

工程热物理与能源利用学科

气动热力学发展战略研讨会
专题报告汇编

国家自然科学基金委员会材料科学与工程科学部
工程热物理与能源利用学科发展战略研究组

一九八九年三月，北京

前 言

我们受国家自然科学基金会的委托，于1989年2月23日至24日在北京召开了工程热物理与能源利用学科中的气动热力学分支学科的发展战略研究讨论会，其目的是为更好地贯彻中央精神，对本学科在一个较长时间内的发展战略性估计与建议，以充分发挥基金制对全国基础研究和部分应用研究的指导作用，从而推动本学科的研究，为我国四化作出应有的贡献。

这次讨论会受到本分支学科的专家和学者们的热情支持，参加会议的共三十多人。在短短的两天中，共发表了专题报告二十篇，并对气动热力学的开拓与发展进行了热烈的讨论，提出了许多很好的建议与设想。对这些宝贵的建议，我们将反映在本分支学科的战略研究汇报提纲中。这个提纲的初稿将发至全国有关的单位和专家广泛地征求意见，待修改后再发表。因此，在这个小册子里只将部分专题报告印刷出版。

气动热力学是工程热物理学科中的一个重要分支学科，近二十年来有了很大的发展。由于问题的极端复杂性和重要性，人们不得不从实验和理论方面进行广泛深入的研究。随着高速、大容量计算机和计算技术的发展，计算气动热力学已被人们所重视，已逐渐发展成为一门重要的科目。气动热力学在航空发动机、汽轮机和燃气轮机的气动力设计中早已得到广泛的应用，使得它的效率得到大幅度的提高。这些经验也逐渐被水泵和风机行业所推广和承认。近年来在环境科学、材料科学和生命科学中，也渗透和应用了流体力学和气动热力学的一些成果。

自然界的现象是很复杂的，而要对它进行充分了解和研究，就必须运用人类千百年来所获得的全部知识，其中包括气动热力学知识。而且，学科之间是互相渗透和交叉发展的。如果在传热传质学科中不进行气动力学研究就解决不了对流传热与传质的问题。锅炉和发动机中的燃烧，除了雾化、混合、化学反应和释放能量等自身要研究的课题外，具有化学反应和传热传质的多相流动的气动热力学问题也是~~燃烧分支学科中~~一个重要的研究课题，因此，气动热力学的科学工作者一定要扩大视野，重视~~交叉~~学科的研究，这样才能有所提高有所前进。

气动热力学在其应用中也得到了自身的完善与发展。它已摆脱了前十年

因计算方法而不得不作出的定常无粘等假设的桎梏，向有粘、非定常、多相和考虑传热传质、化学反应等方面开拓与发展。我们确信“科学永无止境”的真理，并建议在今后除抓好上一阶段成果的推广应用外，应将主要力量投入这些更深刻、更与实际接近的研究领域的研究工作中去。

气动热力学所包括的问题很多，范围极广，近年来国内外对学科名词本身也有许多争论。有人提出应通称为热流体力学，因为它可以与热物理其它分支学科联系起来；也有人认为叫它内流为好，因为这既可界定与外流的区别，而且还可开拓至不可压流动的领域，……。总之，至今还没有一个被大家所接受的统一的名称。因上，在这个小册子里，我们仍使用气动热力学这个名词。由于经费与时间的不足，本讨论会只能以北京地区为主，同时对于一些在北京地区尚为薄弱的专题邀请了少数京外专家参加。因此，这本小册子所包含的问题的深度与广度是远远不足的，它的发表仅作为“抛砖引玉”的素材，供大家补充和讨论。

中国科学院工程热物理研究所 陈乃兴

清华大学热能工程系 叶大均

一九八九年三月

目 录

1、前言（陈乃兴、叶大均）	1
2、航空叶轮机的气动力学问题（陈矛章）	1
3、非正交曲线座标系的网格生成及其基本方程的应用（陈乃兴）	8
4、粘性流体力学与湍流模型（吕盘明）	23
5、美国航空发动机和计算流体力学发展情况介绍（蒋洪德）	29
6、超跨音叶轮机研究的发展（崔济亚）	37
7、一代新型的轴流式透平机械叶片——叶片的弯扭联合成型理论 及其实验结果（王仲奇）	55
8、有传质传热的高载荷透平机械内部流动（葛满初）	66
9、关于叶轮机气动弹性力学（周盛）	73
10、叶轮机内非定常流动和叶轮机气动力学的实验手段（徐力平）	78
11、气动声学及其发展（钟芳源）	85
12、湿蒸汽两相流（蔡颐年）	93
13、气固两相流问题（凌志光）	98
14、热流体力学——涉及热力学、传热学和流体力学的新的 交叉学科（过增元）	102
15、非平衡松弛过程气动热力学（徐建中）	111
16、风机技术及其气动力学研究的现状与趋势（汪庆桓）	121
17、流场诊断学的发展（叶大均、袁新）	126
18、叶轮机械的最优化设计问题（邹滋祥）	131
19、充分发挥气动分支学科优势，开拓《振荡流体力学》与 《血管流体力学》研究（陈佐一、陈乃兴）	138

