

船舶力学学术委员会
論文集

阻力性能学组



扬州

1984

中国造船编辑部

目 录

等价薄船概念及其在船型改进中的应用 ······	夏伦喜	刘应中	(1)
关于慢船理论 ······		吴建华	(13)
轴对称势流有限元分析及其附加质量计算 ······		陈材侃	(27)
侧地曲率、度量系数和交角的计算 ······	沈奇心	蔡荣泉	(36)
系列 60, $C_B = 0.60$ 模型阻力波型测量试验报告 ······	都绍裘 李影桓	王淮	(49)
船体表面流线的理论计算及绘图 ······	盛正为 盛正婉	张友隽	(59)
对运输船型阻力估算一种新方法的探讨 ······		詹安祥	(65)
长江客轮船型研究 ······		吴迎春	(74)
侧壁式气垫船的波形计算 ······		荣焕宗	(82)
预报船舶阻力的等形参回转体和摩擦形状因子方法 ······	沈泓萃	许鸿生	(101)
系列 60 船模压阻力测量 ······		曾庆灿	林家芸(118)
用风洞叠模研究船模粘性阻力的探讨 ······	李立人	吴鉴明	(127)
浅吃水肥大船阻力估算方法 ······	周 熊 陈阜生	陈达权	(135)
驳船队在不同宽度限制航道内的阻力估算方法 ······		钱徐涛	张国雄(150)
一种具有首尾推进装置的自航试验计算方法 ······		杨佑宗	(159)
关于船舶浅水影响分析方法的探讨 ······		黄廷良	(165)
三桨平底快艇螺旋桨负荷特性 ······	袁守敬 饶榆超	程儒钊	(175)
关于首侧推孔导流槽降阻效果的试验研究 ······	庄玉芳	赵汉魂	(183)
船首剖面形状对阻力和适航性的影响 ······	朱慕时	姜次平	(187)
渔船节能船型研究 ······		蔡春庚	(196)
“门”字型货船最佳纵倾试验研究 ······	宋家瑾 徐惠民	胡 平	(208)
垫气驳气室高度对阻力影响初探 ······		蔡金琦	张育民(220)
关于 SEB 的降阻节能研究 ······	李立人	吴鉴明	(226)
侧壁式气垫船的气垫压力特性 ······	邢圣德	何志飞	(233)
高速排水型艇的线型试验研究 ······	邵世明	王云才	(253)
无断阶滑行艇的某些降阻措施 ······		陆文祥	(260)
水上飞机全机动力模型快速性试验技术探讨 ······		沈水根	(267)
几何相似船模组轴向伴流场的试验研究 ······	张云彩 杨阿康	盛振邦	(274)
二向度实效伴流理论 ······		刘 森	(285)
回转体实效伴流分布的数值预测方法 ······		袁家乐	(302)
船模尾流测量的风洞实验及其粘性阻力的计算 ······		李幸宝	(313)
船型参数对船体阻力影响的正交分析 ······	吴善勤	蔡泽伟	(322)
上海船研所循环水槽简介 ······		叶立钦	(337)

等价薄船概念及其在 船型改进中的应用

夏伦喜 刘应中
(上海交通大学)

摘要 文中引进了等价薄船的概念。这个等价薄船能够产生和实际船型相同的某种波浪信息。薄船的特性由 Michell-Havelock 理论来描述，而等价薄船与其所代表的实际船型横剖面面积曲线之比，构成了一种对 Michell-Havelock 理论的修正。假定这种修正对同一船型族在同一 Froude 数下保持不变，就可用各种优化方法改进船型。作为例子，把可变船模的一个形状作为基本船型加以改进，显示了所建议的方法的现实性。

(一) 引言

自 Baba(1972)发表用波型分析法改进船型的文章以来^[1]，又有新的文章相继问世^[2-6]。所谓船型改进，系指对基本船型作微小修改，以获得兴波阻力较小的船型。用 Baba 的话来说，就是在基本船型上迭加一个薄船，利用两者的流体动力的干扰，以降低兴波阻力。设基本船型和薄船的无量纲波幅函数分别是 $S_0(\theta)$, $C_0(\theta)$ 和 $S(\theta)$, $C(\theta)$ ，则兴波阻力系数是

$$\begin{aligned} C_w &= \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho U^2 L^2} = 2\pi \int_0^{\pi/2} \{(S_0 + S)^2 + (C_0 + C)^2\} \cos^3 \theta d\theta \\ &= C_{w0} + C_{wt} + 4\pi \int_0^{\pi/2} (S_0 S + C_0 C) \cos^3 \theta d\theta \end{aligned} \quad (1)$$

其中 R_w 是修改后船型的兴波阻力； C_{w0} 是基本船型的兴波阻力系数， C_{wt} 是单独薄船的兴波阻力系数；(1)式右端第三项代表两者的干扰。 C_{w0} 和 C_{wt} 都是正数，只有干扰项是负数时，才可能获得兴波阻力的降低。修改船型就是对固定的 C_{w0} (或 S_0 , C_0)，在一定的约束条件下，利用 $C_w = \min$ 来求应该迭加的薄船的形状。当然，全部应用 Michell-Havelock 理论来计算 S_0 和 C_0 ，和建立薄船形状与其波幅函数 S 和 C 的关系，也能给出某种结果^{[7], [8]}。但是，对于一般的实用船型，Michell-Havelock 理论若不能给出比较准确的 S_0 和 C_0 ，很难预料，用上述办法能获得可靠的薄船形状。波型分析法改进船型，首先在于用波型测量取得基本船型的波幅函数 S_0 和 C_0 ，而在建立薄船的 S 、 C 与船型的关系时，不同程度地使用波型测量所给出的信息。Baba^[1]以 Michell-Havelock 的理论结果为基础，引进两个基本上是经验的修正函数(未曾发表过)；Ogiwara^[2]完全不用波型测量，认为基本船型的绕流服从线性理论，而薄船迭加在有限宽度的基本船型上，从理论上建立了 S 、 C 和薄船形状的关系；恰恰相反，松

