

# 傳 热 学

克·特·伏斯克雷辛斯基著

飞 跃 译

内部资料·注意保存

中国科学院原子核科学委员会編輯委员会編

## 序 言

傳热是研究热傳遞的过程。共有三种傳遞机构：导热，对流和热輻射。

导热仅发生在热不平衡的物体中。对流永远发生在有运动的物质中，它被周圍不运动的介质所加热。热輻射的特征是热物体内的热能轉化成輻射能傳遞出去遇到其他物体又轉化成热能。

在工业設備中常同时存在二种或三种热傳遞机构。例如，反应堆活性区流道内冷却剂中同时存在对流和导热，有些情况下还有輻射换热。这种复杂的現象分成簡單的情况，而分別研究每一种的規律。

热傳遞过程是一个不平衡的热力学过程，它以一定的速度在某个具体的空間——時間条件下进行。因此傳热是不可逆热力学过程的一种，它在目前发展极快。

在新技术中热傳遞的过程，特别是在核动力中，具有极大的意义。例如，在現今反应堆中必須載出每米<sup>2</sup>每小时数百万大卡的热量。在此情况下傳热的計算是設計中的一个重要环节。

傳热学作为一門科学来发展还是最近30年的事，虽然其中个别部分在很早以前就已建立。傳热研究的系統化是在热工和物理发展了以后。很多国家的学者都参加了此門科学的研究。苏联的学者在发展傳热学方面获得了很大的成就，例如热模化方法，建立热边界层理論，研究沸騰和凝結放热，建立物体間輻射热交换的理論，研究正常工况法等等。

在研究核动力設備中的傳热过程主要是用宏观法(現象法)。此法的特点是包括物理学中的基本定律和附加上关于过程进行的某些假設，同时利用实验測定物质的热物理参数，这样可避免了研究热傳遞过程的微观机构。

利用了这种方法可得到傳热的微分或积分方程。这些方程在簡單的情况下可用分析法或数值法来求解，而在更复杂的情况下利用物理相似准則来确定，准則間的联系是建立在对过程的实验研究上。这样傳热学的研究是由理論和实验的組合。

在核动力設備中热傳遞过程是在各种各样的条件下进行的。但所有这些过程皆屬於本課程所研究的三种傳遞机构。

本参考书首先是为具有核动力专业的高等学校服务。它是米海耶夫“傳热学基础”这本教科书的补充。本参考书的内容是作为研究反应堆内特殊的傳热計算所必需的准备知識。

本书中力求在傳热学的領域内用現象法的形式来表达傳热的問題。这样加强了整个課程的邏輯性，且易于掌握，同时还可以用此法推广到各种宏观(現象)的科学領域内。

本书的另一特点是利用了由“一般到个别”和由“个别到一般”的原則。例如，因次法和相似法首先应用于簡單的导热現象，然后推广到一般形式，而最后再将它应用到对流传热的研究中。

本书化了比較大的注意力利用数学方法来描述研究热傳遞过程。这对于确定相似条件是必要的，同时也能扩大利用数学工具来研究傳热問題。

本书中对傳热中某些問題提出了一些新的看法。其中有近似估計相当直徑的应用範圍，蒸汽凝結时液相热物理参数随溫度变化的考虑等。

本书中的一部分是采用讲义式的叙述。并且尽可能增加解釋和說明。

因为这种类型的参考书还是第一次出現。因此很自然，它有很多缺点，将很高兴地接受这些方面的指正。

作者满怀感激地想起基尔比切夫 (М. В. Кирпичева) (1879~1955) 在傳热学領域内很多有意义的指示和有趣的意見。这些指示和意見影响着本书的內容。

# 目 录

## 第一章 导热理論基本問題的提出

§ 1 傅利叶微分方程式 .....	1
1 研究导热过程的现象法 (宏观法) .....	1
2 导热理論的基本概念和限制条件 .....	1
3 在导热过程中热力学第一和第二定律 .....	2
4 毕喔—傅利叶定律和导热系数 .....	5
5 导热系数 .....	5
6 傅利叶微分方程 .....	6
§ 2 导热过程的单值性条件 .....	7
1 单值性条件的意义和組成 .....	7
2 导热过程的边界条件 .....	8
3 导热理論邏輯系統图 .....	9

## 第二章 最簡單的稳定导热过程

§ 3 薄板导热 .....	10
1 第 I 类边界条件 .....	10
2 第 II 类边界条件 .....	12
3 第 III 类边界条件 .....	13
§ 4 长管壁內的导热 .....	16
1 第 I 类边界条件 .....	16
2 第 III 类边界条件和管的临界直徑 .....	17
§ 5 橫向毕喔数小的棒內导热 .....	19
1 关于在細长棒中导热問題的提出 .....	19
2 細长棒中导热的微分方程 .....	19
3 附: 溫度計管座的热力計算 .....	20

