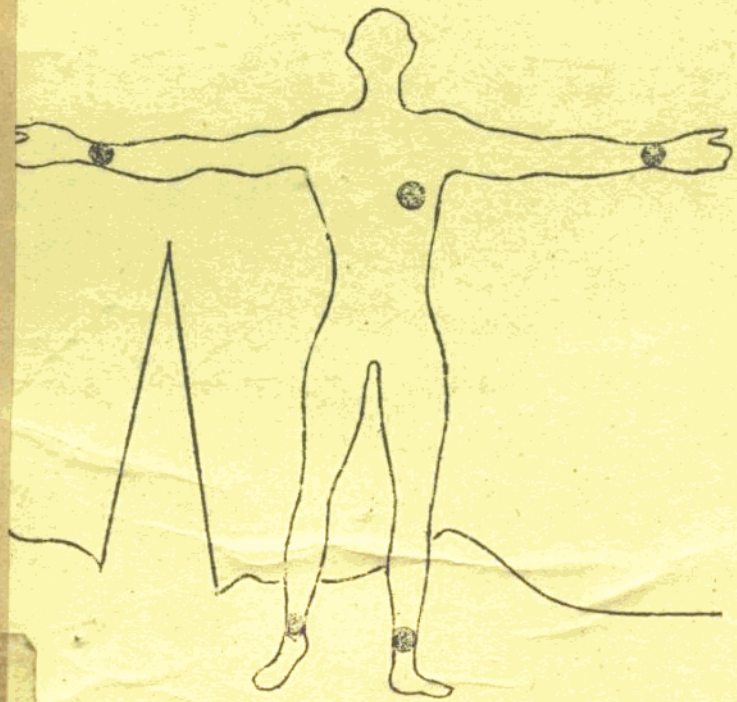


78.11

生物医学测量用 传感器

(上册)



浙江大学科仪系
生物与医学仪器教研组

1978.8

R312/ZDK/M1

第二章 信号及系统的特征

2.1 信号的动态特征

信号可以分类为静态或动态的。虽然前者的意思是信号是不会改变的，从而也就不具有信息，但通常把变化缓慢的，可能从一种静态变到另一种静态的信号亦包括在这一类中。另一方面，动态信号是变化的并要求测量系统的元件有足够的快速性以使输出真实地跟随输入；保证这一点的准则将在本章的下面及第三章中讨论。

在讨论动态信号的性质及其处理时，将其分成周期性的、暂态的和随机的星方便的，虽然理想地每种都能单独存在，但更正常的真正信号是包含二个或以上的组合。这种组合的性质通常可以将其作为单独分量来处理然后将它们叠加起来。

一周期性的信号是一种以规律性的周期进行重复的信号，所以对其一个完整循环的信号的了解可以预测所有其它时间的信号形状。另一方面，一暂态信号，严格地说，时间上是独立的并不以任何规律性重复，但实际上，一个与重复周期相比持续期短的信号一般是归入暂态的。

随机信号的特征是一无周期的随时变化；对将来变化所能作的唯一预测为统计性质的。这种信号在一定程度上存在于任何测量系统中并成为可能达到的灵敏度的极限。

上述三种信号形式中每一种的性质和特征将在下面详细讨论。

2.1.1 周期信号

尖氏级数。一周期信号的最简单数学式为正弦波写成。

$$V = V_m \sin \omega t$$

其中， V_m 为峰值， ω 为角频率，波形的周期为 $T = 2\pi/\omega$ ，就是由这种信号我们可以综合出任何复杂形状的周期信号。反之，任何周期信号可以分解成一系列的正弦信号。这种分解之所以重要的一个原因是，通常观察各分正弦分量如何随测量系统响应的。将周期信号作为一个整体来处理要简单。

可以证明任何周期为 T 的信号 $f(t)$ 可以分解为一系列离散的正弦波。

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t \quad (1)$$

式中诸波幅值为：

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t \, dt \quad (2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t \, dt$$

这一级数称为傅里叶级数。包含有一项 $a_0/2$ ，等于一周期内 $f(t)$ 的平均值，加上一系列 \sin 和 \cos 项的和。其频率分量由基频 ω 开始以整数级增加到无限大。

由 (1) 式的级数可以精确代表任何周期波形和看是有些奇怪的。但由图 2.1 所示的方波的分量就变得较清楚，如何由适当的選擇幅值的大小和符号將諸波分量加成一复杂的波形。