并^[4]利用多个(至少三个)模型的试验，在设定的 S 、 C 与船型关系的前提下，完全由试验决定。本文提出了一个等价薄船的概念，目的是充分利用基本船型的波形测量所提供的信息，不仅得到 S_0 和 C_0 ，而且导出可用于薄船与其波幅函数间的实验关系，并应用于改进船型。

(二) 等 价 薄 船

大家知道，船后自由波的形式是

$$\zeta(x, y) = I_m \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{S(\theta) + iC(\theta)\} e^{iF\omega \sec^2 \theta} d\theta \quad (2)$$

其 $S(\theta)$ 和 $C(\theta)$ 是波幅函数， $F = 1/F_n^2$ ， $F_n = U/\sqrt{gL}$ ， U 是船速， L 是船长， g 是重力加速度， $\omega = x\cos\theta + y\sin\theta$ ， I_m 是取虚部的意思， x, y 是水平面内点的坐标。这里，凡是长度的量都是用船长 L 无量纲化了的。对于薄船，按照 Michell-Havelock 理论，波幅函数与船型的关系是

$$S(\theta) + iC(\theta) = -\frac{2F^2}{\pi} \sec^4 \theta \int_{-\tau}^0 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x, z) e^{F(z - ix\cos\theta) \sec^2 \theta} dx dz \quad (3)$$

式中 $\tau = d/L$ ， d 是吃水， z 是纵向坐标，以自由面为另点，向上为正； $f(x, z)$ 是船在 (x, z) 点上的型值，按照 Karp, Kotik 和 Lurie^[8]，它还可解释分布在 (x, y) 点上的偶强密度。在兴波问题中，起主要作用的是横剖面面积曲线 $A(x)$ ，为此引入直壁假定

$$f(x, y) = f(x) = \frac{BC_m}{2L} A(x) \quad (4)$$

式中 B 是船宽， C_m 是舯剖面系数。于是(3)式可改写成

$$S(\theta) + iC(\theta) = -\frac{BC_m F}{\pi L} \sec^2 \theta (1 - e^{-iF\sec^2 \theta}) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A(x) e^{-iFx \sec^2 \theta} dx \quad (5)$$

需要强调的是，这个关系只对足够薄的船才成立。对一般的实用船型，波幅函数与 $A(x)$ 的关系不会那么简单。在这里，我们引入等价薄船 $A_e(x)$ 的概念。所谓等价薄船，就是它与波幅函数的关系满足(5)式，即

$$S(\theta) + iC(\theta) = -\frac{BC_m F}{\pi L} \sec^2 \theta (1 - e^{-iF\sec^2 \theta}) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A_e(x) e^{-iFx \sec^2 \theta} dx \quad (6)$$

其物理含意是：给定一个船型，其横剖面面积曲线是 $A(x)$ ，由波型测量可以获得其自由波形，算出它的波幅函数 $S(\theta)$ 和 $C(\theta)$ 。设想有一个薄船，其横剖面面积分布是 $A_e(x)$ ，它能按线性理论产生出和给定船型 $A(x)$ 相同的波幅函数。若令

$$A_e(x) = \bar{A}(x) \cdot X(x) \quad (7)$$

$X(x)$ 乃是对实际船型 $A(x)$ 的修正，修正后得到的等价薄船 $A_e(x)$ 服从线性理论所揭示的规律。若给定的是薄船， $X(x) = 1$ ， $A_e(x) = A(x)$ 是一实函数。对于一般船型， $A_e(x)$ 可以是

复函数。它体现了：要把实际船型的横剖面面积的大小加以改变，乘以 $|X(x)|$ ，和位置加以移动，乘以 e^{ix} ， $\delta(x) = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}X(x)}{\text{Re}X(x)}\right)$ ，才能化为等价薄船 $A_e(x)$ 。从这个意义上说，函数 $X(x)$ 与 Baba^[1] 的两个修正函数是一致的。不同之处在于，Baba 的修正函数是用于薄船，这里推广到一般船型；Baba 的修正函数基本上是经验的，这里的 $X(x)$ 将要和基本船型的 $S_0 + iC_0$ 一起决定。如果象文献[9]那样，也把 $A_e(x)$ 解释为偶强分布，那么从(6)式决定 $A_e(x)$ ，就相当于寻找等价的奇点分布。关于由试验结果寻找奇点分布的文章，可参考 [10-14]。在这些文章中，除[13]以外，都是立足于波形测量。[10,11]利用自由波形，[12] 和[14]则从船侧波形出发。在目前的情形中，若将(6)式代入(2)，当然也能建立波形与偶强的关系，比如：

$$\zeta(x, y) = -\frac{BC_m F}{\pi L} I_n \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A_e(\xi) d\xi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta (1 - e^{-xF \sec^2 \theta}) e^{iF \sec^2 \theta (\omega - \xi \cos \theta)} d\theta \quad (8)$$

但是，无论从波形或从波幅函数决定等价奇点分布时，有两个问题应当考虑：(1) 解是否存在和唯一，(2) 用不同的波浪信息，得到的结果是否协调一致？

若把(6)或(8)看作是决定 $A_e(x)$ 的积分方程的话，纵然有一些类似地求奇点分布的文献，但不曾有人讨论过其解的存在和唯一性。为了回避这个问题而又使获得的解可靠，我们既不从波形入手，也不从波幅函数出发，而是由波幅函数构成的某种组合来求等价薄船，使得到的方程有唯一解。为简单计，[2]中引入补充假定：等价薄船前后对称，即

$$A_e(-x) = +A_e(x) \quad (9)$$

于是(6)式成为

$$S(\theta) + iC(\theta) = -\frac{BFC_m}{\pi L} \sec^2 \theta (1 - e^{-xF \sec^2 \theta}) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A_e(x) \cos(FX \sec \theta) dx \quad (10)$$

两端乘以 $(1 - e^{-xF \sec^2 \theta})^{-1} \cos(\xi F \sec \theta) \cos \theta$ ，并利用等式

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A_e(x) \sin(FX \sec \theta) \sin(F\xi \sec \theta) dx = 0 \quad (11)$$

在区间 $(0, \pi/2)$ 上对 θ 积分，式(10)成为：

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A_e(x) Y_0(F|x - \xi|) dx = g(\xi) \quad (12)$$