## 第三章 簡單的不稳定导热过程

§ 6 薄板的不稳定导热过程 .....	22
1 第三类边界条件問題的提出 .....	22
2 用分离变量法計算平板的受热 .....	23
3 輔助計算图表 .....	25
4 由薄板相交形成的物体內的导热 .....	26
5 毕喔数和傅利叶数对平板溫度場的影响 .....	27
6 具有內热源的平板 .....	29

7 考虑热容量和导热系数随温度的变化	31
§7 不稳定导热过程的正常工况	32
1 热正常工况的概念	32
2 不稳定导热过程正常工况的某些性质	33
3 应用正常工况实验测定物质导热系数	34
1 应用正常工况实验测定放热系数	35

## 第四章 因次法与相似法

§8 物理量的因次分析法	37
1 用比例尺度转换法将方程化成无因次方程	37
2 用物理量的因次分析法将方程化为无因次形式	38
3 $\pi$ ——定理	39
4 $\pi$ ——定理的特殊情形	40
§9 物理过程的相似法	41
1 关于物理相似的概念	41
2 相似常数法	42
3 相似法的正定理和逆定理	43
4 关于物理过程自模化的概念	44

## 第五章 对流换热基本问题的提出

§10 对流换热的微分方程	46
1 研究对流换热过程的现象法	46
2 基本概念及其限制条件	46
3 加热表面的热负荷和放热系数	47
4 对流换热过程的热力学第一定律	48
5 傅利叶-奥斯塔拉格拉斯基假设及其微分方程	50
6 流体的质量守恒定律	51
7 动量守恒定律, 关于粘滞摩擦及液体粘滞系数的牛顿定律	52
8 纳维叶-斯托克斯和盖里哥里兹微分方程	53
§11 放热过程的单值性条件	54
1 放热过程的微分方程	54
2 放热过程的单值性条件	55
3 现象法研究放热过程的逻辑系统图	55

## 第六章 流体外部强迫绕流过圆柱时的放热

§12 均匀流体外部强迫绕流过任意形状物体时放热过程的相似条件	57
1 问题的提出及其数学表示式	57
2 利用比例尺度转换法导出相似准则	58
3 利用物理量因次分析法导出相似准则	59

4 流体外部强迫绕流过物体时放热过程的相似准则	61
5 牛顿-黎赫曼 (Нюuton-Рихман) 定律	62
§ 13 流体在圆柱体外部作强迫绕流时的放热	63
1 圆柱体放热的相似条件	63
2 最简单的实验方法研究圆柱体的平均放热	64
3 圆柱放热的基本测量结果和计算公式	65

## 第七章 流体自然对流外绕流过圆柱时的放热

§ 14 流体自然对流外绕流过任何形状物体时放热过程的相似条件	67
1 问题的提出及其数学描述	67
2 把方程化为无因次形式	69
3 在自然对流下牛顿-李赫曼定律的破坏	70
4 自然对流下放热过程的相似准则	70
5 在自然对流下放热的极限条件	71
§ 15 在自然对流情况下流体外绕流过水平圆柱时的放热	72
1 在自然对流情况下流体外绕流过水平圆柱时放热过程的相似条件	72
2 测量圆柱体放热的主要结果和计算公式	73

## 第八章 边界层理论基础

§ 16 流体动力边界层理论基础	74
1 流动边界层的概念	74
2 平板绕流问题的提出	74
3 流动边界层的微分方程式	75
4 有限厚度流动边界层的方法 (卡门 Карман 方法)	76
5 平板上流动边界层的计算	77
6 所得结果的应用范围	78
§ 17 热边界层理论基础	78
1 热边界层的概念	78
2 平板放热问题的提出	78
3 热边界层的微分方程式	79
4 有限厚度的热边界层理论	80
5 在流动边界层比热边界层厚的情况下平板的放热计算 $\delta \geq K$	82
6 在热边界层比流动边界层厚 $K \geq \delta$ 的情况下的平板放热计算	83
7 所得结果的应用范围	84

## 第九章 流体在管内和通道中强迫流动时的放热

§ 18 管内放热过程的相似条件	85
1 问题的提出及其数学描述	85
2 管内放热过程的相似条件	86

3 具有 $P_r \ll 1$ , $P_r \sim 1$ 和 $P_r \gg 1$ 的流体放热过程的相似准则	89
4 管壁上有很高的热负荷的情况下气体放热的相似准则	90
<b>§ 19 流体在管内和通道内紊流放热的理论基础</b>	92
1 管内流体紊流时的傅立叶-奥斯特拉格拉斯基微分方程	92
2 流动中的热稳定	95
3 近似分析法计算管内稳定放热	98
4 热——流体动力学的类似	102
5 非圆形通道内流体运动的流动阻力和放热计算	103
<b>§ 20 实验研究管内和通道内流体紊流运动放热的基本结果</b>	108
1 研究管内局部放热的最简单的实验方法	108
2 非金属流体在管内和通道内发展紊流运动的放热	109
3 高热负荷下的气体放热	112
4 液态金属的放热	113
5 利用相当直径计算环形通道内的流动阻力和放热	114
6 不沸腾流体冷却反应堆时, 其流道的壁温计算举例	116

