

中国工程热物理学会

流体机械学术会议

论文集

一九九六

武夷山

中国工程热物理学会编



流体机械目录

一、设计理论与方法

- 高速泵诱导轮的设计分析 朱祖超、王乐勤、汪希萱 I -1-7
- 子午流道 Bezier 曲线造型中的几何问题 陈宏冀 I -8-6
- 变转速叶轮理论优化结构形状设计 汤高陵 I -14-12

二、试验研究

- 低压离心压缩系统喘振发生过程的实验观察 戴冀、聂超群、陈静宜 II -1-6
- 冲击式低温粉碎的常温粉碎试验研究
..... 郭有仪、赵宇开、何新楷、李子智 II -7-5
- 进口预旋对后置蜗壳斜流叶轮流场影响的实验研究
..... 吴克启、区颖达、谢海英、张洪波 II -12-5
- 空气分流器分流道内流动的实验研究 吴海、王朝发、梁锡智 II -17-6
- F 型旋流管的分离特性实验研究
..... 陆耀军、李太平、沈熊、周力行 II -23-11
- 离心油泵的外特性研究 刘孔忠、朱宏武、薛敦松 II -34-8

三、性能分析及预测

- 平衡鼓直径的辅助实验确定法 张翼飞、杨从新 III -1-5
- 诱导轮泵的汽蚀特性和内部流场的研究 黄建德 III -6-7
- 离心泵的切割、比例、相似定律和组合法设计 (一) 王德润 III -13-7
- 旋转动力式多相泵内部流动研究 李清平、薛敦松 III -20-8

四、数值分析

- 离心泵叶轮内气液两相紊流计算 何燕雨、曹树良、吴玉林 IV -1-6
- 离心泵叶轮强度的有限元计算 刘有军、樊俊才、范家齐、杨晓翔 IV -7-5
- 单螺杆泵空腔内粘性流动分析 王琳、葛亮、曹树良 IV -12-8
- 水轮机转轮内部的三维固液两相紊流计算
..... 吴玉林、何燕雨、曹树良 IV -20-6

非设计工况下离心泵叶轮内部紊流数值计算	孙自祥、薛敦松、吴玉林	IV -26-7
离心压气机实际气体准三元数值计算	朱永波、赵晓路	IV -33-6
混流式水轮机转轮内部三维紊流的数值分析	曹树良、吴玉林、杨辅政	IV -39-8

五、其他与讨论

水轮机圆筒阀试验研究综述	赵越、金朝铭、韩晓棠	V -1-8
--------------------	------------	--------

高速泵诱导轮的设计分析

朱祖超 王乐勤 汪希萱
(310027 浙江大学化工机械研究所)

摘要: 本文通过分析诱导轮设计的理论基础,建立了比较完善的诱导轮设计方法,给出了其主要参数的计算公式,按照本文方法设计的两台高速泵诱导轮取得了很好的汽蚀性能。

主题词: 高速泵 诱导轮 设计

一、前言

随着宇航技术和石化等工业的发展,离心泵已越来越向高速高压和高效化发展。要使泵产生更高的单级扬程,就必须提高转速,转速提高后,就对泵的汽蚀性能提出了更高的要求。目前普遍采用的方法是在离心轮前增添诱导轮以保证泵机组能够具有优越的汽蚀性能。诱导轮属于轴流式叶轮,可以在一定程度的汽蚀状态下工作,其产生的扬程增加了离心轮入口的能量,从而保证离心轮能够无汽蚀地运行。笔者经过多年对高速诱导轮离心泵的研究和设计实践,得出了高汽蚀性能诱导轮设计的一些经验,本文主要对诱导轮设计的理论基础和设计方法进行分析。

二、诱导轮设计的理论基础

由于诱导轮产生一定的扬程,增加了离心轮入口的能量配置,因此只要诱导轮出口与离心轮入口的匹配设计合理,就可以保证离心轮无汽蚀工作,这样泵机组的汽蚀性能就取决于诱导轮,这就是高汽蚀性能诱导轮的设计应遵循的原则。

2.1 诱导轮的汽蚀性能

虽然诱导轮能够在一定程度的汽蚀状态下工作,但在设计时还应保证诱导轮的汽蚀余量 $NPSH_i$ 小于装置汽蚀余量 $NPSH_g$,或者保证诱导轮的汽蚀比转速 Ckp_i 大于装置给定的汽蚀比转速 Ckp_g ,如果不能满足这个条件,说明所设计的诱导轮不能够解决装置给定的汽蚀问题,只能改变装置汽蚀余量。即:

$$NPSH_i \leq 0.75 NPSH_g \quad (1)$$

$$Ckp_i \geq 1.36 Ckp_g$$

在设计时应保证诱导轮能够取得较大的汽蚀比转速 Ckp_i 或较小的汽蚀余量 $NPSH_i$

$$Ckp_i = \frac{5.62 n Q^{0.5}}{NPSH_i^{0.75}} \quad (2)$$

在假设进口流场均匀的条件下,

$$\text{NPSH}_i = \frac{C_i^2}{2g} + \lambda \frac{W_i^2}{2g} \quad (3)$$

式中的 C_i 和 W_i 分别为诱导轮进口前的液流的绝对速度和相对速度, 根据诱导轮进口的速度三角形, 有:

$$W_i^2 = C_i^2 + U_i^2 \quad (4)$$

根据诱导轮进口流量系数 ϕ_{ind} 的定义有:

$$\phi_{ind} = \frac{C_i}{U_i} \quad (5)$$

而诱导轮的叶尖圆周速度 U_i 为:

$$U_i = \frac{\pi D_t n}{60} \quad (6)$$

而诱导轮的叶尖直径 D 可根据下式计算:

$$D_t = \sqrt[3]{\frac{240Q}{\pi^2 n (1 - R_d^2) \phi_{ind}}} \quad (7)$$

上式中的 R_d 为诱导轮进口的轮毂比。将式(4)~(7)代入式(3)可得:

$$\text{NPSH}_i = 0.0117 (1 - R_d^2)^{-2/3} Q^{2/3} n^{2/3} \left[(1 + \lambda) \phi_{ind}^{4/3} + \lambda \phi_{ind}^{-2/3} \right] \quad (8)$$