这里核函数 $Y_0(x)$ 是另阶 Bessel 函数，它有积分表达式

$$Y_0(x) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta \cos(x \sec \theta) d\theta \quad (x > 0)$$

$$\text{而 } g(\xi) = \frac{2L}{BC_m F} \int_0^{\pi/2} [S(\theta) + iC(\theta)] (1 - e^{-xF \sec^2 \theta})^{-1} \cos(F\xi \sec \theta) \cos \theta d\theta \quad (13)$$

方程(12)是第一类Fredholm 积分方程, $Y_0(F|x-\xi|)$ 在 $x=\xi$ 点上有对数型奇点。这个方程在 Michell 理论的船型优化问题中经常遇到, 已经证明其解是存在和唯一的^{[15],[16]}, 且具有如下形式:

$$A_e(x) = h_e(x) \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} \quad (14)$$

式中 $h_e(x)$ 在区间 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 中是正则的。式(14)表明, 由(12)得到的横剖面面积曲线在船的两端有根号型的奇点。它的出现是 Michell-Havelock 理论的固有特点, 表明解在该处不适用。正是这一点迫使 Karp 等^[19]重新解释 $A_e(x)$, 把它看作是偶强分布。注意到这一点后, 我们仍然把方程(12)作为本文今后讨论的基础, 即把等价薄船作为方程(12)的解。

在具体解方程(12)之前, 谈一下用不同的波浪信息获得的 $A_e(x)$ 是否协调一致的问题。比如说, 用式(8)决定 $A_e(x)$, 假定解是存在唯一的, 使用的是直接测量到的波形信息。将求得的 $A_e(x)$ 代入式(6)得到波幅函数 $S + iC$, 应该和波形分析得到的波幅函数

$$S(\theta) + iC(\theta) = \frac{i}{\pi F} \sec^2 \theta \sin \theta e^{-iFy \sec^2 \theta \sin \theta} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{-iFX \sec \theta} dx \quad (15)$$

一致。而由波幅函数按方程(6)来决定 $A_e(x)$, 使用的不是波形数据, 而是用波形分析由(15)式得到的波幅函数。将这样求得的 $A_e(x)$ 代入(8)式, 可算出波形 $\zeta(x, y)$ 。这个波形 $\zeta(x, y)$ 可能与实验测出的波形不同。但因为兴波阻力只与波幅函数有关, 故得到的兴波阻力仍然是对的。由方程(12)求 $A_e(x)$, 使用的是波幅函数的某种组合 $g(\xi)$, 将之代回(6)式时, 得到的波幅函数会与波形分析的结果不同, 但这种做法保证了解的存在和唯一, 而且所引进的函数 $g(\xi)$, 基本上就是 Baba 所用的影响函数, 它仍然保持了船型的兴波特征^[11], 用它来修改船型还是可以的。

(三) 积分方程的解法

利用等价薄船的对称假定, 积分方程(12)可改写成

$$\int_0^{\frac{1}{2}} A_e(x) [Y_0(F|x-\xi|) + Y_0(F|x+\xi|)] dx = g(\xi)$$

根据解的性质, 引入 $A_e(x) = h_e(x) / \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ 和变量置换

$$x = \frac{1}{2} \sin \beta, \quad \xi = \frac{1}{2} \sin \beta', \quad dx = \frac{1}{2} \cos \beta d\beta \quad (16)$$

以消除被积函数中的因子 $\sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ 。

再将待定函数 $h_e(x)$ 展为

$$h_e(x) = \sum_{j=0}^N a_j \cos(2\pi j x) = \sum_{j=0}^N a_j \cos(\pi j \sin \beta) \quad (17)$$

则积分方程(12)化为下列的代数方程组:

$$\sum_{j=0}^N a_j s_j(\beta') = g(\beta') \quad (18)$$

式中 $g(\beta') = g(\frac{1}{2}\sin\beta')$

$$s_i(\beta') = \int_0^{\pi/2} \cos(\pi i \sin\beta) [Y_0(\frac{F}{2} |\sin\beta - \sin\beta'| + Y_0(\frac{F}{2} |\sin\beta + \sin\beta'|)] d\beta$$

选择 M 个离散点上满足方程(18)，由最小二乘法决定 a_i 。构造偏差平方函数：

$$J = \sum_{i=1}^M \left[\sum_{j=0}^N a_j s_{ij}(\beta') - g(\beta') \right]^2$$

由极值条件 $\frac{\partial J}{\partial a_i} = 0$ ($i = 0, 1, \dots, N$) 给出

$$\sum_{j=0}^N a_j s_{ij} = G_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (19)$$

这就是决定系数 a_i 的线性代数方程组。关于 s_{ij} 和 G_i 的详细表达式和含 Y_0 的奇异积分的具体处理，请见[8]。

在系数 a_i 求出以后，等价薄船可近似表达为：

$$A_e(x) = \sum_{j=0}^N a_j \cos(2\pi j x) / \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} \quad (20)$$

修正函数由(7)式给出，表示成模与幅角的形式时，得

$$|X(x)| = \sqrt{\left[\sum_{j=0}^N a_j^{(1)} \cos(2\pi j x) \right]^2 + \left[\sum_{j=0}^N a_j^{(2)} \cos(2\pi j x) \right]^2} / (A(x) \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} \quad (21)$$

$$\delta(x) = \tan^{-1} \left[\sum_{j=0}^N a_j^{(2)} \cos(2\pi j x) / \sum_{j=0}^N a_j^{(1)} \cos(2\pi j x) \right]$$

式中 $a_i = a_i^{(1)} + i a_i^{(2)}$

式(21)表明：修正函数的模在船的两端有奇点，来源于因子 $\sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ 和可能 $A(\pm \frac{1}{2}) = 0$ 而 $\delta_e(\pm \frac{1}{2}) \neq 0$ 。因子 $\sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ 的出现，是 Michell-Havelock 理论的固有特点，即使是薄船，前面提到，应该有 $X(x) = 1$ ，可是若从方程(12)求解的话，它仍然会出现。因此，它不是因为引进了等价薄船而造成的，在以后应用 $X(x)$ 时，应该把它排除在外。