## 第十章 蒸汽凝结放热

<b>§ 21 垂直平板上膜层凝结放热的理论基础</b>	118
1 膜层凝结放热机构的特点	118
2 影响膜层凝结放热强度的各种因素	118
3 垂直平板上膜层凝结问题的提出和数学表示式	119
4 考虑了凝结液的热物理参数随温度变化时垂直平板上膜层凝结问题的求解法	120
<b>§ 22 非金属液体蒸汽在水平圆柱上运动时的凝结放热</b>	123
1 任务的提出	123
2 相似条件	124
3 不流动蒸汽在水平圆柱上的凝结放热	124
4 蒸汽在圆柱上运动时的凝结放热	125

## 第十一章 液体沸腾时的放热

<b>§ 23 表面沸腾时的放热机构</b>	126
1 表面沸腾放热机构的特点	126
2 受热面上蒸汽泡的产生、成长和脱离	127
3 大容积中表面沫态沸腾的放热强度和放热临界值的几个影响因素	130
<b>§ 24 大空间中沫态沸腾放热及其临界值</b>	134
1 任务的提出	134
2 相似条件	135
3 大空间中沫态沸腾的放热及其临界值	136
4 大空间沫态沸腾临界值的流体动力理论	138

## 第十二章 輻射換熱

§ 25 輻射換熱的一般概念和基本定律	139
1 現象法研究輻射換熱	139
2 一般概念和基本限制條件	139
3 輻射流密度的能量守恆定律	141
4 熱輻射平衡時的热力學第一和第二定律 (斯蒂芬-波爾茲曼和克希荷夫定律)	143
5 普朗克定律	145
6 輻射係數、吸收係數和黑度	145
7 在兩球體間輻射換熱公式的應用範圍	146

## 第十三章 換熱器

§ 26 交換式換熱器熱計算基礎	148
1 換熱器基本類型的分類。熱計算的基本假設	148
2 交換式換熱器熱計算的基本方程	148
3 平均的溫壓	150
4 載熱劑的順流和逆流比較	151
5 交換式換熱器熱計算基本問題的分類[文獻]	152
6 交換式換熱器熱計算基本問題的解法	153



# 第一章 导热理論基本問題的提出

## § 1 傅利叶微分方程式

### 1 研究导热过程的現象法

研究一般自然現象特别是导热过程的現象法具有下列特征:

1. 把介質看作是連續的——連續系統。因此我們不研究物質的微观結構和过程的微观机构。这种情况研究起来很方便，但是得到的結果是有局限性的。

2. 利用物理学基本定律对所研究过程进行数学描写，特别是利用热力学第一、第二定律来描写导热过程。不过，由于物理学基本定律不能反映某种具体物質內所固有的現象的微观机构的所有特点，此时得到的微分方程組中的未知数总是多于方程式数。

3. 研究时引入与未知数有关的补充假設，使微分方程封閉。这种假設从現象的观察中得到。現象法的名称即由此产生。法国科学家毕喔（Біо）和傅利叶（Фурье）曾于十九世紀初在导热理論中提出过这种假設。

同时，这些与未知数联系的补充假設总将伴有相应的系数。这些系数不确定，方程組仍不封閉。

4. 用实验来确定由假設所得到的方程式中相应的系数。假如这种物質相应系数的数值只取决于压强和温度，則这种系数就叫物理参数<sup>⊙</sup>。这种情况下假設即成为自然定律。在导热理論中的毕喔-傅利叶定律正是这种定律。这样，用实验确定物質的物理参数，就补偿了不研究过程的微观机构的不足。

所得到的封閉的微分方程組再补充上单值性条件，即可用数理方法或相似法和模拟法的实验方法来求解。

現象法只能用于过程所占据的体积大于微观結構的特征尺寸（例如与气体分子的自由程比較）的条件下。这个条件限制了由現象法得到結果的适用范围。

### 2 导热理論的基本概念和限制条件

在討論中考虑了現象法第一特征，我們不利用物質微观特性而引入一些导热理論的基本概念。

在下列两种条件下进行的热轉移称为导热:

- 热量不轉換成其他形式的能量，但后者可以轉換为热量;
- 物体热的部分和冷的部分沒有相互轉移;

在这样严格的条件下，純导热只在热膨胀系数很小的不透明固体內进行。大多数实际情况下，导热过程同时伴随着对流和热能变为其他形式能量的轉換（主要是轉变为輻射能和机械能）。

⊙ 各向异性物体的物理参数还取决于該点的方向，而不均匀物体的物理参数还取决于該点的坐标。

通常导热过程借助于温度场来描述，即用函数：

$$t = t(x, y, z, \tau)$$

温度场若不随时间而变化，则称为稳定温度场；若随时间而变化，称为非稳定。

经验表明，温度的分布具有连续数量场的性质。所以物体内部的等温面互不相交，同一等温面彼此相连。

实验同时指出，导热仅仅发生在热量不平衡的物体中。由于这个不平衡的特性我们在讨论中将引入温度梯度的概念。

温度梯度  $\text{grad}t$  是在给定点、给定时刻沿等温面的法线方向温度增加的速度。

所以  $\text{grad}t$  是矢量，它的方向是沿等温面的法线方向，并指向物体的较热部分。(图 1-1)

$$\text{grad}t = -\frac{\partial t}{\partial x} i + \frac{\partial t}{\partial y} j + \frac{\partial t}{\partial z} k$$