航空叶轮机的气动力学问题

陈矛章

(北京航空航天大学)

本报告以轴流式叶轮机为主，所讨论的问题一般既适用于压气机也适用于涡轮，但对前者特有的问题涉及较多。

一、本学科的意义

叶轮机气动力学为设计和研制满足使用要求的高性能的各种叶轮机械提供气动力学方面的理论指导和科学依据。

由于叶轮机械内部流动具有自己的特点，一般比外流复杂（见第三节），它对现代流体力学的许多方面提出了严重的挑战，对这些问题的研究和解决将大大促进现代流体力学的发展，所以这门学科本身具有重大的理论和学术价值。

叶轮机气动力学的发展对我国具有非常现实的紧迫的意义，对航空工业的发展更是如此。解放四十年来，我国的航空工业虽取得了很大成绩，但从整体上看仍不具备完全独立自行设计研制的能力。飞机设计研制有了良好的开端，但所用的发动机却不是自己设计的。作为飞机心脏的发动机，如果不能自己独立研制，就不能说我们已有了完全独立的不依靠外国人的航空工业。在发动机的几大关键部件中，除压气机外我们都已积累了一定的设计研制经验，虽离完全过关还有一定距离，却已有不少成功的先例。但高性能的航空压气机和风扇却是另一种局面，迄今没有我们自己研制成功并实际投入使用的先例。实际上我们自行设计研制发动机时，甚至为提高性能而进行改型设计时，压气机性能低常成为首先遇到的关键，所以有人称之为拦路虎。压气机搞不出来有多方面的原因，但也说明了我们航空叶轮机气动力学的落后，它在理论与实践方面都不能满足我国航空发展的要求。所以，采取有效措施，认真发展我国的航空叶轮机气动力学，对于我国航空工业的独立发展是一项具有战略意义的紧迫任务。

二、我国航空压气机设计研制的问题及其 与气动力学发展的关系

从历史上看，国外产品的性能水平都高于当时的设计计算水平和数据库可能提供的信息的水平。他们所依靠的基本手段是调试技术。所谓调试技术就是指对于一台试验压

气机，通过各种测试方法得到其内部流动的部分信息，然后通过分析或计算找出流动不好或级间匹配不好的原因，然后通过调整试件可调部分或修改设计加以改进。调试技术的关键是流场诊断技术，其困难在于，由于试验件空间限制，结构上的困难，探针对流场的干扰以及可能的测量误差等，直接通过测量所能得到的参数，无论其种类，数量还是质量都不足以揭示流场的全部细节，因此必须再通过分析与计算才有可能全面看准问题。所以调试和诊断技术是测试与分析，计算相结合的综合技术。在精心设计的基础上通过反复调试与修改设计最后达到设计要求这一发展研制过程，不仅过去是这样，现在仍是这样。从这个意义上讲，压气机不是计算出来的，而是调试出来的。我们认为调试和诊断技术是我国相对薄弱的环节，应采取措施，认真加强。

这里强调调试和诊断技术不是要否定和降低理论和计算的意义，而是说，在目前科学技术发展水平的条件下，对于高性能的产品只能通过反复调试，修改才能研制出来。在产品设计，研制和不断向更高性能发展的过程中，叶轮机气动力学具有基本的指导意义，它的基础在于它对内部复杂的真实流动情况的预估能力，如果具备了这种能力，则

- * 设计可能很接近真实情况，易于达到预期的指标，从而缩短调试周期；
- * 可进行大范围的方案比较，优选和优化设计，只对有希望的少量方案进行试验，从而大大降低成本，缩短周期；
- * 可提高诊断技术的准确性；
- * 随着对流动结构和机理认识的不断深化，可不断探索降低损失，改善流动和提高效率的新思想，新概念。

简单地说，叶轮机气动力学的理论和计算提供了最大的机会来改进设计，也提供了最大的可能性来突破现有的各种限制。

这些是我们追求的最终目标，现在只能在一定程度上部分地达到。

根据我国的实际情况和发展先进航空压气机的要求，我们有以下几项最紧迫的任务：

- * 积累和总结使用现行的气动设计系统的经验，包括有关数据库；
 - * 开展有关调试和诊断技术的研究，突破一些关键性的测量技术；
- 这一项与前一项是相互有关的，这两项的结合将构成压气机的发展研制系统；
- * 完善和改进现有的气动设计系统，特别是那些在近期有可能拿到手的工作，如掺混，喘振裕度预估， S_1 流面的完善。

三、外流与叶轮机内流的差别

为了对于我们所研究的对象有更深入的认识，需要对外流和叶轮机内的流动情况进行比较。叶轮机内部流动的问题本质上比飞机外流复杂和困难，其主要特征是

- * 由于粘性和复杂几何条件引起的各种形式的二次流，表现为各种涡系，如通道涡、尾涡、泄漏涡、角隅涡和刮屑涡等，由此形成了流动的强的三维性和有旋性；
- * 转动部分与静止部分的交替排列，决定了流动固有的非定常性；
- * 除少数情况外，流动的基本形态是湍流而不是层流；

