

四足步行机弯道行走步态

孙汉旭 张启先

(北京航空航天大学)

摘 要

弯道行走是四足步行机步态拟定中还未被研究的问题,可它对研制实用的四足步行机十分重要。本文根据地面情况先拟定出使步行机稳定而不会跌倒的行走步态,然后依可行性条件来检查步态是否可行。依据步行机的结构参数找出该步行机的稳定可行步长和转角集。只要在这个稳定可行集内选择步态的步长和转角,按本文方法拟定转弯步态,该步态必能保证步行机平稳行走。

关键词: 步态 步行机 转弯

0 前言

步行机器人(简称为步行机)的步态拟定是步行机研制中的一个非常重要的问题,四足步行机步态的拟定尤为重要。为了使四足步行机平稳地行走,人们参照牛马的慢走提出了规则步态^[2]。规则步态是四足步行机最易实现的一种步态,该步态只需把其参数(如:步长 λ 、稳定裕量 s 和步态因子 β 等量)取得合适就能使步行机沿直线稳定而不倾倒地行走。但规则步态仅能使四足步行机沿直线行走。要想使步行机沿弯道行走或改变原行走路线,按规则步态是办不到的。为此,我们提出一个新步态,叫做转弯步态。这个转弯步态能够解决步行机沿弯道行走和改变行走方向的转弯问题,当然,也能解决沿直线行走问题。

1 四足步行机转弯步态的拟定

四足步行机以爬行步态行走时,步态的安排只考虑各足的两个水平坐标的变化,铅垂坐标被用来适应地面凸凹不平。各足端在水平面内的运动可达范围均为长 l_1 和宽 l_2 的长方形,如图1所示^[1]。各足的编号为足(I)、足(II)、足(III)、足(IV)。 H 和 W 为各足的可达范围的内边距两坐标轴的距离。坐标系的原点 O 取在步行机重心上。按照爬行步态每瞬时最多只有一足抬起跨越而其余各足支撑。每一足都抬跨一次就完成一个步态周期运动。规定各足按足(I)→足(III)→足(II)→足(IV)的顺序抬跨。

设步行机经过一个步态周期的行走其重心从 O 移到 O' ,步态周期始末的机体坐标系 Oxy (即与机体固连的坐标系)和 $O'x'y'$ 相对转过了 α 角,如图2所示。各足在步态周期初时刻 t_0 的的落地点 A 、 B 、 C 和 D 在该时刻的机体坐标系 Oxy 中的坐标为 $(^0A_x, ^0A_y)$ 、 $(^0B_x, ^0B_y)$ 、