作为例子，用上述理论对两条船模进行了计算，这两条船模是由一条可变船模演变而来的^[10]，其主要参数见表一。

表 1 船模 FM₀, FM₁ 的主要参数

符 号	L	B	d	S_w	∇	C_b	C_m	C_p
单 位	m	m	m	m^2	m^3	/	/	/
数 值	1.75	0.25	0.12	0.5986	0.0311	0.59	0.97	0.608

两条船模的横剖面面积曲线见图1，它们在 $F_n = 0.32$ 时的修正函数 $|X(x)|$ （包括因子 $\sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ ）和 $\delta(x)$ 见图2。 $F_n = 0.30$ 时 FM_0 的修正函数示于图3。为了校核所采用的方法的协调一致性，将求出的等价薄船代回式(6)，求得波幅函数。图4和图5是船模 FM_0 分别在 $F_n = 0.30$ 和0.32处的波幅函数，和试验得到的、用Michell-Havelock理论算出的波幅函数的比较。图中 $P(\theta)$ 和 $Q(\theta)$ 是波幅函数的另一种形式， $u = \nu \cdot \sec \theta$ 为横坐标。

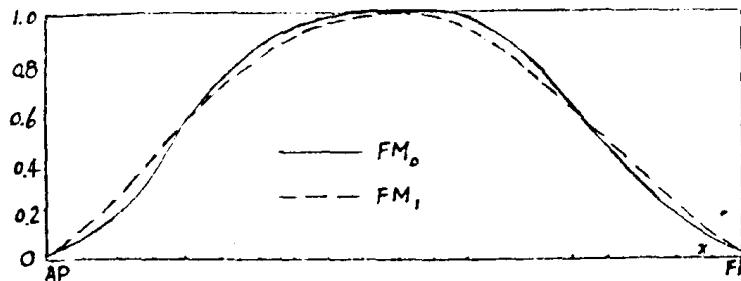


图 1

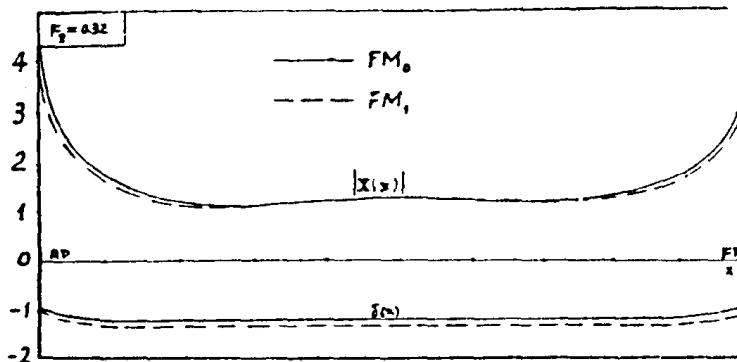


图 2

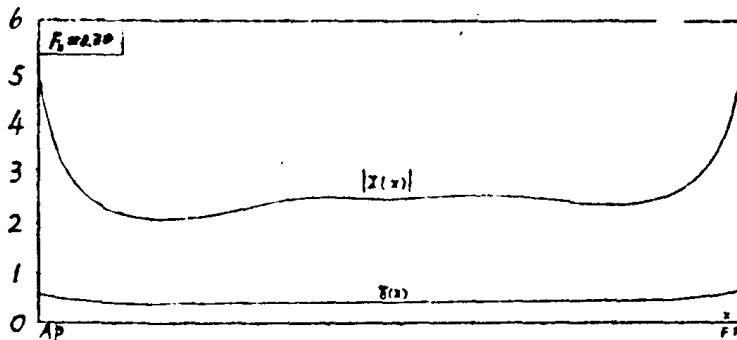


图 3

$$|A^*(\theta)| = [P^2(\theta) + Q^2(\theta)] \sec^3 \theta$$

$$P(\theta) + iQ(\theta) = \frac{\pi U L^2}{F} \sec^3 \theta [C(\theta) + iS(\theta)]$$

图6是影响函数的比较，其定义是^[1]

$$G(\xi) = - \int_0^{\pi/2} (1 - e^{-r F \sec^2 \theta}) \cos \theta [S(\theta) \cos(F\xi \sec \theta) - C(\theta) \sin(F\xi \sec \theta)] d\theta$$