- * 航空叶轮机内通常既有超音区，也有亚音区，即为混合型流动；
- * 由于流动空间较小，壁面影响与各种现象的相互作用很强烈。

与此相反，在飞机的外流中，对于多数区域，可用二维，无旋，定常模型方程很好地近似，粘性效应通常只局限在薄的、具有很规则特性的边界层中，对传热等的模拟并不很重要。流动的无界性质使扰动可以很快传播到远离物体的区域，从而减少相互干扰的效应。以上这些特点使得对外流的处理变得相对简单，而内流则不能有这些好处。

叶轮机的弦长雷诺数通常比机翼低 10—100 倍，因而对计算机的要求可能低些，在这方面可望得到一定好处。

四、航空压气机的发展趋势和现行设计体系的不足

对航空发动机提出的高推重比，高效率和高的安全性的要求与材料，涡轮冷却技术以及压气机本身研究的进展使航空压气机的发展呈现出如下趋势：更高的压气机总压比；更高的压气机级压比；更高的切线速；更高的级负荷；更低的展弦比；更高的稠度；改进的结构和造型。

级压比的提高，一方面是由提高叶片速度造成的，另一方面，则是由无量纲负荷（即静压升系数） $\Delta p/q$ 增加引起的。后者的提高主要是由采用低的展弦比，高的稠度和大的反力度得到的。

上述发展趋势对现行的设计体系提出了一些新问题。例如，高的级负荷和低的展弦比使二次流的效应加强，根据 50 年代的级负荷和展弦比水平而得出的在压气机中二次流效应不很重要的结论不再合用了。由这些概念发展起来的非常成功的现行设计体系，以轴对称旋成流面为基础，忽略了流面之间的动量和能量交换，它们不再能适应有强的二次流的情况。低展弦比使通道波沿经向发生较大的后掠，则过去的正冲波损失模型也不再适用。

归结起来，现行设计体系有以下不足：

- * 不能考虑二次流和湍流等引起的径向掺混；
- * 对于端壁边界层引起的堵塞效应是用流量堵塞系数考虑的，而对此系数的规定有一定的任意性；
- * 过去以单级数据为基础的落后角修正，损失分布以及简单的正冲波损失模型不再适用于高的级负荷、低展弦比，有强烈径向掺混的多级压气机；
- * 几乎完全不考虑非定常效应。对于这一问题，本研讨会将另有专门报告。

五、叶片到叶片的流面

压气机中叶片到叶片的流面不是简单的旋成面，更不是平面，在高负荷低展弦比时更是如此。所以对于简化几何流面流动研究的价值一直有不同程度的分歧看法。但简化为旋成面甚至平面仍有如下重要的意义：

- * 研究所设计的叶栅能否很好工作，例如前缘是否会出现分离泡，叶背部是否

会分离，是否会出现强的冲波及其与边界层的强的相互作用，检查喉道是否合适等；

- * 探索先进的叶型系列，如可控扩散叶型等；
- * 某些流场诊断技术需要叶片到叶片的流场计算；
- * 根据某些特殊的流动情况（如叶根叶尖）而设计的定制叶型应研究它们的流场；
- * 低速大尺寸试验研究的高低速转换。

由于压气机叶片较薄，且流动属于增压减速类型，边界层增长较快且易分离，所以考虑到边界层的影响是很必要的。但有时即使加边界层修正得到的结果也不完全可靠，而经过考验的平均 NS 方程的正问题解更可信。

叶轮机中流动分离现象是人们十分关心的，因为大范围的分离往往导致压气机失速或喘振，可能引发灾难性后果。叶面边界层分离，端壁边界层分离或叶片叶背与端壁形成的角区的分离都可诱发失速或喘振。

叶面上的小分离泡有时会突然恶化而变成具有失速特征的大分离区。分离泡的出现及其特性与转换，非定常性以及非定常性对转换的影响有关，使问题很复杂。

叶轮机内另一特有的问题是涡轮中低雷诺数转换和再层流化问题，这对涡轮气动和换热性能都有重要影响。

我国对叶片到叶片的流面的计算和试验研究已做了不少工作。分析计算程序应经过更多的实际工程应用，与试验对比，不断提高精度，积累使用经验。无粘加边界层修正的方法可节省机时，多数情况可给出可信的结果。反问题的研究相对更薄弱些，应进一步加强。非定常的有关问题，如有粘无粘迭代，转换等也可从叶栅做起。

六、径向掺混

将实际存在的径向掺混机制引入设计体系具有重要的意义。即在现有通流计算的基础上，可得出更符合实际的总温，总压和速度沿叶高的分布，避免过去算出的多级压气机后几级端壁部分温度过高的不合理结果，配合适当的二次流分析，可得出更正确的落后角修正。所以这是一种经济，实用，能考虑大部分三维流效应的方法。