不难推导, 当:

$$\lambda = \frac{2\phi_{ind}^2}{1 - 2\phi_{ind}^2} \quad (9)$$

时, NPSH_i 和 Ck_{p_i} 将取得极小值和极大值:

$$\left. \begin{aligned} \text{NPSH}_{i_{\min}} &= 0.0352 (1 - R_d^2)^{-2/3} Q^{2/3} (n \phi_{ind})^{4/3} (1 - 2\phi_{ind}^2)^{-1} \\ Ck_{p_{i_{\max}}} &= 389 (1 - R_d^2)^{0.5} (1 - \phi_{ind}^2)^{0.75} \phi_{ind}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

为使诱导轮取得较好的汽蚀性能, 在设计时应尽量满足式(9)的要求。实际上, 当诱导轮的结构参数确定以后, 其汽蚀系数 λ 也就确定了。如何精确计算 λ , 许多研究学者进行了很多的研究, 目前普遍采用的计算方法还是切巴耶夫斯基的经验公式^[1]:

$$\lambda = 0.115 \phi_{ind} + \frac{0.11}{6 \sqrt{L'_{cp}}} + 0.21 \sqrt{\delta'} + \frac{0.03}{1 + 0.1(10 \times l')^4} - 0.091 \quad (11)$$

上式中的 L'_{cp} 、 δ' 和 l' 分别是诱导轮的叶片流道相对长度、进口边相对厚度和削尖相对长度。

2.2 诱导轮与离心轮的能量匹配

设计诱导轮的目的是要提高离心轮入口的压头, 因此在设计时应保证离心轮的汽蚀破坏发生在诱导轮的汽蚀破坏之后, 即应满足如下的经验公式^[2]:

$$\frac{H_{ind} + NPSH_i - NPSH_r}{\frac{U_p^2}{2g}} \geq 0.08 \quad (12)$$

上式中的 H_{ind} 、 U_p 和 $NPSH_r$ 分别是诱导轮的扬程、计算直径处的圆周速度和离心轮的入口动压降。文献[1]给出了 H_{ind} 的经验计算公式:

$$H_{ind} = A n^2 - B n Q - k Q^2 \quad (13)$$

$$A = 1.82 \times 10^{-4} D_p^2$$

$$B = 6.8 \times 10^{-3} \frac{D_p^2}{F_m S}$$

$$k = 0.554 \frac{D_p^2}{(F_m S)^2}$$

上式中的 F_m 、 S 和 D_p 分别是诱导轮的轴面流道面积、导程和计算直径。

$$F_m = 0.785 D_t^2 (1 - R d^2) (1 - \frac{Z \delta_m}{S}) \quad (14)$$

$$S = \pi D_t \lg \beta_{ind} \quad (15)$$

从式(13)可明显看出,诱导轮产生的实际扬程随导程的增加而增加,因此最理想的设计应是采用变螺距诱导轮,这样即可以保诱导轮进口能取得较好的汽蚀性能,又可满足离心轮进口的能量要求,不过变螺距诱导轮给加工带来了一定的麻烦。

由于设计了诱导轮,就使离心轮前有较大的旋转分量,从而使离心轮进口前的相对速度 W_1 降低,即降低了离心轮入口动压降 $NPSH_r$,同时诱导轮产生了一定的压头,增加了离心轮进口的能量,因此也就提高了离心轮的汽蚀性能。

$$NPSH_r = \frac{C_{i1}^2}{2g} + \lambda_k \frac{W_1^2}{2g} \quad (16)$$

文献[2]推导了当:

$$\varphi_1 = \frac{C_{u1}}{U_1} = \frac{\lambda_k}{1 + \lambda_k} \quad (17)$$

时, $NPSH_r$ 取得极小值:

$$NPSH_{rmin} = \frac{1}{2g} \left[C_{m1}^2 (1 + \lambda_k) + U_1^2 \frac{\lambda_k}{(1 + \lambda_k)} \right] \quad (18)$$

上式中的 C_{m1} 和 C_{u1} 分别是离心轮进口前绝对轴面分速和圆周分速。一般离心轮的汽蚀系数 $\lambda_k = 0.1 \sim 0.2$,因此要使 $NPSH_r$ 能有较小值,离心轮前相对扭卷 $\phi_1 = 0.1 \sim 0.2$ 。实际上从离心轮的理论扬程 H_{th} 计算公式:

$$H_{th} = \frac{1}{g} (C_{u2} U_2 - C_{u1} U_1) \quad (19)$$

可知,增加 ϕ 值会使离心轮的理论扬程下降,影响泵机组的效率。对于如图1所示的拉出式结构的诱导轮与离心轮的匹配形式, ϕ_1 值近似等于诱导轮的扬程系数 ϕ_i ,即:

$$\varphi_1 \approx \varphi_i = \frac{g H_{ind}}{U_0^2} \quad (20)$$

ϕ_1 值增加实际上是要使诱导轮产生的扬程增加, 从而增加了离心轮前的压头, 但由于诱导轮本身效率较低以及离心轮的水力效率会随 ϕ_1 值增加而降低, 因此在设计时就必须同时兼顾汽蚀性能和效率的要求。