在讨论中同时引入下列各量：

**热量**  $Q$  [大卡]——在某段时间  $\tau$  小时内经过某表面积  $F$  [米<sup>2</sup>] 的热量。

**热流量**  $Q$  [大卡/小时]——单位时间内流过的热量。

**热流密度**  $\vec{q}$  [大卡/米<sup>2</sup>小时]——通过单位面积的热流量。热流密度是矢量，因为它与被确定的场的方向有关。矢量  $\vec{q}$  是能流密度矢量的特殊情况。能流密度是 H. A 烏莫夫在 1873 年首先引入的。[文献 1]

矢量  $\vec{q}$  由下面的方程来确定

$$dQ = (\vec{q}, d\vec{F})$$

这个矢量的模  $|\vec{q}| \equiv q$  叫做表面的热负荷。

根据热力学第二定律，矢量  $\vec{q}$  永远指向物体的较冷部分。如果物体是各向同性的，那么矢量  $\vec{q}$  就沿着等温面的法线方向 (图 1-1) ●

**内热源体密度**  $q_v$  [大卡/米<sup>3</sup>小时]——单位时间内单位体积放出的 ( $q_v > 0$ ) 或者吸收的 ( $q_v < 0$ ) 热量。

为了记录热流量，在下面我们将采用尤拉计算系统。这个系统的特点是：在我们要研究过程的体积内，选择一封闭的、不动的和可渗透的检验表面，观察者位于这个表面上。这个观察者记录经过检验表面的热流量。

在后面将利用如下限制条件：

——导热过程的所有特性在所研究的体积内都是坐标的连续函数；

——物体由于热变形而引起的热损耗同物体内能变化比较起来小到可以忽略，也就是导热过程是在  $V = \text{const}$  ● 的情况下发生的。

——对流换热和辐射热交换都不存在。

### 3 在导热过程中热力学第一和第二定律

考虑到现象法的第二特征来建立导热过程的第一和第二定律的表达式。

- 在各向异性的物体中，矢量  $\vec{q}$  和  $\text{grad}t$  之间的夹角不是 180° [文献 2]。
- 这个假设对于大多数刚体都能很好符合。

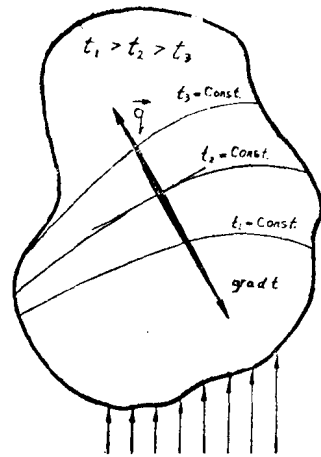


图 1-1 各向同性物体中矢量  $\vec{q}$  和  $\text{grad}t$  的分布。

我們研究受熱不平衡的，不均勻的和各向異性的物體。為了更好的研究，假定物體內各點的溫度皆隨時間的增加而升高，且在物體內沒有負熱源  $q_v \geq 0$ 。

借助於校驗面在物體中取出任意體積  $V$ 。我們不考慮體積  $V$  的外部物體，而借助於表面  $F$  上的矢量  $\vec{q}$  的某種分布來代替其他部分對體積  $V$  的熱影響。(圖2-1)

在一般情況下，這個表面上有三種類型的點子“a”“b”“c”。在點“a”熱量流入體積  $V$ ，並且  $\vec{q}$  在法綫  $\vec{n}$  上的投影是負值。

在點“b”熱量從  $V$  內流出和  $q_{nb}$  是正值；而在點“c”熱量不流過校驗面。

對體積  $V$  在小的時間間隔  $d\tau$  內的热學第一定律的方程式是

$$dQ_F + dQ_v = dU + dL \quad (1)$$

體積  $V$  所得到的熱量包括通過表面  $F$  傳入的熱量  $dQ_F$  和由內熱源產生的熱量  $dQ_v$ ，產生熱量消耗在內能的增加  $dU$  和系統所完成的機械功  $dL$  上。

根據前面的限制條件，在這裡研究的是定容熱轉移過程。所以

$$dL = 0 \quad (2)$$

另外，熱量  $dQ_F$  等於經過  $F_a$ ， $F_b$  和  $F_c$  的熱量的代數和。

$$dQ_F = dQ_{F_a} - dQ_{F_b} - dQ_{F_c}$$

$F_a$ ， $F_b$  和  $F_c$  是面的各個部分。又

$$dQ_{F_a} = d\tau \int_{F_a} (\vec{q}, d\vec{F}) = - d\tau \int_{F_a} q_n dF;$$

$$dQ_{F_b} = d\tau \int_{F_b} q_n dF;$$

$$dQ_{F_c} = d\tau \int_{F_c} q_n dF = 0$$

所以 
$$dQ_F = -d\tau \int_{F_a} q_n dF - d\tau \int_{F_b} q_n dF - d\tau \int_{F_c} q_n dF$$