径向掺混的问题原则上解非定常的三维 NS 方程可以得到解决，但这不可能是工程上实用的方法。为了简化问题，需要了解控制径向掺混的主要的物理机制。目前对这一问题的看法仍有一定分歧，有待进一步的试验研究，理论上的处理也有值得改进之处。

七、边界层与三维粘流的计算

Prandtl 的边界层理论在外流中解决实际工程技术问题的作用早已被确认，但这一理论目前并没有广泛用于叶轮机实际设计系统中，而只是在分析和研究问题时用得稍多些，这与飞机外流的情况是有相当差别的。造成这一情况的原因在于对于叶轮机内非常复杂的流动目前还不能用边界层预估的方法去解决。目前已有一种看法，即对于与强三维性有关的问题可能用解 NS 方程更合适。

第五节的讨论已说明，在处理二维叶栅流动问题以及涡轮叶片冷却问题时边界层方法是有效的。端壁边界层的工程处理也取得了实际成效，可用以估算端壁边界层引起的流量堵塞，损失，并为二次流估算提供原始数据。

人们对于沿叶片边界层和尾迹内的三维流动是感兴趣的，因为这涉及径向掺混和低能物质的输运。理论上这属于三维边界层片的问题，可像处理机翼三维边界层那样处理，但这里有些重要差别，一是工作叶片存在旋转影响，二是很难像机翼那样给出准确的外流流场，三是在低展弦比条件下，端壁区影响扩大，叶片边界层不再能严格归属于三维边界层片的范畴，而带有强烈的三维边界条件的性质。

机翼与机身交接处的流动是三维边界层条的典型例子。对这种流动的求解存在固有的困难。因为在这个区域内，机身边界层的“外流”边界条件正应是机翼边界层的解，反之亦然。在这个区域内往往存在强的流向涡，使计算和湍流模型都更困难。如果说，飞机边界层计算在这里遇到的困难只有局部的性质，则在叶轮机内，在端壁与叶片交接的角区流动无论其影响的范围和计算带来的困难都不能再认为是局部性的了。传统的边界层理论在这里几乎没有得出有实际意义的结果。

为更好了解流动情况，进行全三维计算是需要的。无粘的三维计算对于揭示三维流动的大体结构和校核准三维设计得到的结果有重要的参考价值，特别是在轮毂比低，展弦比高的设计中更是如此。它的根本性不足是不能反映与粘性有关的任何现象，例如各种旋涡流动、分离、损失和掺混等，而这些现象在现代高负荷，低展弦比的压气机中是重要的。

无粘三维计算加边界层修正也许可以发展成可供工程校核用的工具，但有许多困难，主要是涉及叶面，端壁和角区三维边界层预估的困难，以及边界层与主流强相互作用带来的问题，因而需要引入较多的经验因素，且难以指望准确反映各种真实流动结构。

走出上述困境而又避免解全三维 NS 方程，或称抛物化或半抛物化的 NS 方程。这种方法忽略沿主流向的扩散项，但不假设沿与主流垂直方向的静压梯度为零或由曲率确定。这种方法的优点是可以沿流向推进，且可处理有局部的回流区。由于沿法向的压力梯度不为零，所以允许上下游的相互影响，因而仍需迭代。迄今为止的二次流理论尽管做出过重大贡献，但基本上是无粘的，而简化的 NS 方程则可由粘性效应模拟出各种二次流。

在未来十年内，这种方法可能得到较大发展，但主要仍是研究性的，而不是工程性的，它可用以研究真实流动结构，调试湍流模型。

这种方法的实际工程应用除在不同程度受到计算机能力限制外，湍流模型的适用性问题以及上下游采用定常边界条件问题都给计算的真实可信程度带来相当的不定性。

八、湍流模型

1. 从世界范围看，尽管计算机的能力仍在不同程度上是一个限制因素，但限制流体力学理论和计算在各种实际问题上发挥更大作用的主要因素是对流动的一些物理机制（如涡流、湍流）缺乏透彻的了解，还不能保证在每一种特定的流动情况都有适合的湍流

模型。由于叶轮机内部流动比外流更复杂，寻求适合叶轮机内流动的湍流模型的问题就更困难。这一课题还没有成为世界上多数湍流模型工作者当前的研究中心，特别是涉及与强三维性有关的问题。尽管如此，许多我们关心的方面还是取得了进展。

2. 冲波与边界层相互作用和二维分离流：这常被用来作为考验湍流模型的典型流动。最近 Goldberg 等 (1988) 利用一种回流模型取得了较好的结果。他们使用代数模型，使用较方便。

3. 压缩性问题：根据 Morkovin 的假设，只要低于高超音速，则在不可压条件下得出的湍流模型可用于可压流。此假设已得到广泛应用。

4. 曲率、旋转和哥氏力问题都可归属于惯性力对湍流结构的作用而可用同一类方法处理。Bradshaw (1973) 曾将控制分层流稳定性的 R_i 数用浮力类比的方法推广于曲线运动情况，现已成为处理这一问题较普遍采用的方法。Hughes 和 Horlock 讨论了叶轮机中的情况。这些工作都还是初步的。最近 Speziale 等 (1987) 用直接数值模拟研究在高速旋转流体中的各向均匀同性湍流，得出了一些新的线索，但还未引入到模型中。曲率对雷诺应力的影响研究较多，对换热的影响则研究较少，而后者对于涡轮冷却是很重要的。