三、诱导轮的结构设计与参数选择

诱导轮设计的主要参数是叶片数 Z 、进口流量系数 ϕ_{ind} 和叶尖直径 D_t 、进口冲角 α_{ind} 和叶片安装角 β_{ind} 、进出口轮毂比 R_d 和 R_{d_2} 、导程 S 、叶栅稠度 τ 、叶片前缘包角 θ_1 和叶尖包角 θ_2 、及轴向长度 L 等。

3.1 叶片数 Z

从理论上讲, 诱导轮的叶片数取 1 个叶片是最理想的, 因为其对液流的排挤作用最小, 考虑到高速诱导轮的动平衡要求, 因此叶片数最好取两个, 即:

$$Z = 2 \quad (21)$$

3.2 进口流量系数 ϕ_{ind} 和叶尖直径 D_t

进口流量系数 ϕ_{ind} 是一个对泵机组的效率和汽蚀性能影响很大的重要参数, 在工况参数 Q 和 n 一定的情况下, 确定了 ϕ_{ind} , 也就确定了诱导轮的叶尖直径 D_t , 从式 (7) 可知, 要使诱导轮取得很好的汽蚀性能, 就必须使 ϕ_{ind} 取较小值, 文献 [3] 在试验的基础上总结了 ϕ_{ind} 和汽蚀系数 λ 的关系:

$$\lambda = 0.034 - 0.72597 \phi_{ind} + 5.631 \phi_{ind}^2 \quad (22)$$

上式表明当 $\phi_{ind} = 0.06446$, λ 取得最小值即诱导轮获得最好的汽蚀性能。 ϕ_{ind} 取较小值, 就意味着叶尖直径 D_t 较大, 这对泵机组的效率是没有好处的。另外随着离心泵向高速化和小型化发展, 一般希望离心轮的外径小于 200mm, 对于拉出式匹配结构的诱导轮, 其叶尖直径 D_t 不宜取得太大, 也即流量系数 ϕ_{ind} 不能取得太小。因此在确定流量系数时, 就要同时兼顾汽蚀性能和效率的要求, 参照文献 [3] 和 [4] 可取:

$$\phi_{ind} = 0.064 \sim 0.1 \quad (23)$$

在上面的流量系数范围, 建议诱导轮叶尖直径 D_t 应根据下式进行:

$$D_t = 43 \sim 65 \text{ mm} \quad (24)$$

3.3 进口冲角 α_{ind} 和叶片安装角 β_{ind}

进口流量系数 ϕ_{ind} 确定了, 也就确定了诱导轮进口液流角 β_i , 而诱导轮的叶片安装角 β_{ind} 则为进口冲角 α_{ind} 和液流角 β_i 之和, 而导程 $S = \pi D_t \tan \beta_{ind}$, 因此确定了 ϕ_{ind} 就确定了 S 。从理论上讲, α_{ind} 取较小值可使诱导轮取得较高的汽蚀性能, 但诱导轮必须产生能使离心轮无汽蚀工作的压头, 因此 α_{ind} 就不能取得太小。文献 [4] 给出了确定 α_{ind} 和 β_{ind} 的经验公式:

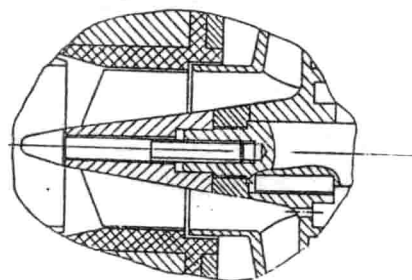


图1 诱导轮与离心轮的匹配形式

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ind} &= 3 \sim 5 \\ \alpha_{ind} &\approx \arctg \phi_{ind} \\ \beta_{ind} &= 7 \sim 10 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

3.4 进出口轮毂比 R_d 和 R_{d_2}

为使诱导轮能够取得优越的汽蚀性能, 因此希望其进口轮毂比 R_d 越小越好, 对于用轴端螺栓固定的结构形式(图1), 为兼顾汽蚀性能和效率的要求, 可取:

$$R_d = 0.18 \sim 0.25 \quad (26)$$

由于诱导轮的汽蚀首先发生在速度较大的外缘进口处, 为使汽蚀压缩在轮缘局域, 应将诱导轮设计成锥形诱导轮(图2), 其锥形角一般可取 $\theta = 8 \sim 12^\circ$, 考虑到离心轮与诱导轮轴向固定的锁紧螺母, 出口轮毂比 R_{d_2} 则应近似等于两倍的 R_d , 即:

$$R_{d_2} \approx 2R_d \quad (26)$$

3.5 叶栅稠度 τ 和叶片节距 t

诱导轮的叶栅稠度 τ 定义为叶片展开长度 L 与节距 t 的比值, 其在一定的程度上会影响诱导轮的汽蚀性能, 切巴耶夫斯基^[1]通过试验表明了诱导轮的汽蚀系数 λ 与叶栅稠度 τ 的关系, 当 τ 大于 2.5 以后, 对汽蚀系数影响不大, 反而会增加诱导轮的轴向长度和能量损失, 因此 τ 的合理取值范围应为:

$$\tau = 2.0 \sim 2.5 \quad (27)$$

叶片节距可根据下式计算:

$$t = \frac{\pi D_t}{Z} \quad (28)$$

3.6 前缘包角 θ_1 和叶尖包角 θ_2

诱导轮最先发生汽蚀的部位是其进口的外径处, 因此诱导轮进口形状对诱导轮的汽蚀性能很有影响, 文献[1]和[4]通过试验表明了圆弧形进口边(图2)能够取得较理想的汽蚀性能, 设计时一般可取:

$$R = 0.25(1 + R_d) D_t \quad (29)$$

圆弧形进口边的优点是单位进口边的负荷减少, 为使诱导轮能够取得较好的汽蚀性能, 在强度允许的前提下其进口边应加工成很薄, 因此在诱导轮铣加工后必须仔细打磨进口边, 使其具有尖锐的光滑的前沿, 建议按 $l/D=0.7$ 进行手工打磨。文献[1]的试验还表明前缘包角 θ_1 为 180° 时, 诱导轮取得最理想的汽蚀性能, 但是其进口边的轴向长度较长, 实际上前缘包角 $\theta_1=120 \sim 150^\circ$ 时诱导轮的汽蚀性能并不比 $\theta_1=180^\circ$ 时差很多, 而轴向长度却要短, 因此综合考虑, 应取:

$$\theta_1 = 120 \sim 150^\circ \quad (30)$$

诱导轮的叶尖包角 θ_2 和轴向长度 L 可分别按式(31)和(32)计算:

$$\theta_2 = 360\pi \frac{\sin \beta_{ind}}{S} \quad (31)$$

$$L = \frac{\theta_1 + \theta_2}{360} S \quad (32)$$

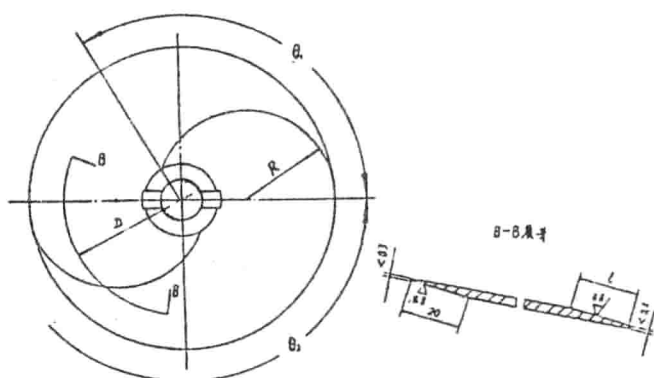


图2 诱导轮进口边形状

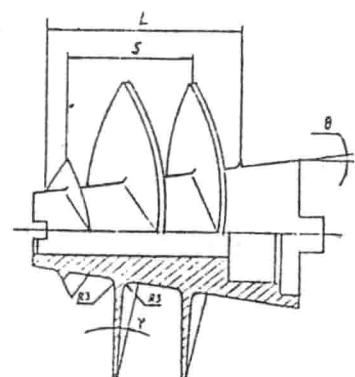


图3 诱导轮叶片形状

3. 7叶尖间隙 Δt 与叶片厚度 δ

叶尖间隙 Δt 是诱导轮外径与导流套之间的半径单边间隙,对诱导轮的汽蚀性能也有一定的影响。间隙过大导致流经间隙的泄漏增加,对进口主流的干扰增加,致使诱导轮前缘产生回流和增加损失,因此设计时应尽可能使 Δt 取小值,为此在加工时应保证诱导轮与导流套要保持很好的同心度。对于用F4等耐磨材料制造的导流套, Δt 可取:

$$\Delta t = 0.15 \sim 0.25 \text{ mm} \quad (33)$$

为使诱导轮能取得优越的汽蚀性能,在强度允许的前提下应保证叶片厚度越小越好。设计时可采用图3所示进行,即叶尖厚度很薄,应进行打磨(见图2),而叶根厚度厚一点,其倾斜角 γ 应不大于 6° 为好。

四、设计实例

下面简要介绍两台高速泵的诱导轮设计。

4. 1设计参数

这两台高速泵诱导轮的设计参数如表1所示:

表1 两台高速泵诱导轮的设计参数

泵别	流量 Q (m ³ /h)	扬程 H (m)	转速 n (rpm)	比转速 ns	汽蚀余量 $NPSH_a$ (m)
A	7.5	255	8500	21	2.0
B	11	128	7056	43	2.2

4. 2诱导轮的主要参数

由于该两台泵的比转速都较小,因此采取了在保证汽蚀性能和工作稳定性的前提下提高效率的设计原则。根据上面的理论分析和设计方法得出诱导轮的主要参数如表2所示:

表2 两台高速泵诱导轮的主要参数

泵别	ϕ_{ind}	D_t (mm)	α_{ind} ($^\circ$)	β_{ind} ($^\circ$)	S (mm)	τ	Z	Rd	θ_1 ($^\circ$)	θ_2 ($^\circ$)	L (mm)
A	0.065	49.5	4	8.0	22	2.2	2	0.26	120	392.24	31.09
B	0.09	49.5	4	9.5	25	2.2	2	0.26	120	390.97	35.48

4. 3试验结果

根据上面的设计结果,我们研制了两台高速泵,并进行了汽蚀性能试验,它们的试验结果如图4所示。从图4可以看出,泵A和泵B都取得很好的汽蚀性能,都达到了设计要求的汽蚀性能,它们的汽蚀余量在设计工况分别为0.6m和1.0m,相应的汽蚀比转速为3200和2200,满足了设计对汽蚀性能的要求。