因為 
$$F_a + F_b + F_c = F,$$

則 
$$dQ_F = -d\tau \oint_F q_n dF$$

根據奧斯特洛格拉得斯基定理

$$\oint_F q_n dF = \int_V \operatorname{div} \vec{q} dv$$

所以

● 引入對於任意形狀體積的數理方程的概念是奧斯特洛格拉得斯基提出的。

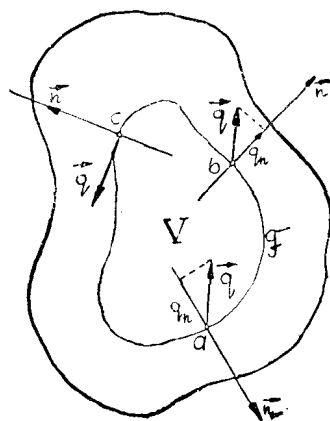


圖2-1 热學第一定律方程式的推导。

$$dQ_F = -d\tau \int_V \operatorname{div} \vec{q} \, dv \quad (3)$$

从内热源体密度的定义得到:

$$dQ_V = d\tau \int_V q_V \, dv \quad (4)$$

在  $d\tau$  时间内体积  $V$  中内能的增加:

$$dU = \int_V du \, dv$$

其中  $u$  是单位体积的内能, 而  $dv$  是固定的体积元。从热力学可知, 物体的内能是其热力状态参数的函数[文献 39]

$$u = u(T, v)$$

因此

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

这里研究的是定容导热过程, 所以  $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv = 0$ 。此外根据定义, 量  $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$  是定容下单位体积的热容量

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \equiv C_v [\text{大卡}/\text{米}^3 \text{度}]$$

所以

$$du = C_v dT = C_v \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau$$

和

$$dU = d\tau \int_V C_v \frac{\partial T}{\partial \tau} \, dv \quad (5)$$

将(2), (3), (4)和(5)代入(1)式, 得

$$d\tau \int_V (C_v \frac{\partial T}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{q} - q_V) \, dv = 0$$

前面曾經提到, 体积  $V$  是任意的, 且所有的过程特性是坐标的連續函数。在这样的条件下, 只有体积的表达式等于零时最后的积分才等于零。因此

$$C_v \frac{\partial T}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{q} - q_V = 0 \quad (1-1)$$

于是, 我們得到了在热能沒有轉換成其他形式的能量的情况下, 定容导热过程热力学第一定律的微分方程。

方程(1-1)是能量傳遞过程的烏莫夫 (H. A. УМОВ) 微分方程的特殊情形。[文献 1]

方程(1-1)含有五个未知量——温度  $T$ , 矢量  $\vec{q}$  的三个分量和热容  $C_v$ 。

导热过程的热力学第二定律表达式是普朗克 (M. ПЛАНК) 以下面不等式的形式給出的 [文献 4]

$$(\vec{q}, \operatorname{grad} T) < 0$$

普朗克不等式表明矢量  $\vec{q}$  与  $\operatorname{grad} T$  的夹角  $\varphi$  在区間  $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{3}{2}\pi$  内。

因此矢量  $\vec{q}$  永远指向物体較冷的部分。

利用热力学第一, 第二定律不能夠得到导热过程的完整的数学描写: 第一定律导出一个含五个未知数的方程, 而第二定律仅指出了过程进行的方向, 并没有給出补充的方程。

#### 4 毕喔-傅利叶定律和导热系数

考虑到现象法的第三特征，必须引入一个假设。这个假设是方程 (1-1) 中未知量  $T$  和  $\vec{q}$  之间的补充关系。

毕喔和傅利叶提出了这样的假设：给定点和给定时刻的导热热流密度矢量  $\vec{q}$  正比于同一点与同一时刻的温度梯度  $\text{grad}t$

$$\vec{q} \sim \text{grad}t$$

大量实验证实了这个假设的正确性。同时指出，如果给定了物质的稳定热力学状态，则给定物质的比例系数是一个定值。（在实验精确度的范围内）因而用实验方法确定的比例系数是物质的物理参数。这个物理参数表示了物质的导热能力。因此它叫做导热系数，通常用  $\lambda$  [大卡/米·小时·度] 来表示。

目前毕喔-傅利叶假设是自然规律，它写成方程 (2-1) 的形式：

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad}t \quad (2-1)$$

在讨论时，物理参数通常取正数。为了满足这个要求，并考虑到矢量  $\vec{q}$  与  $\text{grad}t$  的方向相反，在方程 (2-1) 右边加以负号。目前对宏观近似是正确的条件下所发生的导热过程，没有一种情况是不符合毕喔-傅利叶定律的。但是这并不意味着在以后也不会发生。