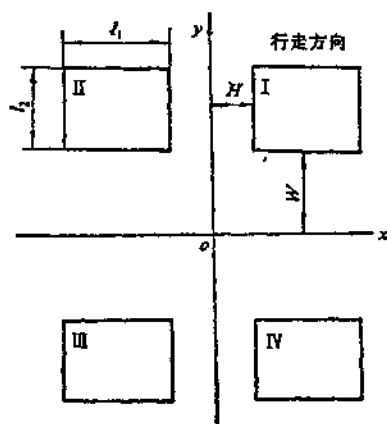


图 1 各足的运动空间在水平面投影

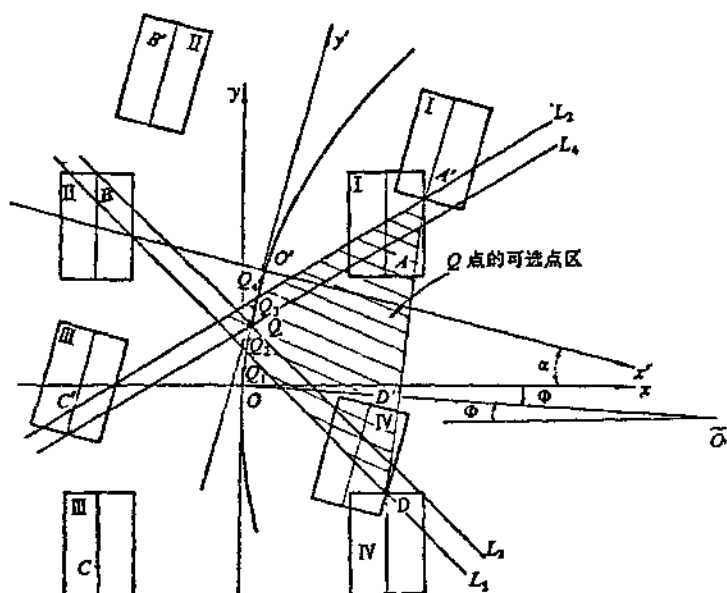


图 2 步行机一个转弯步态周期运动

($\cdot C_x$, $\cdot C_y$)和($\cdot D_x$, $\cdot D_y$)。为了保持各周期的初始状态相同,经过一个步态周期,各足新着地点在步态周期末时刻机体坐标系 $O'x'y'$ 中的坐标应与步态周期初时刻各足原着地点在机体坐标系 Oxy 中的坐标相同。设新着地点为 A' 、 B' 、 C' 和 D' , 它们在 t_0 时刻的机体坐标系 Oxy 中的坐标 ($\cdot A'_x$, $\cdot A'_y$)、($\cdot B'_x$, $\cdot B'_y$)、($\cdot C'_x$, $\cdot C'_y$) 和 ($\cdot D'_x$, $\cdot D'_y$) 可由原着地点在 Oxy 坐标系中的坐标通过坐标变换来计算。设 O' 点在 Oxy 坐标系中的坐标为 (m , n), 从 y 坐标轴顺时针转到 y' 坐标轴的转角为 α , 则有下列坐标变换式

$$\begin{Bmatrix} \cdot I'_x \\ \cdot I'_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cdot I_x \\ \cdot I_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m \\ n \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中 $I = A, B, C, D$

1.1 重心运动轨迹圆弧的确定

如图 2 所示,过 B 、 D 两点作直线 L_1 ; 过 A' 、 C' 两点作直线 L_2 。在步行机抬腿的顺序确定后,让足(Ⅲ)落地紧接着足(Ⅱ)就抬起跨步。为了保证在足(Ⅲ)落地前和足(Ⅱ)抬起后两时刻机体重心不出这两时刻着地时三足组成的三角形(保证不失稳),足(Ⅲ)落地时,机体重心应既在 L_1 的上边,又在 L_2 的下边,故足(Ⅲ)落地时,步行机重心应到达的点 Q 可在图 2 中的阴影部分内选取。设 Q 点在 t_0 时刻的机体坐标系 Oxy 中的坐标为 (Q_x , Q_y), 则重心运动轨迹可取过 O 、 Q 和 O' 三点的圆弧,其方程为

$$\begin{bmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ Q_x^2 + Q_y^2 & Q_x & Q_y & 1 \\ O'_x^2 + O'_y^2 & O'_x & O'_y & 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

又因为 $O'_x = m$, $O'_y = n$, 故代入式 (2) 并简化得

$$\tilde{A}x^2 + \tilde{A}y^2 + \tilde{B}x + \tilde{C}y = 0 \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{A} &= nQ_x - mQ_y, \\ \bar{B} &= Q_x(m^2 + n^2) - n(Q_x^2 + Q_y^2) \\ \bar{C} &= m(Q_x^2 + Q_y^2) - Q_x(m^2 + n^2)\end{aligned}$$

1.2 步态过程安排

让步行机重心沿圆弧以匀速 v 作圆周运动的同时, 作绕重心匀角速 ω 转体运动。现分 6 个子过程介绍如下 (见图 2):

$t_0 \rightarrow t_1$ 子过程, 步行机重心 (以下简称重心) 以匀速 v 沿 $\widehat{OQO'}$ 圆弧作圆周运动的同时, 足 (I) 从 A 点抬起跨步。在 t_1 时刻落到 A' 点, 相应地重心移到 Q_1 点。机体以匀角速 ω 绕重心转体 $\omega(t_1 - t_0)$ 角; $t_1 \rightarrow t_2$ 子过程, 重心以速度 v 继续沿 $\widehat{OQO'}$ 圆弧匀速运动, 但四个足均不抬跨。重心绕过由足 (II) 和足 (IV) 落地点间的连线 L_1 动到 Q_2 点, 机体绕重心转体 $\omega(t_2 - t_1)$ 角; $t_2 \rightarrow t_3$ 子过程, 重心以速度 v 匀速沿 $\widehat{OQO'}$ 从 Q_2 点运动到 Q 点, 机体转体 $\omega(t_3 - t_2)$ 角, 相应地足 (III) 从 C 点抬起落到 C' 点; $t_3 \rightarrow t_4$ 子过程, 重心以匀速 v 沿 $\widehat{OQO'}$ 从 Q 点运动到 Q_3 点, 机体转体 $\omega(t_4 - t_3)$ 角, 足 (II) 从 B 点抬起落到 B' 点; $t_4 \rightarrow t_5$ 子过程, 重心以匀速 v 沿 $\widehat{OQO'}$ 从 Q_3 点越过由足 (I) 和足 (III) 的新着地点 A'、C' 间的连线 L_2 到 Q_4 点, 此过程四个足均不抬跨, 机体绕重心转体 $\omega(t_5 - t_4)$ 角; $t_5 \rightarrow t_6$ 子过程, 机体以速度 v 沿 $\widehat{OQO'}$ 匀速运动到 O' 点, 同时足 (IV) 从 D 点点抬起跨步到 D' 点。该过程机体绕重心转体 $\omega(t_6 - t_5)$ 角。至此, 一个步态周期全部完成, 步态拟定完毕。这个步态一定是稳定步态, 其中 $\omega(t_6 - t_0) = \alpha$ 。