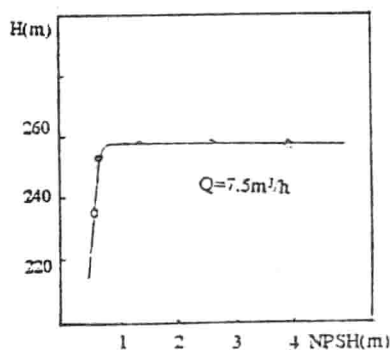


图4 泵A的汽蚀性能试验

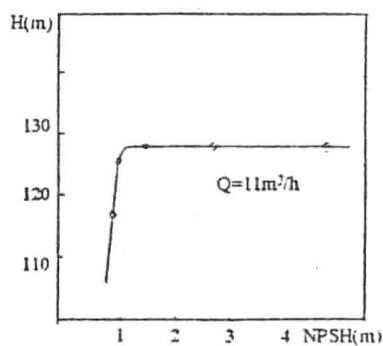


图5 泵B的汽蚀性能试验

五、结论

1. 本文对高汽蚀性能诱导轮的设计理论进行了分析, 并建立了一套比较完善的设计方法。
2. 给出了诱导轮的叶片数、进口流量系数、叶尖直径、进口攻角、叶片安装角、导程、进出口轮毂比、叶栅稠度、叶尖间隙及进口形状参数的计算公式。
3. 采用本文方法设计的两台高速泵诱导轮都取得了很好的汽蚀性能, 它们的汽蚀余量分别为0.6m和1.0m, 满足了设计对汽蚀性能的要求。
4. 为使诱导轮取得更好的汽蚀性能, 同时要产生更高的压头以保证离心轮能够在无汽蚀工况下工作, 应将诱导轮设计成变螺距结构形式。

参考文献:

- [1] [苏] 切巴耶夫斯基, 高速诱导轮的汽蚀特性, 水泵技术, 1977(3)
- [2] 朱祖超等, 高速复合叶轮离心泵的结构设计, 流体机械, 1995(10)
- [3] 勒治礼, 低比转速泵的设计研究, 水泵技术, 1982(4)
- [4] 朱祖超等, 高速复合叶轮离心泵的经验设计, 流体机械, 1996(2)
- [5] Theory and Calculation of Feed Units of Liquid Propellant Rocket, AD760265

Analysis and Design on Inducers of High-speed Centrifugal Pump

Zhu Zuchao Wang Leqin Wang Xixuan

(310027 Zhejiang University)

ABSTRACT: In this paper the theoretical analysis and design method on inducer of high-speed centrifugal pump are carried out, and the calculation formula of main parameters of inducer are also given. Two inducers of high-speed centrifugal pump designed by the proposed method achieve very satisfactory cavitating performance.

KEYWORDS: High-Speed Centrifugal Pump Inducer Design

子午流道 Bezier 曲线造型中的几何问题

陈宏冀

(中国科学院工程热物理研究所)

摘要

本文首先分析了与 Bezier 曲线自由度有关的问题。在此基础上提出了用五点四次 Bezier 曲线进行离心压气机一段子午流道造型的一种方法,它充分利用曲线自由度来满足气动和结构的要求,包括曲线端点处的曲率,同时仍有一定程度上调控曲线形状的余地。对用 Bezier 曲线构造的子午流道提出了一种好用的求流道宽度(即作内切圆)的数值方法。

一、引言

随着 CAD、CAM 的发展,在工程设计中用解析函数表达空间曲线、曲面的作法越加显示出优越性。Bezier 曲线、曲面就是在汽车外形设计中发展出来的一种解析函数表达的曲线、曲面。它们使设计人员在计算机上能非常方便地、直观地按照先勾画草图、再修改调整的方式进行设计,像使用常规设计方法和作图工具一样得心应手^[1]。

Bezier 曲线、曲面也已被引入叶轮机械的几何造型中,典型的有文献[2]中所详细描述在离心压气机子午流道和叶片的造型中的应用。文献[3]发展其中的方法,欲把原来用轮盘和轮盖处的两条 Bezier 曲线间的直线元素构成叶片曲面,扩展为轮盘到轮盖的方向为二次的 Bezier 曲面。这本是可以作到的,但该文给出的一个主要公式(4)却是不对的。

叶轮机械设计中之所以采用 Bezier 曲线、曲面倒不一定因为它们那些适合于汽车外形那种自由型面设计的特点,其他方面的优点可能更应被看重。比如与圆锥曲线、高次抛物线等相比,次数不太高也有较多的自由度;由其矢量表达式可知其形状不依赖坐标系的方位;处理大挠度的情况时没有困难;等等。

本文讲述作者对用 Bezier 曲线进行离心压气机子午流道造型设计中一些几何问题的分析和解法。

二、一些基本问题

n 次 Bezier 曲线是由参数方程

$$\begin{aligned}\bar{R}(u) &= (1-u)^n \bar{P}_0 + n(1-u)^{n-1} u \bar{P}_1 + \frac{n(n-1)}{2} (1-u)^{n-2} u^2 \bar{P}_2 + \cdots + u^n \bar{P}_n \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k (1-u)^{n-k} u^k \bar{P}_k\end{aligned}\quad (1)$$

表示的空间曲线,其中 $\bar{R}$ 、 $\bar{P}_k$ 的意义参见图 1,诸 $\bar{P}_k$ 的端点(多边点)连成 Bezier 多边形。 u 是取值 0~1 的参数。写成坐标的形式,则 x 、 y 、 z 均表示为参数 u 的多项式:

$$\begin{cases} x(u) = a_0(1-u)^n + na_1(1-u)^{n-1}u + \cdots + a_n u^n & (2a) \\ y(u) = b_0(1-u)^n + nb_1(1-u)^{n-1}u + \cdots + b_n u^n & (2b) \\ z(u) = c_0(1-u)^n + nc_1(1-u)^{n-1}u + \cdots + c_n u^n & (2c) \end{cases}$$