热力学第一定律的方程 (1-1) 和毕喔-傅利叶定律 (2-1) 组成带有六个未知量  $t, q_x, q_y, q_z, \lambda, C_p$  的四个方程组。

#### 5 导热系数

按照现象法的第四特征必须用实验方法来确定每种物质的导热系数与它的热力学状态参数（通常是温度  $T$  与压力  $P$ ）之间的关系。目前实验确定  $\lambda$  的一系列方法（这些方法的概述见文献 6）已经知道。这些方法大多是建立在测量被研究物质中矢量  $\vec{q}$  与  $\text{grad}t$  之模的基础上，而这种物质做成简单的几何形状，那末由这些模的比值就确定了导热系数

$$\lambda = \frac{|\vec{q}|}{|\text{grad}t|} \quad [\text{大卡/米} \cdot \text{小时} \cdot \text{度}]$$

测量的结果列在表中（例如文献 7 或文献 8）这些结果都利用在导热过程的计算中。

各种物质  $\lambda$  值的数量级如图 3-1 所示 [文献 9]

气体的  $\lambda$  值在  $5 \cdot 10^{-3}$  [大卡/米·小时·度]（三氟甲烷的蒸汽）到  $5 \cdot 10^{-1}$  [大卡/米·小时·度]（高温下的氢气）之间变化， $\lambda$  值随温度增加而增加，而实际中在很大的压力范围内（从 0.3 到  $2 \times 10^3$  公斤/厘米<sup>2</sup>）几乎与压力无关。

液体的  $\lambda$  值在  $8 \cdot 10^{-3}$ （油）到 0.6（水）之间，通常它随温度增加而降低，而实际上与压力无关。

金属的  $\lambda$  值在 7 (*Bi*) 到 360 (*Ag*) 之间，随着温度的增加而缓慢的降低且与压力无关。其中， $C_u \rightarrow \lambda \approx 340$ ;  $F_e \rightarrow \lambda \approx 50$ ;  $Al \rightarrow \lambda \approx 200$

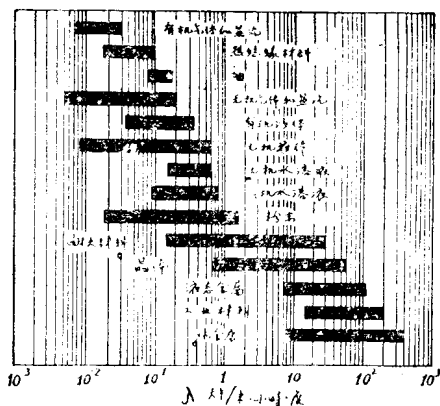


图3-1 不同物质导热系数的数量级。 [文献 9]

在非均匀物质中，导热系数与点的坐标有关，而在各向异性的物质中（例如石墨）还与方向有关。各向异性的物质中有三个方向，沿着这些方向实验测定导热系数，这些方向叫做传导性的主軸。如果以传导性主軸作为坐标軸  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )，则对于各向异性的物质 傅利叶定律成为下面的形式〔文献10〕

$$q_i = -\lambda_i \frac{\partial t}{\partial x_i}$$

在一般情况下  $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$

同样，用实验方法可以确定比热  $C_V$  的值。

## 6 傅利叶微分方程

方程组(1-1) 和 (2-1) 是封闭的，它还含有四个未知数  $t$ ,  $q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_z$ 。因为要用温度场来描述导热过程，所以通常都从这些方程中消去  $\vec{q}$ ，把 (2-1) 代入 (1-1) 就得到傅利叶微分方程

$$C_V \frac{\partial t}{\partial \tau} = \text{div} \text{grad} t + q_V \quad (3-1)$$

方程式 (3-1) 描述各向异性和不均匀物体中的定容导热过程，这些物体的物理性质，像  $C_V$ ,  $\lambda$  以及  $q_V$  在过程占据的容积内都是不断变化的，同时， $C_V$ ,  $\lambda$  和  $q_V$  还与温度有关<sup>①</sup>。

因此方程 (3-1) 是非线性的，用分析法求它的积分遇到极大的困难。

但是在实际中，经常遇到的是均匀的，各向同性的物体，这些物体的热容量  $C_V$  和导热系数  $\lambda$  可以近似看成常数，即  $C_V = \text{const}$ ,  $\lambda = \text{const}$ 。这就是说，在一定温度变化范围内， $C_V$  和  $\lambda$  的改变与它们在这段间隔的平均值相比较，可以忽略 (图4-1)

$$\Delta C_V \ll C_{VCP} \quad \text{和} \quad \Delta \lambda \ll \lambda_{CP}$$

在这种情况下，傅利叶方程显著地简化即得到以下形式

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + q_V / C_V \quad (4-1)$$

量  $a \equiv \lambda / C_V$  [米<sup>2</sup>/小时] 称为导温系数，这个物理参数表示物体温度趋于平衡的能力。

导温系数的变化范围从油的  $5 \times 10^{-1}$  到银的 0.7 之间。

方程 (4-1) 是含有二阶偏微分的抛物线型线性微分方程，对于不同情况下的介还有待详细研究。

对于各向异性的物体，傅利叶方程具有下面的形式

$$C_V \frac{\partial t}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda_i \frac{\partial t}{\partial x_i} + q_V \quad (5-1)$$

