量电测技术，光测力学中的光弹性技术，激光全息技术，云纹和激光散斑，以及信息处理技术是颇有成效的力学实验工具，也正逐步被运用到生物实验力学的研究中去。

§ 1—3 生物力学和生物医学工程

生物医学工程萌芽于40年代，50年代形成雏型，60年代形成独立体系而得到发展，70年代后迅速发展陆续开花结成硕果，得到世界各国的重视。生物医学工程应用了现代自然科学和工程技术科学来研究生物医学上的问题。例如目前已有些人体内移植埋藏着人工脏器（人造心脏、人造肝、人造血管、人工假肢）在生活和工作从事各种工作和活动。这些都是生物医学工程的开花硕果。然而，生物力学是生命科学的理论基础之一，它应用到医疗保护就成为生物医学工程的理论基础之一。

生物固体力学与生物医学工程在下面各个方面表现密切联系：

1. 生物力学已作为生物医学工程的理论基础，而且已深入到人体各个器官、组织，例如专门研究力学的的心脏力学，研究血管材料的血管力学，研究眼球的眼球力学，研究骨骼的骨骼力学……总之，人体解剖学上的每个系统，如血循环，呼吸、泌尿、神经、骨骼、肌肉、关节等都有相应的力学分析，每个器官如肺、肝心、肾、眼、鼻……都有各目的力学研究。

2. 生物材料力学和生物医学工程更是紧密相联。为了制造人造脏器必须有生物医学材料，例如天然橡胶、丝绸、纤维材料的天然高分子材料；塑料、合成纤维、医用胶之类的合成高分子材料；又如陶瓷、活性炭之无机非金属材料 and 制造医用仪表的各种金属材料。并且，在这些材料的基础上，仿制各种人体管道和人工脏器，例如人造皮、人造耳膜、人造肝管、尿管、卵管、食管、气管、血管；又如心、肾、肝、肺、胰、脾等人工脏器及移植入体内亦已进行；多自由度的假手假脚亦已研制。然而，这些人工器官、脏器都需生物材料力学研究作为基础，此外，尚需考虑材料和人体的相容

性问题。因为人体上的肌肉、关节、皮肤、血管有张力、粘性、蠕变、松弛等的力学问题需要研究测定的。

§ 1-4 生物力学发展史简介

生物力学萌芽是很早的，Harvey 在 1615 年发现了血液循环，Malpighi 直至 1661 年才发现微血管，Borelli 是意大利的数学家和天文学家，他在 1608 年写了《论动物的运动》一书成功地阐明肌肉的运动和动物自身的运动，讨论了鸟飞、鱼游、心脏和肠的运动，L. 伽伐尼于 1797 年进行放电导致蛙收缩实验被人们堪称为“生物工程之父”的 Von Helmholtz 发现，眼的聚焦机理，写出彩色视觉的三色理论；发明了晶状体镜来研究眼球内晶体的变化，发明了眼底镜来观察视网膜；研究了听觉的机理并发明了 Helmholtz 共振仪，他的著作“声调的感受”至今仍广为流传，他还第一次测定神经脉冲的传播速度为 30 米/秒，并指出，肌肉收缩所释放的热是动物热的重要来源，1895 年伦琴发现 X 射线以后，对生物结构研究而应用到临床和诊断，逐步使人们意识到骨骼是因肌肉收缩而起作用的杠杆，哺乳动物心脏起着人体血液循环液泵的作用，近年来，生物力学为生理学家、医生和工程技术人员共同感到兴趣的内容，Hill 和 Krogh 分别在肌肉力学和微循环动力学方面研究的创见获得了诺贝尔奖金。

实际上，自古代至今，人们在生活、工作中都自觉不自觉地利用力学基本原理，只是后来的听诊器、助听器、X 射线、电子计算机、激光等等新技术的发明，促使人们对生命体中的力学现象和规律加深认识，加上研究结果有助于人类健康、生命、长寿，这种生命紧迫感更推动了生物力学学科的迅速发展，目前，美国、英国、日本、加拿大、苏联等国都有许多大学研究所在从事生物力学的研究工作，例如美国加州大学圣地亚哥分校以冯元桢教授为首的生物力学研究机构就在廿多年来做了大量的研究成果而闻名于世界，国际上也开过多次生物力学学术交流会和创办了多种生物力学期刊杂志，我国从 70 年代末期，在冯元桢教授热情指导帮助下，不少单