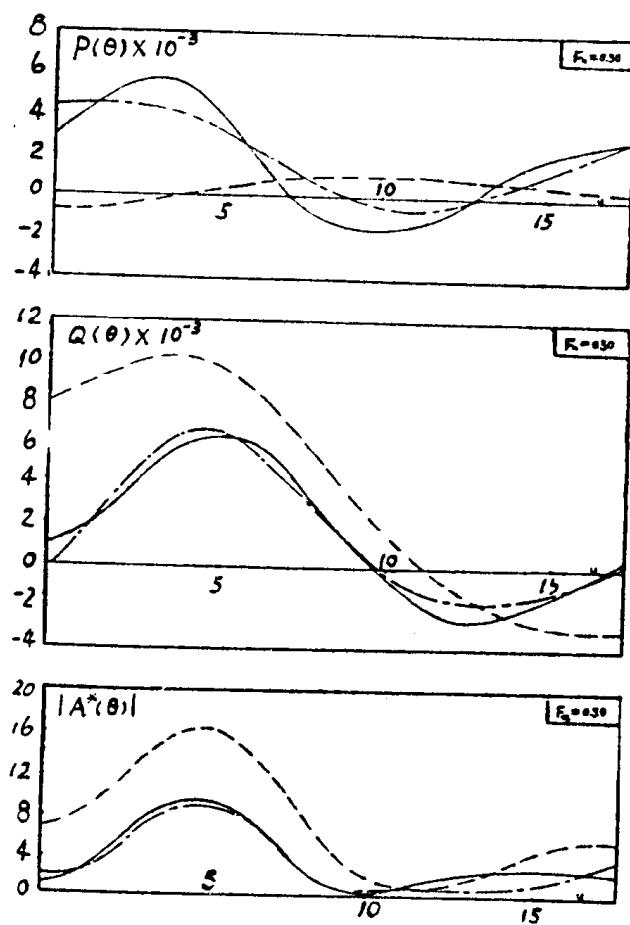


图 4

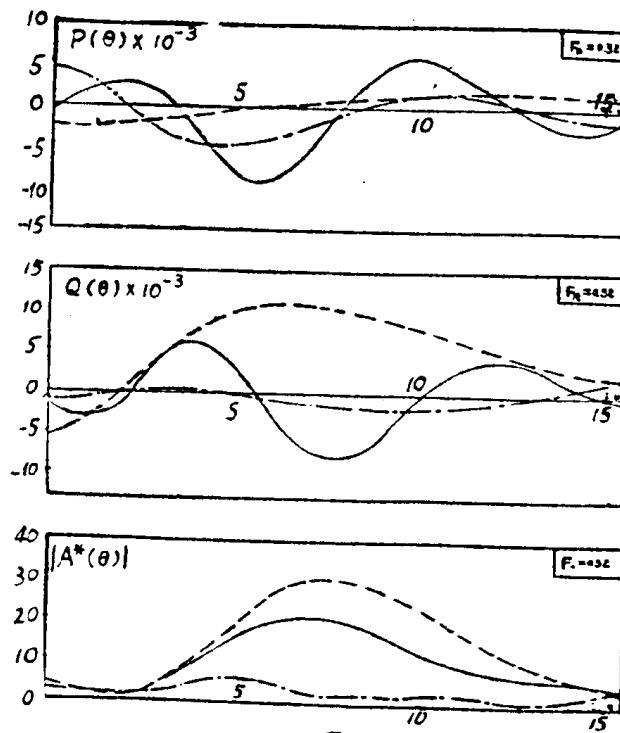


图 5

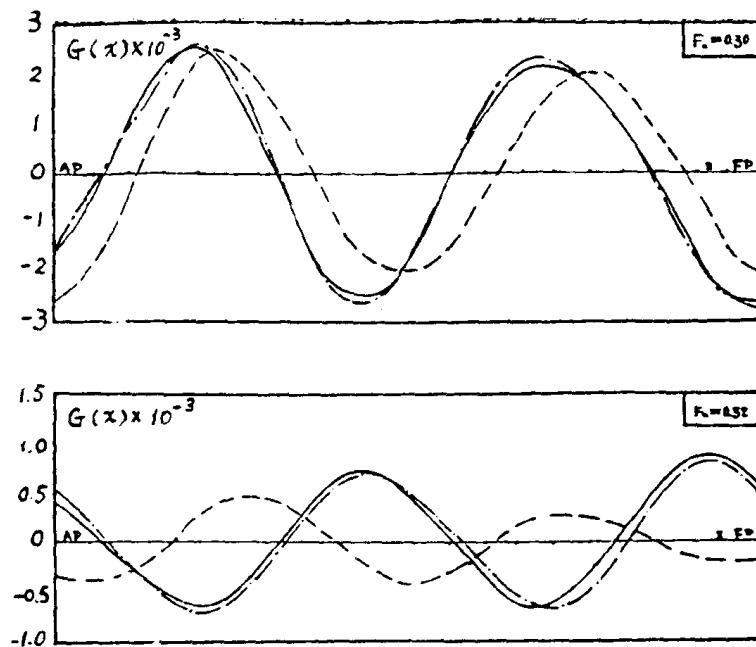


图 6

图中给出了用不同方法求得出的 $S(\theta)$ 和 $C(\theta)$ 计算的影响函数。从上述计算结果可以看出：

1. 横剖面面积曲线的微小变化对修正函数的影响不大，图 2 就是一个例子。这个结果使我们可以认为：由同一基本船型经过微小变形而获得的整个船型族，其修正函数都是近似相同的。

2. 修正函数与船速的关系极为密切，比较图 2 与图 3 足以说明这一点。这个事实说明：要想应用等价薄船的概念来估计船舶的兴波阻力，至少应该求出各个 F_n 数下的修正函数。

3. 由积分方程(12)求出的 $A_r(x)$ ，不能给出可靠的波幅函数，因而不能用它去估算兴波阻力。但是本法所给出的影响函数与试验值非常接近，按照 Baba^[1] 的观点，是可以用本法来改进船型的。

(四) 船型改进

基本假定：同一个船型族在同一 F_n 下，用前述方法得到的修正函数 $X(x)$ 都是相同的。所谓船型族是指由同一基本船型经过各种微小改变而获得各种船型的统称。设有同一船型族中的两条船型，由其横剖面面积曲线 $A_1(x)$ 和 $A_2(x)$ 来表征。它们和波幅函数的关系是

$$S_j(\theta) + iC_j(\theta) = - \frac{BC_m \bar{F}}{\pi L} \sec^2 \theta (1 - e^{-iF \sec^2 \theta}) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} A_j(x) X_j(x) e^{-iF x \sec \theta} dx \quad (j=1,2)$$

注：图 4—6 中线条说明：

- 波形分析法
- 等价薄船法
- - - - 线性理论

注：图 6 的 $F_n = 0.30$ 中，线性理论结果应乘一个倍数 0.5

图 6 的 $F_n = 0.32$ ，线性理论结果应乘一个倍数 0.1

由假定 $X_1(x) = X_2(x) = X(x)$, 于是

$$\Delta S + i\Delta C = - \frac{BC_m F}{\pi L} \sec^2 \theta (1 - e^{-rF \sec^2 \theta}) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(x) X(x) e^{-iF x \sec \theta} dx \quad (22)$$

其中 $\Delta A(x) = A_1(x) - A_2(x)$, $\Delta S = S_1 - S_2$, $\Delta C = C_1 - C_2$. (22)式说明：迭加在同一船型族上的薄船，其波幅函数与其横剖面面积曲线之间满足同样关系，且修正函数与族的修正函数一样。