2 各足在机体坐标系中的运动规律

欲控制各足的运动, 最方便的是控制各足相对于机体坐标系的运动。从方程 (3) 知, 当 $\bar{A} \neq 0$ 时, 重心运动轨迹圆的圆心 $\bar{O}$ 在 $\left(-\frac{\bar{B}}{2\bar{A}}, -\frac{\bar{C}}{2\bar{A}}\right)$ 处, 其半径 $R = \sqrt{\left(\frac{\bar{B}}{2\bar{A}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{C}}{2\bar{A}}\right)^2}$ 。 $\overline{O\bar{O}}$ 与 x 轴的夹角 $\phi = \arctg(\bar{C}/\bar{B})$ 。机体重心从 O 点开始作圆周运动, 故重心在 t_0 时刻机体坐标系 Oxy 中的运动规律为

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = -\frac{\bar{B}}{2\bar{A}} + R \cdot \cos(\omega t + \phi) \\ \bar{y}(t) = -\frac{\bar{C}}{2\bar{A}} + R \cdot \sin(\omega t + \phi) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

其中 $(\bar{x}, \bar{y})$ 为重心在 Oxy 坐标系中的坐标, T 为步态周期。

下面给出各足相对于机体坐标系的运动规律。

足 (I) 在 $t_0 \rightarrow t_1$ 时间内的运动方程为

$$\begin{cases} X_I(t) = \frac{X_I(t_1) - A_x}{t_1 - t_0} \cdot t + A_x \\ Y_I(t) = \frac{Y_I(t_1) - A_y}{t_1 - t_0} \cdot t + A_y \end{cases} \quad (0 \leq t \leq t_1 - t_0) \quad (5)$$

其中 $(X_I(t), Y_I(t))$ 为 t 时刻足 (I) 的坐标, $X_I(t_1), Y_I(t_1)$ 可从下面方程 (6) 求得。

足 (I) 从 $t_1 \rightarrow t_6$ 时间内运动方程为

$$\begin{cases} X_I(t) \\ Y_I(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{cases} \bar{A}'_x - \bar{x}(t) \\ \bar{A}'_y - \bar{y}(t) \end{cases} \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \quad (6)$$

其他各足运动规律表达式同足 (I)。足 (II) 在 $t_0 \rightarrow t_2$ 和 $t_2 \rightarrow t_3$ 时间内只需将方程 (6) 中的 $\bar{A}'_x$, $\bar{A}'_y$ 分别用 $\bar{B}_x$, $\bar{B}_y$ 和 $\bar{B}'_x$, $\bar{B}'_y$ 替换即可; 而足 (III) 在 $t_0 \rightarrow t_2$ 和 $t_2 \rightarrow t_3$ 时间内分别用 $\bar{C}_x$, $\bar{C}_y$ 和 $\bar{C}'_x$, $\bar{C}'_y$ 替换; 足 (IV) 在 $t_0 \rightarrow t_3$ 时间内用 $\bar{D}_x$, $\bar{D}_y$ 替换。

足 (II) 在 $t_2 \rightarrow t_3$ 时间内运动方程为

$$\begin{cases} X_I(t) = \frac{X_I(t_3) - X_I(t_2)}{t_3 - t_2} \cdot t + X_I(t_2) \\ Y_I(t) = \frac{Y_I(t_3) - Y_I(t_2)}{t_3 - t_2} \cdot t + Y_I(t_2) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq t_3 - t_2) \quad (7)$$