这里 a_k 、 b_k 、 c_k 分别是 $\bar{P}_k$ 端点的 x 、 y 、 z 坐标值。

在设计汽车外形等自由型面时,靠移动多边点的位置来按照人的意愿修改曲线的形状。而叶轮机械中的造型首要的是满足流体力学和结构上的要求,一般不是靠随意移动多边点能直接达到的。文献[2]也写到直接用多边点来定义子午流道不方便,反而是要由设计要求数据来确定多边点。那么规定多少个条件就确定了 Bezier 曲线呢?从式(1)或(2)知对 n 次 Bezier 曲线只要确定 $n+1$ 个 $\bar{P}_k$ 就完全确定了曲线,所以三维空间中的 Bezier 曲线总共有 $3(n+1)$ 个自由度,在二维情况则为 $2(n+1)$ 个自由度。

曲线两个端点的坐标经常是给定的,相当于每个端点给了 3 个(在二维情况是 2 个)条件,这已是比较明确的。而在此需要给予明确说明的是给定端点处曲线方向只相当给定 2 个而不是 3 个条件,因为三个方向角中只有两个是独立的(在二维情况只有一个独立方向角)。这时若想确定 $\frac{dx}{du}$ 、 $\frac{dy}{du}$ 、 $\frac{dz}{du}$ 三个值显然是不够的。文献[2]中叶片设计用的

公式

$$\frac{dx}{du} = \frac{ds}{du} \cdot (\sin\beta \cdot \sin\theta + \cos\beta \cdot \sin\varepsilon \cdot \cos\theta) \quad (3a)$$

$$\frac{dy}{du} = \frac{ds}{du} \cdot (-\sin\beta \cdot \cos\theta + \cos\beta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\theta) \quad (3b)$$

$$\frac{dz}{du} = \frac{ds}{du} \cdot (\cos\beta \cdot \cos\varepsilon) \quad (3c)$$

中的 $\frac{ds}{du}$ 未说明如何确定,于是文献[3]提出了曲线尚是未知的, $\frac{ds}{du}$ 无法知道,因此上述

公式无法使用的问题。其实从尚剩余一个自由度的角度去考虑就知道可把 $\frac{ds}{du}$ 的值作为

第三个给定条件,其意义为给定曲线弧长对参数 u 的伸缩比,于是三个坐标的导数就确定了。此外还有许多其他替代的条件给法,如给定 $\frac{dx}{du}$ 、 $\frac{dy}{du}$ 、 $\frac{dz}{du}$ 的值,方向、伸缩率

被动确定;或给定方向的二个条件,再给定 $\frac{dx}{du}$ 、 $\frac{dy}{du}$ 、 $\frac{dz}{du}$ 中的任一个,其他两个及

$\frac{ds}{du}$ 都是被动确定。

三、用四次 Bezier 曲线的子午流道造型

因离心压气机子午流道通常是按功能分成若干段(如进口段、叶片段、扩压段……)进行设计,同时考虑相互的连接,本文选用五点四次 Bezier 曲线作流道的型线,因其自由度在合理利用下在充分满足气动、结构上的要求后尚有适当的余地可用于调控曲线形

状。

现有 10 个自由度(指一条型线)。曲线两端点的坐标给定 4 个条件, 斜率给定 2 个条件。根据四次 Bezier 曲线的性质(参看图 2), 多边形的边②~①和④~③的斜率为曲线端点处的斜率, 长度为端点处的 $\frac{ds}{du}$ 值的 $\frac{1}{4}$, 所以给定端点处 $\frac{ds}{du}$ 不同的值(2 个条件)可使①点和③点沿这两条边的方向滑动, 从而在一定程度上改变曲线的形状。作为替代也可给定 $\frac{dz}{du}$ 和 $\frac{dr}{du}$, 此时斜率、 $\frac{ds}{du}$ 随之确定, 不再给。至于②点(2 个自由度)它的位置影响二端点处的曲率, 与其盲目地移动它不如给定端点处曲率为所需要的值, 用一定的关系式来确定之。这样就尽量利用了曲线的自由度来达到设计要求的数据, 这些数据足以保证各段的光滑连接。

由给定的端点处曲率确定②点位置的关系式本文推导如下: 设子午面内五点四次 Bezier 曲线的参数方程为

$$\begin{cases} z(u) = a_0(1-u)^4 + 4a_1(1-u)^3u + 6a_2(1-u)^2u^2 + 4a_3(1-u)u^3 + a_4u^4 & (4a) \\ r(u) = b_0(1-u)^4 + 4b_1(1-u)^3u + 6b_2(1-u)^2u^2 + 4b_3(1-u)u^3 + b_4u^4 & (4b) \end{cases}$$

在曲线的起点($u=0$)、终点($u=1$)处可求出

$$z_S = z(0) = a_0 \quad (5)$$

$$z_E = z(1) = a_4 \quad (6)$$

$$\dot{z}_S = \left. \frac{dz}{du} \right|_{u=0} = 4(a_1 - a_0) \quad (7)$$

$$\dot{z}_E = \left. \frac{dz}{du} \right|_{u=1} = 4(a_4 - a_3) \quad (8)$$

$$\ddot{z}_S = \left. \frac{d^2z}{du^2} \right|_{u=0} = 12(a_0 - 2a_1 + a_2) \quad (9)$$

$$\ddot{z}_E = \left. \frac{d^2z}{du^2} \right|_{u=1} = 12(a_2 - 2a_3 + a_4) \quad (10)$$

对 $r(u)$ 可完全类似地求出在曲线端点处的 r 、 $\dot{r}$ 、 $\ddot{r}$ 的表达式来。

由曲率 K 的公式可得关系

$$\dot{z}\ddot{r} - \ddot{z}\dot{r} = K(\dot{z}^2 + \dot{r}^2)^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