同一船型族中任一条船，可以看作是基本船型与一薄船的迭加，其兴波阻力系数由式(1)给出。将(22)式代入，则有

$$C_w = C_{w0} + \frac{2C_m^2}{\pi} \left(\frac{B}{L}\right)^2 F^2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi) X(\xi) d\xi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi') \overline{X(\xi')} d\xi' \cdot \int_0^{x/2} (1 - e^{-rF \sec^2 \theta})^2 \sec \theta \cdot \\ \cdot \cos(F\xi \sec \theta) \cos(F\xi' \sec \theta) d\theta + 4C_m \left(\frac{B}{L}\right) F \cdot \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi) \overline{X(\xi)} d\xi \cdot \right. \\ \left. \cdot \int_0^{x/2} \cos \theta (e^{-rF \sec^2 \theta} - 1) (S_0 + iC_0) \cos(F\xi \sec \theta) d\theta \right\} \quad (23)$$

式中 $\overline{X(\xi)}$ 是 $X(\xi)$ 的共轭。和实际船型的等价薄船一样，假定薄船在乘以修正函数以后也是前后对称的，并利用等式

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi) X(\xi) d\xi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi') X(\xi') \sin(F\xi \sec \theta) \sin(F\xi' \sec \theta) = 0$$

和 $\delta(\xi)$ 的前后对称性，(23)式可以写成

$$C_w = C_{w0} + \frac{2C_m^2}{\pi} \left(\frac{B}{L}\right)^2 F^2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi) |X(\xi)| d\xi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi') |X(\xi')| K(\xi - \xi') d\xi' + \\ + 4C_m \left(\frac{BF}{L}\right) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi) |X(\xi)| G(\xi) d\xi \quad (24)$$

其中

$$G(\xi) = \int_0^{x/2} \cos \theta (e^{-rF \sec^2 \theta} - 1) [S_0 \cos \delta(\xi) + C_0 \sin \delta(\xi)] \cos(F\xi \sec \theta) d\theta \\ K(\xi - \xi') = \cos[\delta(\xi) - \delta(\xi')] \left\{ \int_0^{x/2} \sec \theta e^{-rF \sec^2 \theta} (e^{-rF \sec^2 \theta} - 2) \cos[F(\xi - \xi') \sec \theta] d\theta \right. \\ \left. - \frac{\pi}{2} Y_0(F|\xi - \xi'|) \right\}$$

船型改进就是要在一定的约束条件下，比如：

$$\begin{array}{l} \text{排水体积不变} \\ \text{和船宽不变} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Delta A(\xi) d\xi = 0 \\ \Delta A(0) = 0 \end{array} \right\} \quad (25)$$

条件下，使 $C_n = \min$ 。

在式(24)中 $\Delta A(\xi)|X(\xi)|$ 是一起出现的，不妨把它作为待定函数，展之成为

$$\Delta A(\xi)|X(\xi)| = \sum_{k=1}^n a_k \cos[(2k-1)\pi\xi] \quad (26)$$

这个展开满足前后对称的假定，且已附加了在船体两端 $\Delta A(\pm \frac{L}{2}) = 0$ 的限制。再者，象前面所说的那样， $X(\xi)$ 中的因子 $\sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ 已经舍去。约束条件(25)变成

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\cos[(2k-1)\pi\xi]}{|X(\xi)|} d\xi &= 0 \\ \sum_{k=1}^n a_k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

引入 Lagrange 乘子 λ_1 和 λ_2 ，並作一辅助函数

$$\begin{aligned} J = C_{n+1} + \frac{2C_n^2}{\pi} \left(\frac{BF}{L} \right)^2 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n a_k a_j c_{kj} + 4C_n \frac{BF}{L} \sum_{k=1}^n a_k b_k + \\ + \lambda_1 \sum_{k=1}^n a_k d_k + \lambda_2 \sum_{k=1}^n a_k \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} c_{kj} &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \cos[(2k-1)\pi\xi] d\xi \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \cos[(2j-1)\pi\xi'] K(\xi - \xi') d\xi' \\ b_k &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \cos[(2k-1)\pi\xi] G(\xi) d\xi \\ d_k &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\cos[(2k-1)\pi\xi]}{|X(\xi)|} d\xi \end{aligned}$$

由 $\frac{\partial J}{\partial a_i} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$)， $\frac{\partial J}{\partial \lambda_j} = 0$ ($j = 1, 2$) 得到决定 a_i 和 λ_j 的方程组：

$$MA = B \quad (28)$$

这里矢量 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n, \lambda_1, \lambda_2\}$ ，矢量 B 的元素是 $B_k = -\frac{\pi L}{BC_n F} b_k$ ($k = 1, 2, \dots, n$)。

$B_k = 0$ ，($k = 1, 2$)。矩阵 M 的元素是 $M_{kj} = C_{kj}$ ，($k, j = 1, 2, \dots, n$)。 $M_{n+1, j} = M_{j, n+1} = d_j$ ， $j = 1, 2, \dots, n$ ， $M_{n+2, j} = M_{j, n+2} = 1$ ，其余是零。一旦求得系数 a_k ($k = 1, 2, \dots, n$)，欲求的薄船就可知道

$$\Delta A(\xi) = \sum_{k=1}^n a_k \cos[(2k-1)\pi\xi] / |X(\xi)| \quad (29)$$

其中修正函数是已知的。

依据上述原理，船型修改的步骤如下：

1. 基本船型选定后，进行波型测量，按传统的方法计算其波幅函数 $S_0 + iC_0$ 和兴波阻力系数 C_{w0} ^[17]。在设计佛氏数下解方程(19)，按(21)式算出修正函数 $|X(\xi)|$ 和 $\delta(\xi)$ 。

2. 在设计 F_n 数下解方程(28)，按(29)式计算迭加的薄船，然后由(24)式计算改型后船舶的兴波阻力系数 C_w ，由(22)式计算薄船的波幅函数 $\Delta S + i\Delta C$ 。于是新船型的横剖面面积曲线是 $A(x) = A_0(x) + \Delta A(x)$ ，波幅函数是 $S(\theta) + iC(\theta) = S_0(\theta) + \Delta S + i[C_0(\theta) + i\Delta C(\theta)]$ 。