① 从方程 (1-1) 和 (2-1) 也可以消去温度而得到向量场  $\vec{q}$  的微分方程。更详细地讨论请看下文。

② 因为研究的是定容导热过程，故物质的第二个热力学状态参数取消了， $\lambda$  和  $q_V$  只含有热力学状态参数  $t$ 。

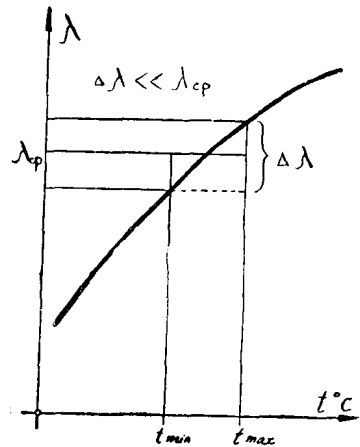


图4-1 导热系数接近常数的条件。

如果在各向异性的物体中， $\lambda$  和  $C_v$  与温度无关，则可以借助变换[文献2]

$$x_i = x'_i \sqrt{a}$$

最后的方程也变成上面的(4-1)。这里  $x'_i$  是新坐标值。

在必须求得矢量场  $\vec{q}$  的情况下，需要从方程(1-1)和(2-1)中消去温度，仅当物理参数  $\lambda$  和  $C_v$  为常数，且内热源密度  $q_v$  与温度无关时，这一点才能实现。对方程(1-1)取梯度 grad，得到

$$C_v \frac{\partial}{\partial \tau} \text{grad} t = -\text{grad div} \vec{q} + \text{grad} q_v \quad (1)$$

除此而外，由毕渥——傅利叶定律还应该

$$\text{grad} t = -\frac{\vec{q}}{\lambda} \quad (2)$$

把(2)代入(1)变换以后得到矢量方程

$$-\frac{1}{a} \frac{\partial \vec{q}}{\partial \tau} = \text{grad div} \vec{q} - \text{grad} q_v \quad (6-1)$$

它描述了均匀的各向同性物体中的矢量场  $\vec{q}$ ，方程(6-1)与(3-1)，(4-1)相比研究得还远远不够。

## §2 导热过程的单值性条件

### 1 单值性条件的意义和组成

每一导热过程以及对它有影响的邻近过程都是在具体的情况下进行的，也就是在一定的物质内，在一定的时间和空间内进行的。

可是傅利叶方程没有考虑到这些特殊性，因为物理学的基本定律只是反映所有导热过程所具有的一般现象，因而傅利叶方程能描述很多过程且有很多解，为了从这些一般过程中求出具体过程的解，必须引出单值性条件。

单值性条件包含有几何的，物理的，时间的和边界的条件。[文献11]

**几何条件**以数和方程的形式给出所研究过程进行范围的大小和形状，同时给出对于物体表面来说导热性主轴的确切方向。(对各向异性的物质)

**物理条件**给出了与研究过程有关的所有物理参数的数值，也就是说引入傅利叶方程和边界条件的物理参数。除此而外物理条件还给出内热源情况，即它的存在，大小，符号和分布。

**时间条件**给出在一定时间内过程进行的特点，(例如：给出过程是稳定还是非稳定的，初始温度的分布情况等等)。

**边界条件**给出一定容积的边界上过程进行的特点。边界条件反映所研究的过程与对它有影响的邻近过程的交互作用。

如果在给定的单值性条件下有唯一的稳定的解，那就是说，提出的问题是足够严格的。

必须注意：用宏观理论研究导热可能导出热量以无穷大的速度散布[文献12] (这个理论缺陷的原因至今还不清楚)。

## 2 导热过程的边界条件

边界条件给出在一定容积的边界上过程进行的特点。实际中发现有几类特征，但是它们都是所研究的过程与它邻近过程的温度场连续的情况。两个相互接触过程表面上场的连续是通过能量守恒定律来实现的(图5-1)

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial n} \Big|_{n=0} = \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial n} \Big|_{n=+0} \quad (7-1)$$

两个温度场联接的第二个条件是由这些场在表面  $F$  上的连续性得到的。

$$t_1 \Big|_{n=0} = t_2 \Big|_{n=0} \quad (8-1)$$

由连续条件(7-1)和(8-1)得出在实践中最常碰到的和在数学物理中研究得最多的三类边界条件。

第一类边界条件给出物体表面的温度分布，也就是给出函数

$$t_F = t_F(\vec{l}_F, \tau) \quad (9-1)$$

在这种条件下需要确定的是物体内部的温度场，也就是确定函数  $t = t(\vec{l}, \tau)$

第二类边界条件给出物体表面热负荷  $q_F$  的分布，也就是给出函数

$$-\lambda_F \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{n=0} = q_F(\vec{l}, \tau) \quad (10-1)$$