将曲线起、终点处 z 、 $\dot{z}$ 、 $\ddot{z}$ 、 r 、 $\dot{r}$ 、 $\ddot{r}$ 的表达式(5)~(10)等代入上式, 经整理分别得到

$$\begin{cases} \dot{r}_S a_2 - \dot{z}_S b_2 = -\dot{r}_S(a_0 - 2a_1) + \dot{z}_S(b_0 - 2b_1) - \frac{1}{12} K_S(\dot{z}_S^2 + \dot{r}_S^2)^{\frac{3}{2}} = F_S & (12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{r}_E a_2 - \dot{z}_E b_2 = \dot{r}_E(2a_3 - a_4) - \dot{z}_E(2b_3 - b_4) - \frac{1}{12} K_E(\dot{z}_E^2 + \dot{r}_E^2)^{\frac{3}{2}} = F_E & (13) \end{cases}$$

当 $\dot{z}_S \dot{r}_E - \dot{z}_E \dot{r}_S \neq 0$ 时即可解得

$$\begin{cases} a_2 = \frac{\dot{z}_S F_E - \dot{z}_E F_S}{\dot{z}_S \dot{r}_E - \dot{z}_E \dot{r}_S} \\ b_2 = \frac{-\dot{r}_E F_S + \dot{r}_S F_E}{\dot{z}_S \dot{r}_E - \dot{z}_E \dot{r}_S} \end{cases} \quad (14a)$$

$$(14b)$$

其中 a_0 、 a_1 、 a_3 、 a_4 、 b_0 、 b_1 、 b_3 、 b_4 先用式(5 ~ 8)等求出。而当 $\dot{z}_S \dot{r}_E - \dot{z}_E \dot{r}_S = 0$ 时,两端点处切线平行,此时两端点处曲率不是相互独立的,只可给定一端的,而 a_2 、 b_2 的解不是唯一的。

至此 Bezier 曲线完全被确定,任意 u 值的 z 、 r 坐标值即可方便地解析地给出。

四、求流道宽度的数值方法

子午流道设计中另一个几何问题是求流道宽度,其中主要任务是要作出流道的一系列内切圆,每个内切圆两个切点间的宽度就定义为流道的宽度。手工作图不论何种型线的流道都可使用,但是不够快捷,也不够精确。对流道型线由圆弧组成的情况,可用文献[4]中给出的解析公式直接计算。现在型线为 Bezier 曲线,本文提出下述数值方法。

例如要求图 3 中切于流道一壁面上指定的 M 点的内切圆的另一切点 N 的位置。现 Bezier 曲线上任意点的法线如 n_M 、 n_N 都容易求出,如写成

$$\dot{z}_M(z - z_M) + \dot{r}_M(r - r_M) = 0 \quad (15)$$

和

$$\dot{z}_N(z - z_N) + \dot{r}_N(r - r_N) = 0 \quad (16)$$

进而可导出

$$\text{tg}(n_M, MN) = \frac{\Delta r \dot{r}_M + \Delta z \dot{z}_M}{\Delta z \dot{r}_M - \Delta r \dot{z}_M} \quad (17)$$

$$\text{tg}(NM, n_N) = \frac{\Delta r \dot{r}_N + \Delta z \dot{z}_N}{\Delta r \dot{z}_N - \Delta z \dot{r}_N} \quad (18)$$

其中 $\Delta z = z_N - z_M$, $\Delta r = r_N - r_M$ 。二者应该相等或

$$(\Delta r \dot{r}_N + \Delta z \dot{z}_N)(\Delta z \dot{r}_M - \Delta r \dot{z}_M) - (\Delta r \dot{r}_M + \Delta z \dot{z}_M)(\Delta r \dot{z}_N - \Delta z \dot{r}_N) = 0 \quad (19)$$

当开始假定的位置 $N_1(u_{N1})$ 不准确时上式左端不等于零,令其为 δ ,而

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{du_N} &\cong (\Delta r \dot{r}_N + \Delta z \dot{z}_N)(\dot{z}_N \dot{r}_M - \dot{r}_N \dot{z}_M) + (\dot{r}_N^2 + \dot{z}_N^2)(\Delta z \dot{r}_M - \Delta r \dot{z}_M) \\ &\quad - (\dot{r}_N \dot{r}_M + \dot{z}_N \dot{z}_M)(\Delta r \dot{z}_N - \Delta z \dot{r}_N) \end{aligned} \quad (20)$$

则 u_N 的更好的近似值按下式求得

$$u_{N2} = u_{N1} - \delta \left/ \frac{d\delta}{du_N} \right. \quad (21)$$

依此类推,进行迭代。

实际计算中只需数次迭代即可达到满意的精度。此方法的原理可推广用于其他解析表达或用数字表达型线的情况,只是法线、夹角等的表达要作相应的修改。

五、例子

图 4 所示为用本文方法实际设计的某压气机叶片段的子午流道, 其确定 Bezier 曲线的给定的端点数据为

	$z(\text{mm})$	$r(\text{mm})$	倾角(度)	ds/du	曲率
轮盖进气边	-60	59	6	110	0.017
轮盖出气边	-15	125	86	110	0.005
轮盘进气边	-42	31	23	125	0.013
轮盘出气边	-5	125	90	125	0.0

图 5 说明当改变端点给定条件时 Bezier 曲线的变化, 其中曲线 B 是将前述轮盖型线(即 A)的端点曲率减小为 0.01 和 0.002 同时保持其他条件不变而得, 曲线 D 是将前述轮盘型线(即 C)端点处伸缩率 $\frac{ds}{du}$ 减小为 75 和 75 同时保持其他条件不变而得。图中还示出了 Bezier 多边形的变化。以上情况表明了设计时可在一定程度上调整曲线的形状。

参考文献

[1] Bezier,P.E.: " Numerical Control - Mathematics and Applications " , John Wiley and Sons. London, 1972.

[2] Casey,M.V.: " A Computational Geometry for the Blades and Internal Flow Channels of Centrifugal Compressors " , Journal of Engineering for Power, Vol.105, No.2, 1983, pp.288 ~ 295.