3. 维持修正函数不变，还可把新得到的船型作为基本船型，重复步骤2，直到前后两次改型的兴波阻力系数小于给定的允许值。

作为例子，以前面的 FM_0 为基本船型，分别在 $F_n = 0.30, 0.32$ 时作了修改。修正函数在图2和图3中已经给出。尽管修正函数在不同 F_n 数下相差很大，改进所得的船型倒颇接近。图7是基本船型与其改型的横剖面面积曲线。利用可变船模对改型（以 FM_2 称之）作了模型试验，其剩余阻力曲线示于图8。由图知， FM_2 的剩余阻力较基本船型有一定的减少。图9是两条船模的波形记录。

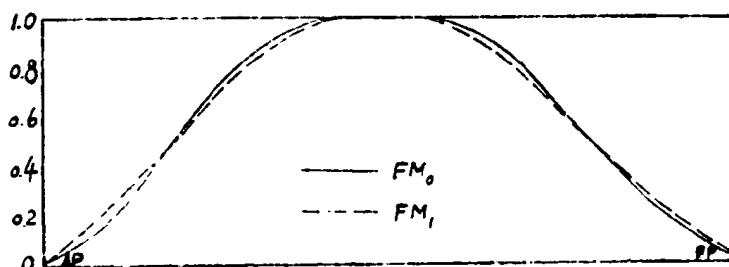


图 7

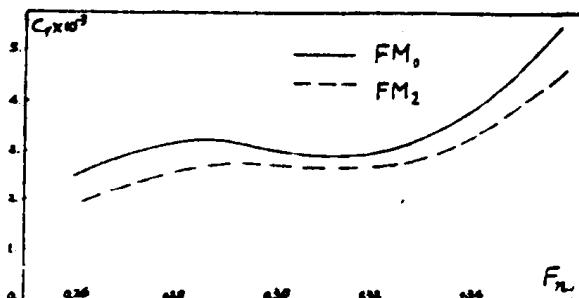


图 8



图 9

(五) 结 论

1. 本文提出了一个等价薄船的思想，利用基本船型的一次波形测量，可以求得基本船型的波幅函数，兴波阻力系数，和修正函数。利用得到的修正函数，可以进行船型改进。从

所计算的例子来看，改型有一定效果。

2. 为了保证等价薄船的唯一性，文中建议间接地利用波幅函数（求解方程(12)），引进了函数 $g(\xi)$ ，它基本上就是 Baba 的影响函数。因此可以认为本文乃是 Baba 方法的推广。但是这个方法不能正确预报兴波阻力，有待进一步改进。

参 考 文 献

- [1] E. Baba, "An application of wave Pattern analysis to ship form improvement", Journ. Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 132, (1972).
- [2] S. Ogiwara, "Study on the application of wave pattern analysis to the tank test with ship models", IHI, Eng. Review, Vol. 8, (1975).
- [3] T. Tsutsumi, "An application of wave resistance theory to hull form design", Journ. Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 144, (1978).
- [4] 松井政博外：“波形解析ラーティに基い“い太船型计画法にいいこ”，日本船学会论文集，Vol. 149 (1980)。
- [5] 葛维桢，冯友章：“用试验资料结合兴波理论估算阻力与修改母型的方法”，中国造船学阻力性能组厦门会议，(1981)。
- [6] 冯树文，李干洛：“兴波阻力理论与母型变换相结合的船舶设计方法”，中国造船学会阻力性能组厦门会议，(1981)。
- [7] 叶恒奎：“以线性兴波理论计算极小阻力船型的探讨”，中国造船学会阻力性能组波型分析会议，(1982)，普陀山。
- [8] 夏伦喜：“等价薄船法及其在船型改进中的应用”，上海交通大学硕士研究生论文，(1982)。
- [9] S. Karp, J. Kotik and J. Lurge, "On the problem of minimum wave resistance for struts and strut-like dipole distribution", 3rd Symp. on Naval Hydrodynamics, (1960).
- [10] E. Baba, "Study on separation of ship resistance components", Journ. Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 125 (1969).
- [11] J. T. Everest and N. Hogben, "An experimental study of the effect of beam variation and shallow water on thin ship wave predictions", Quart. trans. RINA, Vol. 112, No. 3 (1970).
- [12] 茂里一絃，乾崇夫，樋谷尚：“船側波形による造波特性解析とその船型計画への应用”，Journ. Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 132 (1972)。
- [13] M. Matsui, "On source distributions Obtained from measured wave-making resistance", Int. Symp. on wave Resistance (1976), Tokyo.
- [14] 波多野修次，茂里一絃外：“波形解析による船型の特異点分布表示との应用”，日本西部造船会报，第 51 号，(1976)。
- [15] J. Dörr, "Zwei Integralgleichungen erster Art, die sich mit Hilfe Mathieu-scher Functionen lösen lassen", ZAMP, Bd. 3 (1952).
- [16] 夏伦喜：“可变船模的波型测量”，上海交通大学船舶流体力学试验室试验报告，(1982)。
- [17] 刘应中：“波形分析—Newman-Sharma 纵切法”，上海交大科技，(1980) 第三期。

关于慢船理论

吴建华

(武汉水运工程学院)

提要 本文从慢船理论的基本假定出发，对 Baba 慢船理论进行了探讨。通过引入富里埃双重变换，提出了一个新方法，以计算严格满足湿表面和慢船自由面边界条件的兴波速度势。作为本方法的自然推广，顺便讨论了浅水慢船波动势的计算问题。同时，在本文中作者试图说明慢船自由面边界条件在船体附近的有效性。

(一) 前言

慢船理论是近年来迅速发展起来的非线性船舶兴波理论之一。1975年，日本学者 Baba^[1] 等人对缓慢运动的肥大船艏部流动进行了测量，发现除接近自由面的一薄层外，流体运动速度与合模流动速度具有很好的一致性。据此，他提出了自由面边界层的概念，该薄层内的速度分量呈指数规律迅速变化。在该实验的基础上，他首次推广了 Ogilvie^[2] 对二维问题的研究成果，简化了自由面边界条件，并且得到了兴波速度势的一个渐近表达式。稍后，Newman^[3] 在波高及其梯度函数为有限的假定下，亦独立地导出了慢船自由面边界条件。