足 (III) 在 $t_2 \rightarrow t_3$ 时间内运动方程为

$$\begin{cases} X_I(t) = \frac{X_I(t_3) - X_I(t_2)}{t_3 - t_2} \cdot t + X_I(t_2) \\ Y_I(t) = \frac{Y_I(t_3) - Y_I(t_2)}{t_3 - t_2} \cdot t + Y_I(t_2) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq t_3 - t_2) \quad (8)$$

足 IV 在 $t_2 \rightarrow t_3$ 时间内运动方程为

$$\begin{cases} X_{IV}(t) = \frac{X_{IV}(t_3) - X_{IV}(t_2)}{t_3 - t_2} \cdot t + X_{IV}(t_2) \\ Y_{IV}(t) = \frac{Y_{IV}(t_3) - Y_{IV}(t_2)}{t_3 - t_2} \cdot t + Y_{IV}(t_2) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq t_3 - t_2) \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} X_{IV}(t_3) \\ Y_{IV}(t_3) \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{cases} \bar{D}'_x \\ \bar{D}'_y \end{cases}$$

3 步态可行性判据

3.1 步态可行性判据的数学表达式

从上可知, 该转弯步态的拟定方法保证了步态在整个步态周期都是稳定的。但如果在步态周期的任一时刻某足着地点在其可达范围之外, 则该步态就无法实现。因此, 步态拟定后还要检查其可行性, 即把步态稳定性判据转化为可行性判据。因各足都有各自很可观的可达范围, 可根据可行性条件给出能使步态稳定且可行的步长和转角的可取集。当拟定转弯步态的方法不变, 而各足的可达范围 (如图 1 中长 l_1 、宽 l_2 的长方形) 就限制了转角和步长 $\overline{OO'}$ 。我校研制的缩放式四足步行机的可行性判据为: 在一个步态周期的任一时刻, 各足的着地点都必须在各自的可达范围之内。如果把各足在任一时刻的位置都变换到与机体固连的坐标系中且用 $(X_I(t), Y_I(t))$ 、 $(X_{II}(t), Y_{II}(t))$ 、 $(X_{III}(t), Y_{III}(t))$ 和 $(X_{IV}(t), Y_{IV}(t))$ 来表示, 则可行性判据可用数学不等式表示如下 (参看图 1)

$$\begin{cases} H \leq X_I(t) \leq H + l_1 \\ W \leq Y_I(t) \leq W + l_2 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} -l_1 - H \leq X_{II}(t) \leq -H \\ W \leq Y_{II}(t) \leq W + l_2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} -l_1 - H \leq X_I(t) \leq -H \\ -l_2 - W \leq Y_I(t) \leq -W \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} H \leq X_{II}(t) \leq H + l_1 \\ -l_2 - W \leq Y_{II}(t) \leq -W \end{cases} \quad (13)$$

其中 H 、 W 、 l_1 和 l_2 由步行机结构尺寸决定。

3.2 步态可行性判据的简化

在判断步态可行性时, 用上述判据对每一时刻都判断, 其工作量很大。现改对每一时刻判断为对步态周期的 6 个子过程定界的 7 个时刻 t_0 、 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 、 t_5 和 t_6 的判断。各着地足相对于机体坐标系的运动是由步行机重心的圆周运动和机体绕步行机重心的转体运动引起的。各足端在每一子过程中相对机体运动轨迹是曲线。根据前节中给出的各着地足在机体坐标系中的坐标 $(X_i(t), Y_i(t))$ ($i = \text{I}, \text{II}, \text{III}, \text{IV}$) 可求出足 (i) 在 t 时刻相对机体坐标系的运动曲线的曲率半径 $r_i(t)$ 为

$$r_i(t) = \frac{(\dot{X}_i^2(t) + \dot{Y}_i^2(t))^{3/2}}{|\dot{X}_i(t) \cdot \ddot{Y}_i(t) - \ddot{X}_i(t) \dot{Y}_i(t)|} = \sqrt{X_i^2(t) + (Y_i(t) - R)^2} > |X_i(t)| \quad (14)$$