5. 低雷诺数问题：压气机叶片弦长雷诺数通常比机翼低，为外流条件发展的湍流模型和方法可能不完全适于叶轮机条件。在涡轮中此问题更重要，因为它对转换和再层流化的过程有决定性的作用，因而对涡轮冷却换热有极大影响。Glushko 等 (1964) 和以后一些作者引入湍流雷诺数概念以处理此问题，有一定成效。

6. 三维边界层片的湍流模型：最近 Bradshaw (1987) 指出，原来为平均二维流发展的湍流模型，当推广于三维流时可能不会给出好的结果，甚至对简单的边界层或其他薄剪切层也是这样。Lakshminarayana (1985) 给出了一些工程处理的方法。

7. 边界层中的嵌入旋涡：流动的性质与旋涡的强度和尺度以及边界层的厚度有很大关系。总的来看，甚至最精密的湍流模型都不能准确预估横流强度和对应的切应力，而它们是控制流向涡扩散的。

8. 弯管流动：弯管流动可在某些方面反映叶轮机内叶片槽道流动的特征。Iacovides 和 Launder (1985) 用代数应力模型成功计算了圆形弯管流动。代数应力模型比完全的应力方程模型远为简便，且它易于引入非各向同性的涡粘性，这对三维流动是至关重要的。预计当输运项增大时这种方法的误差会增大。

9. 大涡模拟：已在许多方面取得了重要进展，特别是在流动的基本物理性质方面。但在亚格子尺度的模拟方面仍存在不少困难。对于复杂的工程流动，上下游边界条件怎样规定是非常困难的问题。

11. 湍流直接数值模拟：Kim 等 (1987) 不用任何湍流模型而直接数值求解时间相关的完全的 NS 方程，对槽道流得到了结果，几乎正确模拟了湍流的各种特征。

12. 对湍流模型等问题的总的评估

* 从世界范围看，人们对各种工程流动问题的计算虽然还不能都达到工程要求的精度，但现在最好的方法已几乎可以对所有的流动计算得到比以最好的信息为基础的猜想更精确的结果。现在虽然还不能代替实验，但计算已是非常有用的了。

* 在可以预见的将来，工程分析计算也许将靠解平均 NS 方程，各种简化的 NS 方

程可能起很大作用。边界层方程主要对二维情况或可简化为二维的情况才有用。大涡模拟和直接数值模拟在 20 年内在中国不大可能成为解决叶轮机内流动分析的工程手段，但不排除用它们作适当的基础性研究。对于叶轮机的设计问题，除了前面提到的改进以及非定常效应可能引起冲击外，暂时看不出对整个体系有根本性变化的前景。三维粘性正问题可望在分析流场和改进设计方面起越来越大的作用。

* 通用湍流模型是很理想的，但至今看不到存在这种通用模型的迹象。针对各种具体情况找到适合这些情况的湍流模型却是可能的。有时代数模型也很有用。Tzuoo 等 (1987) 研究的分区湍流模型是另一个例子。一般说来，复杂的流动应该用雷诺应力方程模型。

* 缺乏对流动基本物理机制（如涡流、湍流等）的透彻了解是限制发展有效的湍流模型和可靠的流场预估方法的主要因素。达到上述了解的基本途径是对流场精细结构的试验研究。目前在世界范围内，对叶轮机内部湍流特性的研究，特别是对雷诺应力的生成、输运、耗散等项的试验数据公布极少，使湍流模型的研究缺乏必要的基础。如果我们能在这方面做工作，则具有填补世界空白的意义。这是一项基础研究，难度很大。

九. 参考文献

1. Goldberg & Chekravathy, AIAA, J. April, 1988, 405
2. Bradshaw, 1973, AGARDograph 169
3. Speziale, Manyour & Rogallo, 1987, Proc. of 1987 Summer Prog. On Studying Turbulence Using Numerical Simulation Data.
4. Glushko, 1964, NASA TTF-10080
5. Bradshaw, 1987, Annu. Rev Fluid Mech, V19
6. Lakshminarayana, 1985, AIAA, 85-1652
7. Iacovides & Launder, 1985, Int. Conf. of Numer Methods in Lam. & Turb.
8. Kim, Moin & Moser, 1987, J. F. M. V177, 133-152
9. Tzuoo, Feriger & Kline, 1987, AD-A181177, TF-27.