由于慢船理论是仅以 Froude 数为小参数的简化船波理论，对船形几何无限制，因而引起了各国学者的普遍重视，许多学者，如 Maruo^{[4],[5]}, Dawson^[6] 等均对慢船理论进行了研究。在短短几年中，慢船理论所取得的成就是令人瞩目的。从 Baba^[7], Dawson 以及 Kitazawa, Kajitani^{[8],[9]} 谱人的试算结果来看，慢船理论是令人鼓舞的，其试算结果与实测结果吻合得甚好。在非线性船波理论的研究中，各国学者对它作了较高的评价，认为它很有发展前途，应对它进行更深入地研究。

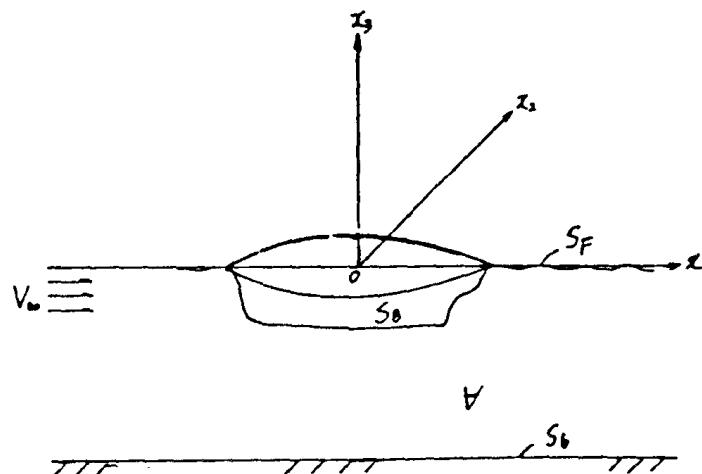
然而，慢船兴波问题，仍是一个十分艰难的课题，似乎还不曾有能严格求解慢船定解问题的可行方法。在求解慢船定解问题时，人们又都不同程度地附加了一些简化假设，形成了慢船理论的各种不同处理方法。从现有文献来看，慢船理论试算结果仍然存在波幅谱水位滞后、波阻曲线峰谷夸大的现象。可以认为，在求解慢船定解问题时作的简化假设是导致夸大峰谷、相位滞后的主要原因之一。

在本文中，笔者采用富里埃双重变换方法，试图严格求解 Baba 慢船定解问题，并对慢船自由面边界条件在艏艉附近是否有效的问题作了初步探讨，希望本文所提出的方

法能克服慢船理论的若干不足之处。

(二) 船舶运动兴波定解问题的精确提法

为研究方便起见，取固结于船上的坐标系为参照系。使 $x_3=0$ 平面与未扰自由面重合， x_3 轴垂直向上。使 $x_2=0$ 平面与纵舯剖面重合。坐标原点放置在艏尾连线的中点上， x_1 轴的方向同来流的方向一致。记 S_F 为自由水表面， S_B 为船体湿表面， S_b 为海底。 ∇ 为充满流体质点的几何空间。这里，我们仅讨论无航道限制的定常均匀来流情形。假定船体绕流是不可压理想流体的有势运动。因此，若引入记号



V_∞ —— 来流速度(船速)

φ —— 扰动速度势

\hat{n} —— 表面外法向单位矢量

h —— 自由面波高

$$\partial_j \varphi = \frac{\partial}{\partial x_j} (j=1, 2, 3), \text{下标 } j \text{ 遵从张量求和约定}$$

同时，令船体湿表面方程为

$$x_2 = f(x_1, x_3) \quad (1-1)$$

那么， φ 由下列定解问题决定。

1. 控制方程

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad P = (x_1, x_2, x_3) \in \nabla \quad (1-2)$$

2. 边界条件

① 船体表面条件

$$\partial_2 \varphi = (\partial_1 \varphi + V_\infty) \partial_1 f + \partial_3 \varphi \cdot \partial_3 f \quad P \in S_B \quad (1-3)$$

② 运动学自由面条件

$$\partial_3 \varphi = (\partial_1 \varphi + V_\infty) \partial_1 h + \partial_2 \varphi \cdot \partial_2 h \quad P \in S_F \quad (1-4)$$

③ 动力学自由面条件

$$h = -\frac{1}{2g} (2V_\infty \cdot \partial_1 \varphi + \partial_j \varphi \cdot \partial_j \varphi) \quad P \in S_F \quad (1-5)$$

④ 海底条件

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad P \in S_B \quad (1-6)$$

3. 辐射条件

$$\nabla \varphi = (0, 0, 0) \quad \text{当 } R = \sqrt{x_j x_j} \rightarrow \infty$$

且远前方无波

为便于以后的讨论，我们引入无量纲量

$$x_j' = x_j / L \quad j = 1, 2, 3$$

$$\tilde{\partial}_j' = L \partial_j \quad j = 1, 2, 3$$

$$f' = f / B$$

$$h' = h / L$$

$$\varphi' = \varphi / (V_\infty L)$$

$$\varepsilon = B / L$$

$$F_r' = V_\infty / \sqrt{\varepsilon L}$$

这里， $B = \max \{f(x_1, x_2)\}$ ， L 为二分之一船长。将以上无量纲量代入 (1-2, ..., 7) 式，无量纲化后，为记号简洁计，去掉撇号 “'”，可得

1. 控制方程

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad P \in \mathbb{V} \quad (1-8)$$

2. 边界条件

① 船体表面条件

$$\partial_2 \varphi = \varepsilon \partial_1 f \cdot (1 + \partial_1 \varphi) + \varepsilon \partial_3 f \cdot \partial_3 \varphi \quad P \in S_B \quad (1-9)$$

② 运动学自由面条件

$$\partial_3 \varphi = \partial_1 h (1 + \partial_1 \varphi) + \partial_2 h \cdot \partial_2 \varphi \quad P \in S_F \quad (1-10)$$

③ 动力学自由面条件

$$h = -F_r^2 \left(\frac{1}{2} \partial_j \varphi \cdot \partial_j + \partial_1 \right) \varphi \quad P \in S_F \quad (1-11)$$

④ 海底条件

$$\frac{\partial}{\partial n} \varphi = 0$$