用图 3 所示的方法来缩小各足的可达范围。取 $r_i(t) = |X_i(t)|$ 。让 $\overline{O_1 O_1'}$ 和 $\overline{O_2 O_2'}$ 通过足 (i) 可达范围中心 S 且相互垂直。取 $\overline{O_1 U} = \overline{O_1' U} = \overline{O_2 V} = \overline{O_2' V} = r_i(t)$ 以 O_1 、 O_1' 、 O_2 和 O_2' 为圆心 $r_i(t)$ 为半径作圆与足 (i) 的可达范围交于 I_1' 、 I_2' 、 J_1' 、 J_2' 、 K_1' 、 K_2' 、 P_1' 、 P_2' 。则在足 (i) 可达范围内的弓形高 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 为

$$h_1(t) = r_i(t) - \sqrt{r_i^2(t) - \left(\frac{l_1}{2}\right)^2}$$

$$h_2(t) = r_i(t) - \sqrt{r_i^2(t) - \left(\frac{l_2}{2}\right)^2}$$

如图 3 所示, 把上下边内缩 $h_1(t)$, 左右边内缩 $h_2(t)$, 得范围 $I''J''K''P''$ 。故只要各子过程中足端曲线段的两端在变化了的范围 $I''J''K''P''$ 内, 就能使曲线段的全部在原可达范围 $IJKP$ 内。因此, 简化了的可行性判据的数学表达式为

$$\begin{cases} H + h_1(t) \leq X_I(t) \leq H + l_1 - h_1(t) \\ W + h_2(t) \leq Y_I(t) \leq W + l_2 - h_2(t) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} -l_1 - H + h_1(t) \leq X_I(t) \leq -H - h_1(t) \\ W + h_2(t) \leq Y_I(t) \leq -W + l_2 - h_2(t) \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} -l_1 - H + h_1(t) \leq X_{II}(t) \leq -H - h_1(t) \\ -l_2 - W + h_2(t) \leq Y_{II}(t) \leq -W - h_2(t) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} H + h_1(t) \leq X_{III}(t) \leq H + l_1 - h_1(t) \\ -l_2 - W + h_2(t) \leq Y_{III}(t) \leq -W - h_2(t) \end{cases} \quad (18)$$

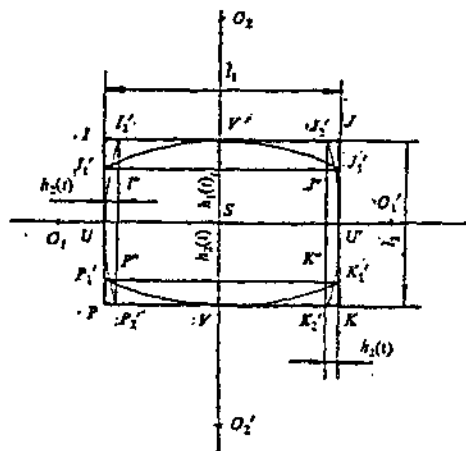


图 3 足 (i) 可达范围的缩小

以上式 (15~18) 中 t 仅取 $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$ 七个时刻。

4 计算机编程运算与计算结果

依上述方法来拟定步态。给定一组 m, n, α 值, 求出 Q_1, Q_2, Q, Q_3, Q_4 和 O' 点, 同时求出重心轨迹圆的半径 R 和圆心 $\bar{O}$, R , 然后判断是否可行。从前面有关拟定步态的方法可知, 步长分量 m, n 和总的转角 α 与 Q_1, Q_2, Q, Q_3, Q_4 各点有对应关系。只要以这些点为基础拟定的步态不可行, 那么 m, n 和 α 在该种拟定方法下也不可行。因此, 给出 m, n 和 α 各参数足够大的范围, 在各自范围以内较小的步长来变化 m, n 和 α 。对 m, n 和 α 的每一个组合来拟定步态并判断该步态的可行性。把每一组可行的 m, n 和 α 记录下来作为以 m, n 和 α 为坐标轴的三维坐标系中的一点, 这样便找出 m, n 和 α 的可取值集。