位陆续进行这方面的研究工作，1980年10月在北京召开我国第一届生物医学工程学术交流会，1981年7月在上海召开我国第一届生物力学学术交流会。1984年5月在济南召开全国第二届生物医学工程学术交流会；1985年11月在太原召开全国第二届生物力学学术交流会。会议的进程和论文内容反映了我国工程界、力学界、医学界等方面相结合组成一支新兴的生物力学研究队伍，分别在骨骼结构、骨骼性质和心血管动力学等方面作出初步研究成果。而且在高等学校里，也开设了不同程度的生物力学课程，招收这方面的博士生，硕士生，积极培养这方面的科学技术人材。

第二章 弹性力学基础

§ 2-1 概述

弹性力学是讨论固体材料中的理想弹性的固体材料弹性变形阶段的力学问题。或者说它和材料力学一样。也是研究弹性体在外力、温度变化和边界约束变动等作用时的应力和变形的一门科学。只不过是材料力学所研究的对象只限于象梁、柱和传动轴这一类杆状物体。它的外形特点是长度比宽度和高度要大得多。并且。材料力学主要是采用简化的用初等理论可以描述的工程问题的数学模型加以研究。对于工程中普遍存在的似如汽轮机转子的叶轮。水坝等非杆状物体。材料力学就无能为力。只能依靠弹性力学采用较精确的数学模型加以分析。描述。



图 2-1 带孔拉伸板

又如研究具有铆钉孔的拉杆时。在材料力学中通常假定拉应力孔中心净横截面均匀分布进行分析。计算。然而。实际的情况却是在铆钉孔边附近区域内将出现数值很大的应力集中现象。即孔边的应力大好几倍。这种孔边应力集中的定量分析。只能用弹性力学的方法加以探讨。其他似如非圆截面杆的扭转。两个弹性体之间的接触应力以及板和壳的弯曲等等问题也是一样。必须也依靠弹性力学

采用较精确的数学模型的方法才能解决。

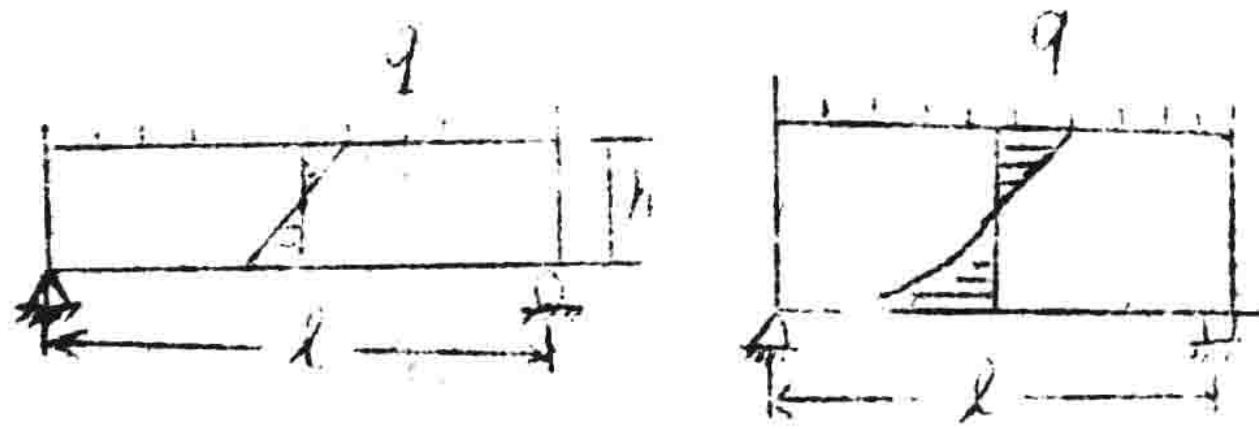


图 2-2 一直梁弯曲

此外，在材料力学中，为了简化计算，往往引用了似如图 2 所示直梁弯曲中的“平面截面”假设，从而得到直梁横截面上正应力按直线分布的结论。然而，这个结论是带有一定程度的局限性和近似性的，因为只有当梁的跨度 l 比高度 h 大得多时，上述结论才与实际情况接近。否则，横截面上的正应力就不是按直线分布，而是按曲线规律分布，这正是弹性力学更具有一般性的精确研究所描述的结果。

所以，我们说弹性力学是材料力学的继续和发展，它是研究弹性体的应力和变形问题的强有力武器。目前，弹性力学的基本原理和内容，已广泛应用于航空、造船、土建、机械等工程技术领域中而且它也成为生物力学、复合材料力学、断裂力学等新兴或边缘学料的必要理论基础。