为了确定所研究状况的温度场必须至少给出物体中任意一点的温度值。

此外，物体表面  $F$  热负荷  $q_F$  的分布应当满足用积分形式写出的热力学第一定律的方程式

$$\oint q_F dF = \int_V (q_v - C_v \frac{\partial t}{\partial \tau}) dV \quad (11-1)$$

对于稳定过程上述方程可以简化为下列形式

$$\oint q_F dF = \int_V q_v dV$$

第三类边界条件给出了固体与加热或冷却该固体的流体之间热交换最简单的线性关系

$$-\lambda_F \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{n=0} = \alpha (t \Big|_{n=0} - t_{fl}) \quad (12-1)$$

式中  $\alpha$  [大卡/米<sup>2</sup>小时度] 称为放热系数。这个值表示了从固体表面向液体或气体热交换强度，在工程结构中  $\alpha$  的数值一般不超过  $10^5$  大卡/米<sup>2</sup>小时度。

在(12-1)中，固体的导热系数  $\lambda_F$ ，放热系数  $\alpha$  和液体温度  $t_{fl}$  是给出的。

通常假定  $\alpha$  和  $\lambda_F$  与温度无关且(12-1)是线性的。

根据固体和流过固体的液体之间温度场连续的条件就得到第三类边界条件

$$-\lambda_F \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{n=0} = -\lambda_{fl} \frac{\partial t_{fl}}{\partial n} \Big|_{n=+0}$$

上式的右边同时乘除温差  $t \Big|_{n=0} - t_{fl}$  得到

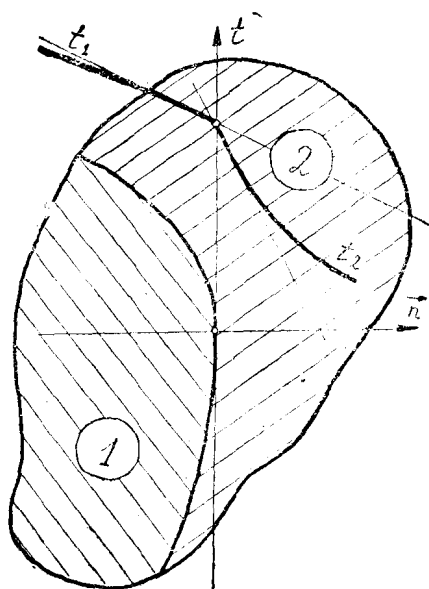


图5-1 关于两个相邻温度场的连续。



$$-\lambda_F \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{n=0} = \frac{-\lambda_{ж} \frac{\partial t_{ж}}{\partial n} \Big|_{n=+0}}{t|_{n=0} - t_{ж}} (t|_{n=0} - t_{ж})$$

$-\lambda_{ж} \frac{\partial t_{ж}}{\partial n} \Big|_{n=0} / (t|_{n=0} - t_{ж})$  具有这样的特性：如果液体的物理参数不取决于温度的话，它与温度无关。（这个假设的证明见第六章）。

所以对这样的数值采用专门名称（放热系数）和符号（ $\alpha$ ）。

那时，连续性条件具有第三类边界条件的形式

$$-\lambda_F \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{n=0} = \alpha(t_{n=0} - t_{ж})$$

或者

$$q_F = \alpha(t_F - t_{ж}) \quad (13-1)$$

最后关系式叫牛頓——李赫曼（Ньютона-Рихмана）定律。

这个定律的内容是：被液体所流过的固体表面的热负荷正比于液体与固体表面的温度差。

如果液体的热物性与温度无关，牛頓——李赫曼定律成立，反之， $q_F$  与  $t_F - t_{ж}$  之间的正比关系被破坏。

### 3 导热理论逻辑系统图

（导热宏观理论图如图6-1）所示。

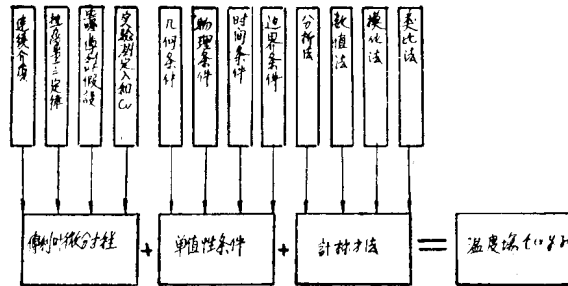


图6-1 宏观导热理论逻辑图。

利用现象法的四个特征可以得到傅利叶微分方程，这个方程描写了很多导热过程，故有很多解。将包含几何、物理、时间和边界的单值性条件归并到傅利叶方程式中，上面提出的问题就可以用分析法、数值法或实验方法求解，在实验法中又包含物理相似法[文献13, 11]或物理比拟法[文献9]

在导热理论中分析法[文献15]和数值法[文献16]用得较为广泛。