4.1 计算机编程中 m, n 和 α 范围的选定

四足步行机前进和后退的初始姿态只差半个规则步态周期, 把前进时足(Ⅲ)作为后退时足(Ⅰ), 其余各足序号逆时针编排即可。这样, 后退和前迈步态完全一样, 为此, 只探讨前进转弯步态 m, n 和 α 的可取值集。 n 为前进方向重心 O' 在机体坐标系 y 轴上的坐标, 故 $n \geq 0$ 。考虑到各足的跨越可达范围要内缩 h_1 和 h_2 , 这里取 $h_1 = H - \sqrt{H^2 - (l_1/2)^2}$, $h_2 = H - \sqrt{H^2 - (l_2/2)^2}$, $l_1 = 380\text{mm}$, $l_2 = 240\text{mm}$, $H = W = 600\text{mm}$ 。由文献〔2〕知, 步长 λ (等于 OO') 与足在机体坐标系中的跨距可达值 l 的关系为 $\lambda_{\max} = 4l/3$, 算出 $\lambda_{\max} = 506.4\text{mm}$ 。考虑到可右转或左转向前, 取 m 的区间为 $[-510, 510]$, n 的区间为 $[0, 510]$, 单位皆为 mm 。显然 $\sqrt{m_{\max}^2 + n_{\max}^2} > \lambda_{\max}$ 。又因为向左转和向右转的步态初始姿态也相差半个规则步态周期, 故只探讨向右转的情况, α 的取值区间为 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 。

4.2 计算出的可行集

把可行的 m, n 和 α 组合在以 m, n, α 为坐标轴的三维坐标系 $Omn\alpha$ 中绘成图 4。其中 m 和 n 分别为一个步态周期 T 的末尾时刻机体坐标系 $O'x'y'$ 的原点在同一步态周期的初始时刻机体坐标系 Oxy 中的 x 和 y 坐标轴上的坐标。 α 为这两坐标系的 x 坐标轴之间的夹角。由图可见 m, n 和 α 的可取集为一实心的凸集, 故在步行机沿弯道行走或转弯时, 只要选取这凸集内的点且按本文的方法拟定步态, 步行机就能稳定地行走。

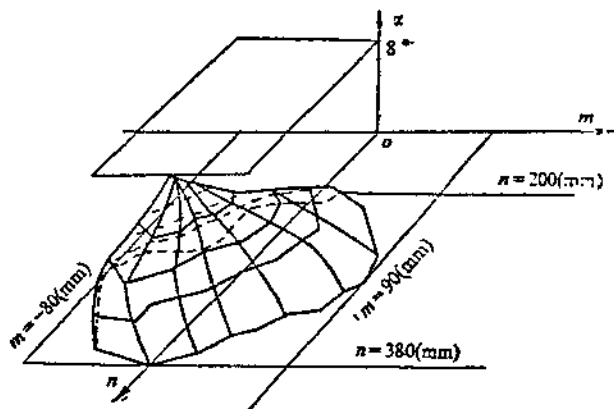


图 4 m, n 和 α 组合点的可行凸空间

5 结论

本文给出了慢速爬行四足步行机一种实用、稳定且可行的转弯步态, 并介绍了拟定该种步态的方法, 讨论了步态稳定性判据的简化, 给出了步态可行性条件, 这对步行机的步态拟定有指导作用。应用本文转弯步态的拟定方法和步态可行性判据找出了步长参数 m, n 和转角 α 的可取值凸集, 为步行机的行走给出了立刻可用的 (不需判断步态稳定性和可行性的)

转弯步态,从而提高了步行机的行走能力。该拟定步态的方法也可应用于其他多足步行机步态的拟定。

参 考 文 献

- 1 孙汉旭, 四足步行机器人中缩放式腿机构设计参数的选择, 机器人, 1988 (3)
- 2 Shigeo Hirose. A Study of Design and Control of a Quadruped Walking Vehicle. The International Journal of Robotics Research, 1984, 3 (2)
- 3 Lee Tsutian, Shin Chinglong. A Study of the Gait Control of a Quadruped Walking Vehicle. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1986, RA-2 (2)
- 4 Alexander R McN. The Gait of Bipedal and Quadrupedal Animals. The International Journal of Robotics Research, 1984, 3 (2)
- 5 加藤一郎. 步行机械. Journal of the J. S. M. E, 1975, 78 (676)

A STUDY OF A CORNER TURNING GAIT FOR A QUADRUPED WALKING VEHICLE

Sun Hanxu Zhang Qixian

(Beijing University of Aeronautics & Astronautics)

ABSTRACT

Walking of a quadruped walking vehicle along a tortuous road is a problem which has not yet been researched, but it is very important to the developing of a practical walking vehicle. According to the surface condition of the earth, we first design a gait which can make the walking vehicle maintain a certain stability. Afterwards, we check the gait with the realizable condition. A collection of the stride length and turning angle of each stable and realizable gait can be found according to the known structure parameters of a quadruped walking vehicle. If the stride length and turning angle are selected within the collection to plan a corner turning gait, it is certain that the gait can make the vehicle walk with a certain stability.