虽然，弹性力学研究的对象更为广泛，处理问题的方法也更为严密。然而，由于客观存在的物体是多种多样，矛盾交错复杂的，必须区别本质和非本质的，主要和次要的因素，才有可能着手处理问题。所以，弹性力学还是研究有一定前提条件的物体，经过人们长期的生产斗争和科学实验的实践，提出下面几个基本假设：

1. 物体的连续性。假定物体内部都填满物质，不留任何空隙这样，表征物体任意点的应力、应变和位移量等可以用坐标的连续函数来表示。

2. 物体的均匀性。认为物体内各点介质的力学特性相同，因此，反映物体力学性质的参数（如弹性模量和泊桑比）就不随坐标位置而变化。

3. 物体的各向同性。这意味着物体各点的力学性质在各个方向上都相同。

4. 物体的线弹性。限于研究具有在引起线性变形的外力去除后能够完全恢复原状的线弹性体。

5. 物体的小变形性。这就是说在外力作用下的物体的变形和位移值，与物体几何尺寸相比是很微小的，以致于可以不考虑因变形而引起的尺寸变化。

6. 物体的零应力状态。即在外力作用以前，物体内各点应力均为零。

§ 2. 2 外力、应力、应变和位移

外力——作用在物体上的外力可分为表面力和体积力。面力就作用在物体表面上的力，似如风力、静水压力、两固体间接触力等

以单位面积上的面力在直角坐标轴上的三个投影 \bar{X} 、 \bar{Y} 、 \bar{Z} 表示该面力分量。体力就是分布在物体整个体积内部的力，似如物体自重、磁力和惯性力等，物体内各点的体力有可能是不相同的，用一点的单位体积内所作用的体力以它在直角坐标轴方向上的三个投影 X 、 Y 、 Z 表示其体力分量。

应力——物体受到外力作用后，必将在其内部引起应力。物体内一点的应力状态是取出该点一个无穷小的正六面体——单元体如图所示应力状况表示之。

图2—3所示，正应力 σ_x 表示其作用面与 X 轴垂直，方向沿着 X 方向。剪应力 τ_{yz} 的前一个下标表示它的作用面与 Y 轴垂直，后一个下标表示它的作用方向与 Z 轴方向平行，其余类推。