非正交曲线坐标系的网格生成 及其基本方程的应用

陈乃兴

(中国科学院工程热物理所)

摘要

网格设计技术是流体力学数值计算领域中极为关键的问题之一。构造一个合理而简捷的网格不仅能有效的提高流场计算精度和加速迭代的收敛，而且还有利于充分发挥计算机潜力、节省机时、减少内存，在小型机上做大题目。本文在非正交曲线坐标系中扼要的介绍了几种常用的网格生成法如代数法、微分方程法（其中包括用椭圆型方程、双曲型方程以及抛物型方程生成网格的方法）等，并对近几年发展起来的自适应网格法（包括变分法、节点速度法等）、多层次网格法、区域算法等作了说明。尤其是后三种方法，它们直接参与和影响了气动热力学基本方程组的求解过程，是网格生成与气动算法的混合技术，是富有生命力的新方法。因此，在非正交曲线坐标系中细致研究和发展这些新的网格生成技术对促进工程热物理学科和发展有重要的现实和长远意义。

关键词：非正交曲线坐标系、网格生成、气动基本方程组、自适应网格。

一、问题的提出

在早期的流体力学中，保角变换法、奇点分布法常用来求解绕二维叶栅的流动问题^[1]；随着电子计算机的发展，数值求解获得重视；起初在直角笛卡尔坐标系中作差分离散，为了处理物面的边界不正好落在计算网点上的困难，多采用插值将边界点的参数算出来，然而这就降低了数值解的精度；另外这样编制的程序通用性也差。随着航空技术的发展和叶轮机械负荷的提高，流动的马赫数越来越高，气流参数的变化例如在近壁面处速度梯度或在激波附近密度的变化都是很大的。因此，发展贴体曲线坐标系，研究在该坐标下气动热力学基本方程组的差分离散算法是当今计算流体力学领域主攻的战略目标之一。近几年在跨声速无粘流或粘性流的计算中出现的自适应网格法（例如文献[2]）就是基于上述背景。

有了合适的计算网格，这仅是数值计算的第一步，还必须有与之相适应的基本方程，即或者是将笛卡尔坐标转为曲线坐标方程，或者应用非正交曲线坐标和非正交物理分量将基本方程直接写出来。以下就网格生成和基本方程的变换作扼要的综述和讨论。

二、网格生成技术

网格的生成是指如何把物理区域 (D) 变换为计算区域 (CD) 的计算。流场的数值求解时，对网格生成提出如下要求：(1) 两个区域 (D 和 CD) 中的点一一单值对应；(2) 网格线光滑、变换的坐标值连续、可微；(3) 物理区域中易出现较大误差之处应有较密集的网格，例如物面曲率较大处或粘性流的近壁面处的网格都应较密些；(4) 尽量避免过分的歪拧和网格畸形；(5) 其它方面的要求，如网格线与物面垂直等。网格生成的方法很多，大致可归并为：1. 保角变换法；2. 代数法；3. 微分方程法等。文献^[1]已系统介绍了叶栅绕流的保角变换法，故以下着重介绍后两类网格生成方法。

2. 1 代数生成法

代数生成法又称几何生成法，是一种计算工作量很小，十分简单直观的构筑网格的办法，尤其是等比网格应用较广泛。等比网格可用下述代数方程将图 1 所示的梯形平面转换为方形的计算平面（见图 2）：

$$x^1 = x/X_B, \quad x^2 = y \quad (1)$$

式中 x_B 为等 y 线上最大的横坐标。这种坐标称之为等比坐标，它常应用于叶轮机械的 S_1 流面（见图 3）和 S_1 流面（见图 4）以及喷管（见图 5）上。

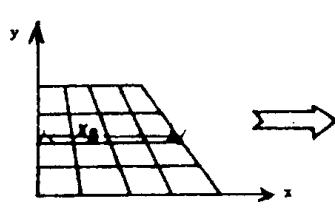


图 1 梯形物理平面

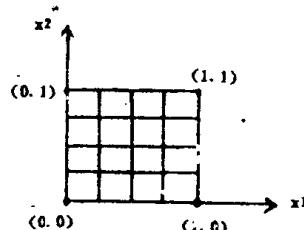


图 2 用代数法生成的计算平面

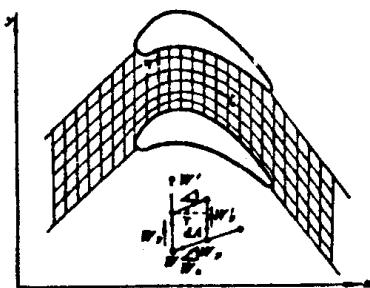


图 3 曲线网格

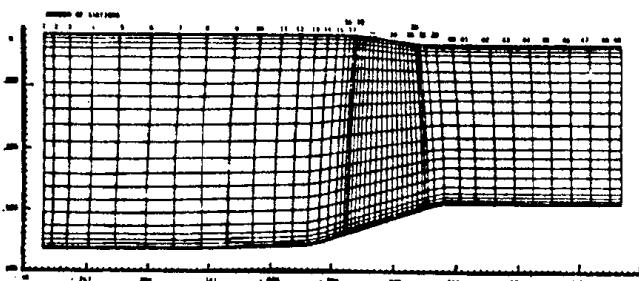


图 4 S_2 流面物理面等比网格在子午面上投影^[3]