[3] 黄小燕、汪庆桓: " Bezier 多项式在压气机内流道几何造型中的应用 " , 中国工程热物理学会论文, 87 - 2 - 89, 1989.

[4] 王尚锦: " 离心压缩机三元流动理论及应用 - 节能转子设计基础 " , 西安交通大学出版社, 1991, pp.239 ~ 241.

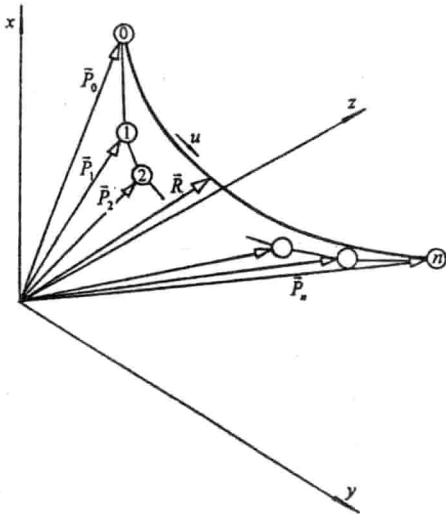


图 1 空间 Bezier 曲线示意图

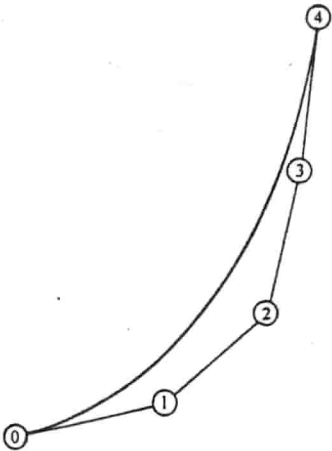


图 2 平面五点四次 Bezier 曲线示意图

汤高陵

总后勤部油料研究所

提 要

变转速泵叶轮流道内液流运动参数 q 是空间与转速坐标系 x, y, z, n 的函数, $q = q(x, y, z, n)$ 。因转速 n 的因次, $1/\text{秒}$ 、 $1/t$, 也可用 t 表示。则 $q = q(x, y, z, t)$, 表示变转速叶轮内液流运动变化关系。因转速 n 与角速度 ω 及液流绕流叶型流线包角 θ 的变化大小有关。则表达成 $q = q(x, y, z, \omega)$, $q = q(x, y, z, \theta)$ 。

优化求解叶轮结构形状的根本目标在于由给定性能找出获高效率与高吸程统一, 稳定均匀变化性能曲线的叶轮结构形状。因此, 就叶轮性能的参数, 分别表达成液流压头、流量、吸程及汽蚀余量相应的液流运动参数。

$$H = H(x, y, z, n), Q = Q(x, y, z, n), H_s = H_s(x, y, z, n), NPSH = NPSH(x, y, z, n)$$

这就是变转速叶轮流道内液流运动的变转速流动解, 由变转速的设计工况求出的叶轮结构形状, 是变转速叶轮的特解。

一、变转速叶轮性能结构理论

1、无因次量的无因次性能方程

$$(1) \text{ 能量性能 } H, \eta, N = f(Q, n, \rho, \nu, D, g) \quad (1)$$

用因次分析法, 由 π 定理解析出

$$\frac{gH}{n^2 D^2}, \eta, \frac{N}{\rho n^3 D^5} = f\left(\frac{Q}{n D^3}, \frac{\nu}{n D^2}\right) \quad (2)$$

式(2)中 n 用 ω, θ 表达变化关系, 则

$$\frac{gH}{\omega^2 D^2}, \eta, \frac{N}{\rho \omega^3 D^5} = f\left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\nu}{\omega D^2}\right) \quad (3)$$

$$\frac{gH}{\theta^2 D^2}, \eta, \frac{N}{\rho \theta^3 D^5} = f\left(\frac{Q}{\theta D^3}, \frac{\nu}{\theta D^2}\right) \quad (4)$$

(2) 汽蚀性能 叶轮运转中如产生汽蚀液流, 多先发生在叶型流面流线进口, 需引入汽蚀余量 $NPSH$ 。

$$g, NPSH, \eta, N = f(Q, n, \rho, \nu, D_1, g) \quad (5)$$

$$\text{仍用因次分析法, 由 } \pi \text{ 定理解析出 } \frac{g \cdot NPSH}{n^2 D_1^2}, \eta, \frac{N}{\rho n^3 D_1^5} = f\left(\frac{Q}{n D_1^3}, \frac{\nu}{n D_1^2}\right) \quad (6)$$

$$\text{式(6)中 } n \text{ 用 } \omega, \theta \text{ 表达变化关系, 则 } \frac{g \cdot NPSH}{\omega^2 D_1^2}, \eta, \frac{N}{\rho \omega^3 D_1^5} = f\left(\frac{Q}{\omega D_1^3}, \frac{\nu}{\omega D_1^2}\right) \quad (7)$$

$$\frac{g \cdot NPSH}{\theta^2 D_1^2}, \eta, \frac{N}{\rho \theta^3 D_1^5} = f\left(\frac{Q}{\theta D_1^3}, \frac{\nu}{\theta D_1^2}\right) \quad (8)$$

(3) 能量性能的无因次量变化统一

$$\frac{gH}{n^2 D^2} = \text{const}, \frac{Q}{n D^3} = \text{const}, \frac{\nu}{n D^2} = \text{const} \quad (9)$$

$$\frac{gH}{\omega^2 D^2} = \text{const}, \frac{Q}{\omega D^3} = \text{const}, \frac{\nu}{\omega D^2} = \text{const} \quad (10)$$