所以，每一点（或每一个单元体）有九个应力分量。它们在坐标变换时，服从一定坐标变换式的九个数所定义的量——二阶张量称为应力张量，它完全确定了一点的应力状态。

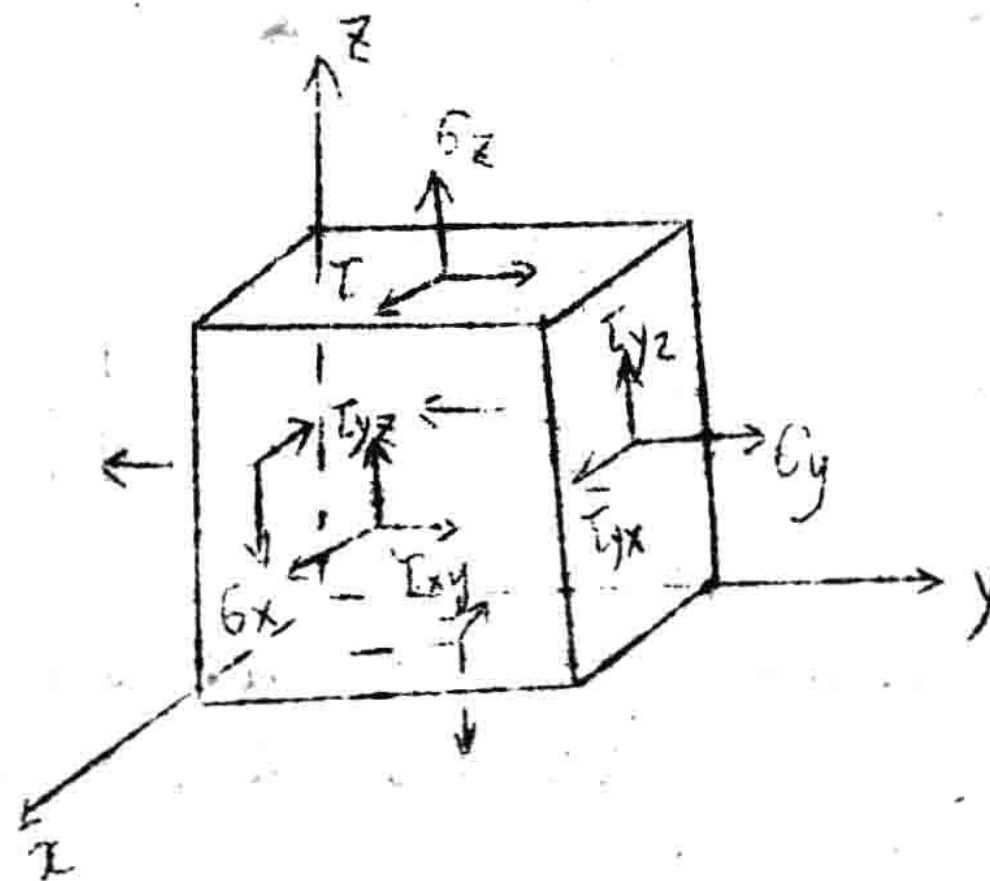


图 2-3 单元体应力状态

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

应变——单元体受力后，它的形状与尺寸发生如图所示的长度和角度的改变。

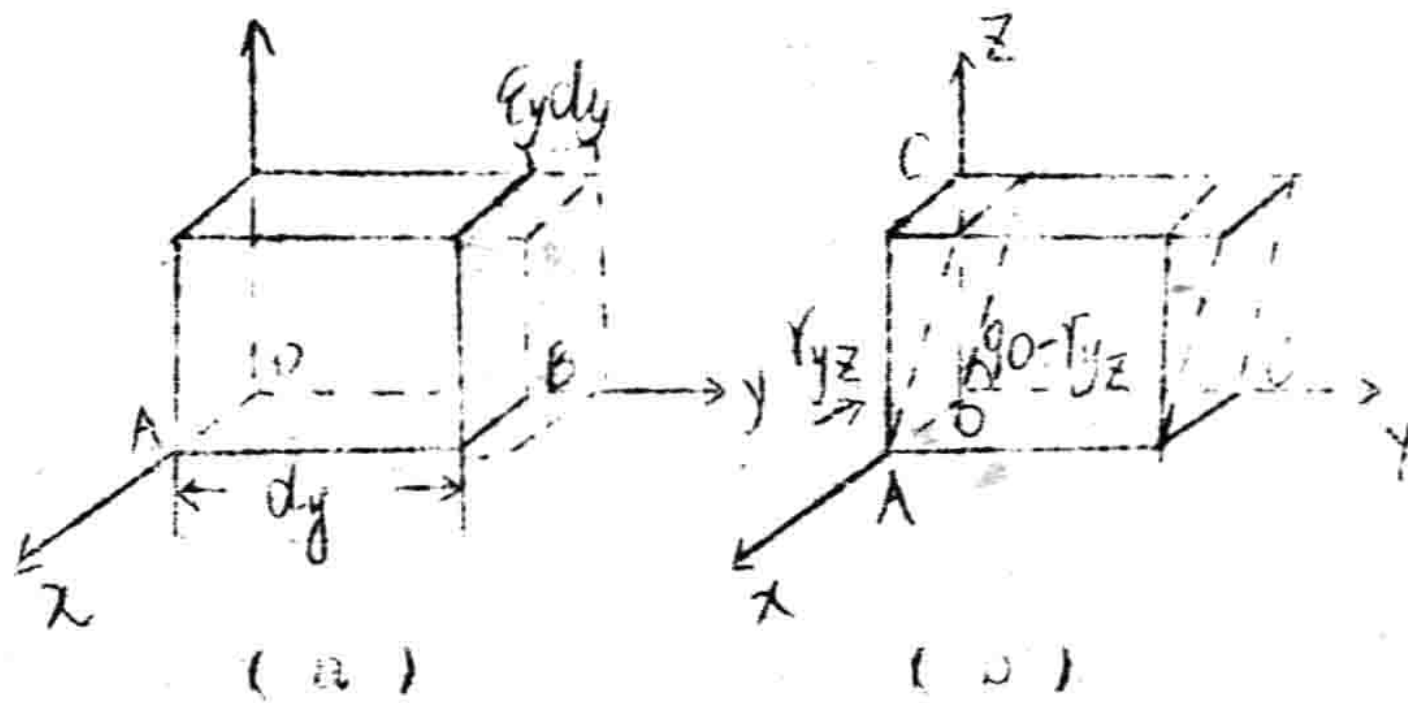


图 2-4 单元体变形图

在一线段单位长度的伸长或缩短叫做正应变或线应变。即

$$\varepsilon = \lim_{l_0 \rightarrow 0} \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \text{它的下标表示线段的坐标轴方向。}$$