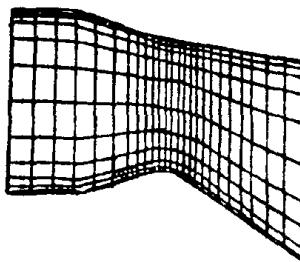


图 5 内流喷管物理面的等比网格图^[4]

用这种等比网格可以任意改变纵向(或横向)节点距离,以适应粘性流动计算的要求。对于壁面附近网格设计可适当加密。国内第一次提出这种非正交曲线网格的是薛明伦、刘高联、吴仲华和陶城等人^[5-7]。在此以后,国内中科院工程热物理所、北航、西工大、上机院、哈工大等单位都采用了这种网格。清华蒋滋康^[8]用此种网格进行了叶栅跨音粘性流动的计算。中科院工程热物理所^[9-11]用它求解叶栅的杂交问题和粘性流动问题。为了解决叶栅前后缘的计算精度问题吴文权、蒋洪德等用 C 形加密网格弥补了这个不足。西工大周新海等采用叶型前缘区解 Laplace 方程,构造接近正交的网格,其余用几何法生成 H 型网格,并用这种混合生成法完成了涡轮叶栅 C 型网格的算例^[12]。

这种等比网格还可以推广于解三维流动问题,即三个方向的网格线都按等比的方法来生成。为了使网格在主流区稀松些和在近壁面处稠密些,并能按一定的规律变化,建议使用下式:

$$x^1 = x$$
$$x^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \ln \left[\frac{\varepsilon - (2 \frac{y}{\Delta y} - 1)}{\varepsilon + (2 \frac{y}{\Delta y} - 1)} \right] \left[\ln(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}) \right]^{-1} \right\} \quad (3)$$

式中 $\varepsilon = \sqrt{1 - B}$

图 6 给出了不同 B 值时 x^2 与 $y/\Delta y$ 的关系曲线。显然当 $B=1$ 时,变化呈线性;当 B 越小,靠近壁面的网格就越密;对于不同来流雷诺数, B 取不同值,通常来流雷诺数越小,则 B 值越大。由图 7 可知,用这种方法生成的网格,在计算区域中 x^2 向是等距的。

网格的代数生成法具有简单、计算工作量小的特点,但它也有缺陷,可归并成以下三点:(1)对于不同形状的流场难于寻找一个合适的变换代数公式;(2)很难得到物理区域中相互正交的曲线坐标轴系;(3)在物面曲率变化比较剧烈的地方,如绕流叶栅的前后缘,使用简单代数网格生成法往往会影响该部位的计算精度。

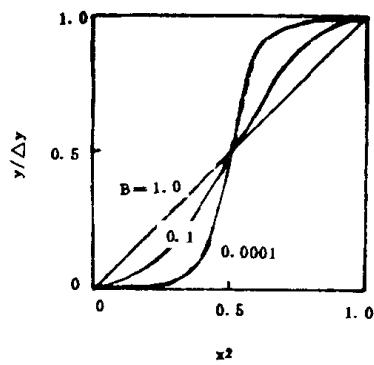
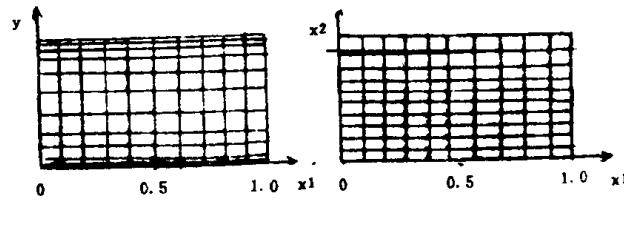
图 6 $y/\Delta y$ 与 x^2 的关系

图 7 物理平面与计算平面

2. 2 微分方程法

用微分方程构筑网格是七十年代以来计算流体领域中涌现的新技术，发展最早的是椭圆型微分方程法，尤其是用拉氏方程和泊桑方程形成网格，它是 Thompson^[13] 等人 1974 年首先提出的；之后，抛物型微分方程法（例如文献 [14]、[15]）、双曲型微分方程法（例如文献 [16]、[17]）都得了发展。后两种方法较前者具有计算工作量小、更经济的特点，它们在国外已受重视。本文因篇幅所限仅介绍椭圆型微分方程法。

如图 8 所示，物理平面 (x, y) 与计算平面 (x^1, x^2) 上的点一一对应，这两个平面的变换可由寻找微分方程的解来解决，也就是 x^1, x^2 满足