原为直角的任意两个线段之间直角的角度改变叫做剪应变或角应变，即 $\gamma = \angle BAC - \angle B'A'C'$ ，它的两个下标表示两个线段原来的坐标轴方向。

正应变以伸长为正，缩短为负；剪应变以使直角变小时为正，反之为负。它们都是表示相对变形而呈无量纲。所以，可以用应变张量描述一点应变状态，即

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ -\gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

位移——物体受力后，内部各点发生图2-5所示的位置的移动。

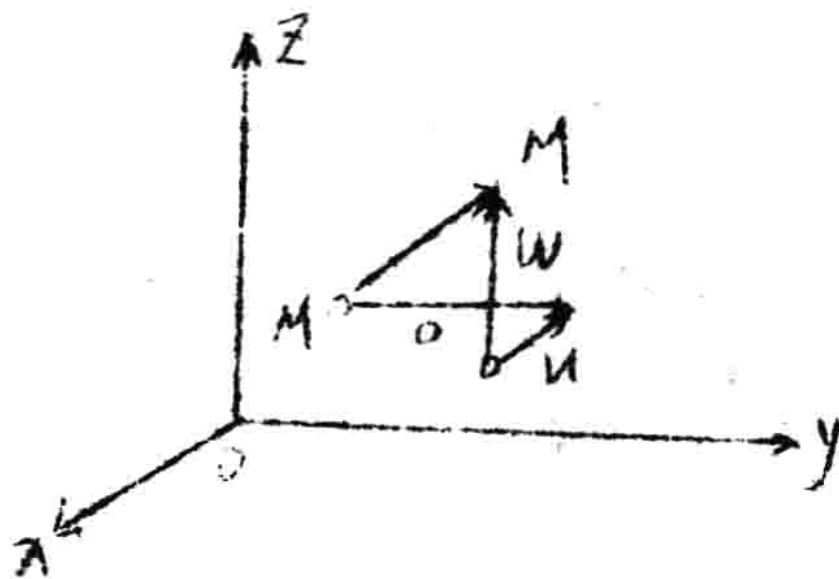


图 2-5 位移分量

我们用带箭头的线段(矢量) mm' 来表示它的位移。当然, 物体内任一点位移, 也是用它在直角坐标轴三个方向上的投影来表示。记以 u 、 v 、 w , 称为一点位移分量。

§ 2—3 弹性力学平面问题的基本方程

严格地说, 任何一个弹性体都是空间的物体, 外力作用下弹性体内各点的应力, 应变和位移分量也尽不相同。然而, 当物体具有某种特殊形状和受到某种特殊外力作用时, 则物体所受的外力及其应力力值都和某一坐标轴无关, 这类问题称为弹性力学平面问题或简称为弹性平面问题, 平面问题比空间问题来得简单, 但又是弹性力学中最基本的内容。

平面问题又分为两类: 图 2—6 (a) 所示的平面应力问题和图 6 (b) 所示的平面应变问题。

平面应力问题——似如薄板梁、墙梁、平面链条、砂轮、水泵汽轮机叶轮等一类物体, 具有几何形状都是很薄的等厚度薄板; 外力平行于板面作用在板的周边上的共同特点, 显然, 在薄板两侧表面上并不受力, 即有

$$\begin{aligned} \sigma_z|_{z=0} = 0, \quad \tau_{zx}|_{z=0} = 0, \quad \tau_{zy}|_{z=0} = 0, \\ \sigma_z|_{z=t} = 0, \quad \tau_{zx}|_{z=t} = 0, \quad \tau_{zy}|_{z=t} = 0, \\ \sigma_z|_{z=-t} = 0, \quad \tau_{zx}|_{z=-t} = 0, \quad \tau_{zy}|_{z=-t} = 0, \end{aligned}$$

由于是薄板, 此而可以推论薄板内各点

$$\sigma_z = 0, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = 0, \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0,$$

所以, 平面应力问题只留下 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 三个应力分量, 同理, 相应的应变分量为 ϵ_x 、 ϵ_y 、 γ_{xy} , 位移分量为 u 和 v , 它们都仅仅是 x 、 y 的函数, 但是 $\epsilon_z \neq 0$, $w \neq 0$, 这一点和 $\sigma_z = 0$ 有所不同。