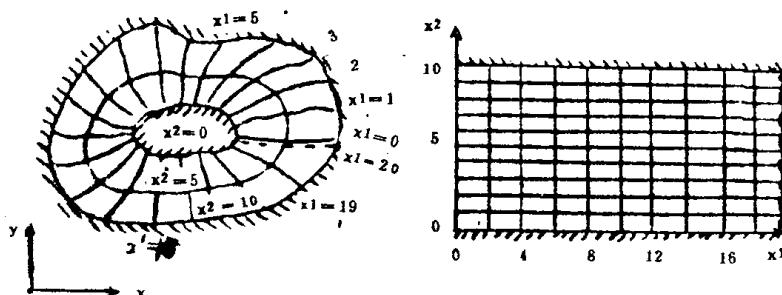


图 8 物理平面与计算平面

$$\left. \begin{aligned} L(x^1) &= p(x^1, x^2) \\ L(x^2) &= Q(x^1, x^2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 L 是椭圆型偏微分方程算子； P, Q 是我们按一定要求给出的已知调和函数。对于三维问题，先引进自坐标原点到网格点的向径 \vec{r} ，于是引进下列方程

$$\nabla^2 \vec{r} = f(\vec{r}) \quad (5)$$

式中 $f(\vec{r})$ 为源项；在曲线坐标系 (x^1, x^2, x^3) 中将 (5) 式展开并写为分量形式便为：

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{g} g^{jk} \frac{\partial y^k}{\partial x^j}) = f_i(x^1, x^2, x^3) \quad (6)$$

式中 (y^1, y^2, y^3) 为笛卡尔坐标系; g_{ij}, \sqrt{g}, g^{ij} 分别由下式定义:

$$g_{ij} = \frac{\partial y^k}{\partial x^i} \frac{\partial y^k}{\partial x^j} \quad (\text{按 } k = 1, 2, 3 \text{ 求和})$$

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix}$$

$$g_{ij} g^{kj} = \delta_i^k$$

式中当 $k=i$ 时, 则 $\delta_i^k=1$; 当 $k \neq i$ 时, 则 $\delta_i^k=0$; 以下讨论源项 f_i 对网格生成的影响。经过简单的分析, 可以看出泊松方程的非齐次项可以控制网格线的疏密。负值的非齐次项使网格线向数值小的网格线方向收缩; 正值的非齐次项使网格线向数值大的网格线收缩。有人建议用下面指数形式来控制坐标线在某点 x_A^i 附近的密集程度:

$$f_i = -ae^{-b|x^i - x_A^i|} \quad (7)$$

式中的 $a>0, b>0, x_A^i$ 是 A 点的 x^i 坐标值; 如希望在 A, B 两点附近网格线密集些, 则取:

$$f_i = -a_A e^{bx_A^i |x^i - x_A^i|} - a_B e^{-bx_B^i |x^i - x_B^i|} \quad (8)$$

反之希望在 A 点密集而在 B 点稀疏些, 则令

$$f_i = -a_A e^{-bx_A^i |x^i - x_A^i|} + a_B e^{-bx_B^i |x^i - x_B^i|} \quad (9)$$

下面举几个用微分方程法计算出的网格分布例子。

例 1. 分支管道的坐标变换

例 2. 翼型绕流的坐标变换 (C 形网格的生成)

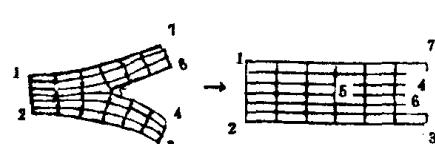


图 9 分支管道的变换

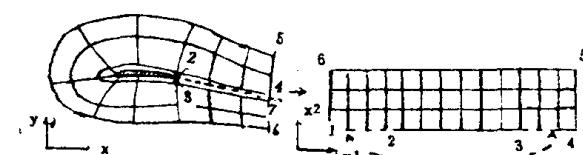


图 10 翼型绕波 C 形同格的生成

例 3. 两个物体绕流的变换

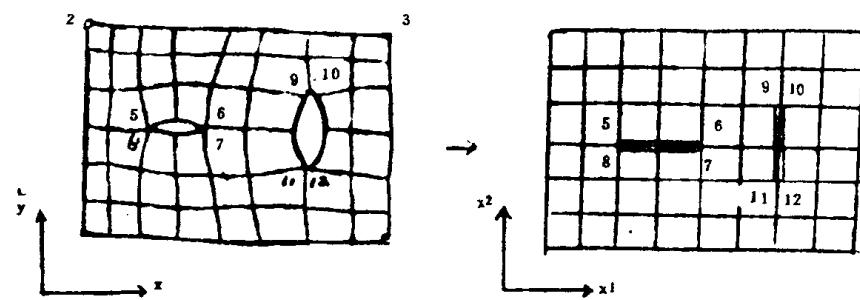


图 11 两个物体绕流的坐标变换

例 4. 多管热交换器的网格

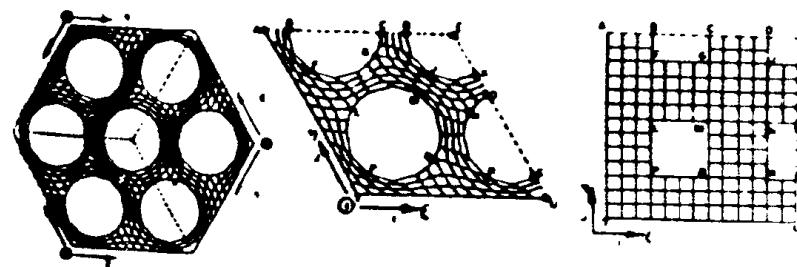


图 12 多管热交换器的网格