可以证明，如果信号为奇函数，即 $-f(t) = f(-t)$ ，级数中只有 \sin 项，如信号为偶函数，即 $f(t) = f(-t)$ ，级数只有 \cos 项。由图 2.2 中给出的偶函数和奇函数的例子，可以得出只要将一检直波形就可以决定 a_n 或 b_n 项为零。

(1) 式和 (2) 式以另一种形式可以写 $(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$ 写成 \sin 或 \cos 函数并有 - 相位 ϕ_n 项。如用 \sin 函数，得：

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t - \phi_n) \quad (3)$$

式中， $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ 和 $\phi_n = \tan^{-1} \frac{a_n}{b_n}$ (4)

于是 $f(t)$ 可以用一 \sin 波形的级数来表示，其相位是变的。这一形式对观察随频率而变的相移对波形的影响时特别有价值。

当将 (1) 式用于某些简单波形时，发现对于平滑变化的曲线诸波幅值随级数的增加而迅速下降。在表 2.1 中可见第三行的

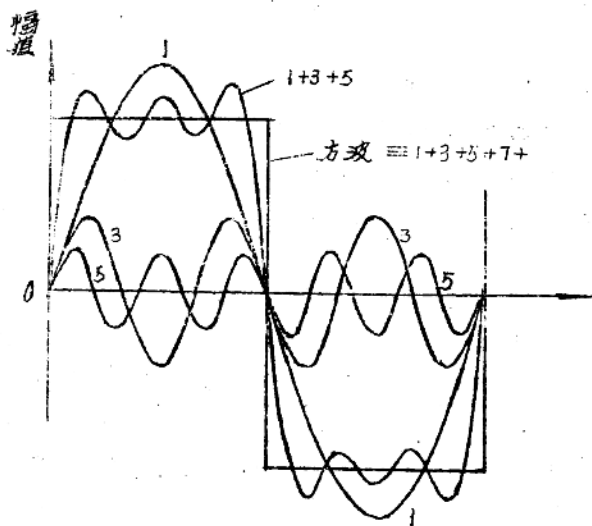


图 2-1

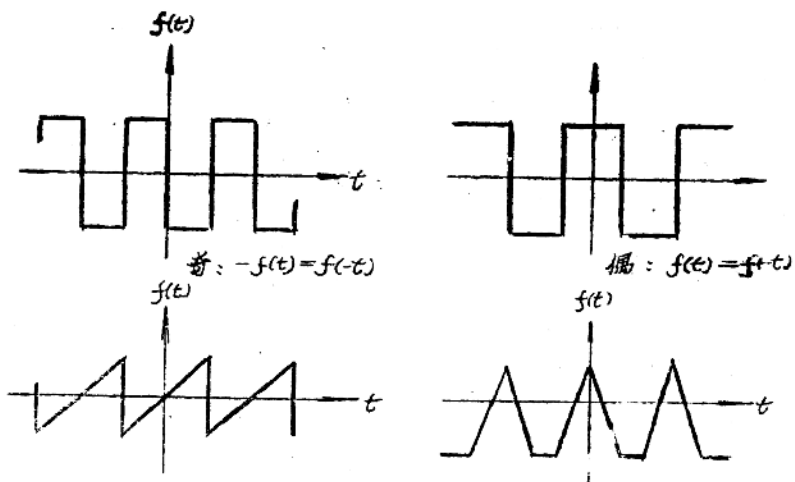


图 2-2

三角波的谐波幅值与方波相比下降得快得多。事实上一般选择都是正确的：波形愈突变和不连续，要得到波形合理逼近所需色格的项数愈多。

虽然尖顶锯齿（用色格有无限项）可精确代表任何周期波形，但实际上一般只要相当逼近波形就可以了。所需色格的项数与波形的性质及所需的精度有关。因此，对动脉血压波形（它为一较平滑的曲线）可能只要10次谐波，而对一心电图波形（有尖顶的QRS波）可能需要30~60次谐波以得到同样的逼近程度。某些处理信号的综合与分析的例子示于图2.3和2.4中。

一个极其重要的概念，特别是在处理非正弦波时，是频谱的概念。在表2.1的第三列中表示了几种周期波形的频谱：每一垂直线表示某一谐波的幅值。对所有完善周期波形的一个特征是它们具有一种形状的线频谱。它相对于随机或暂态信号的连续频谱（有全部的频率），一个接近周期的波形或一个周期波形带有小量的噪声将表现为这样的频谱。其谱线宽度并有一小幅度的连续频谱，许多生理信号都具这种形式。

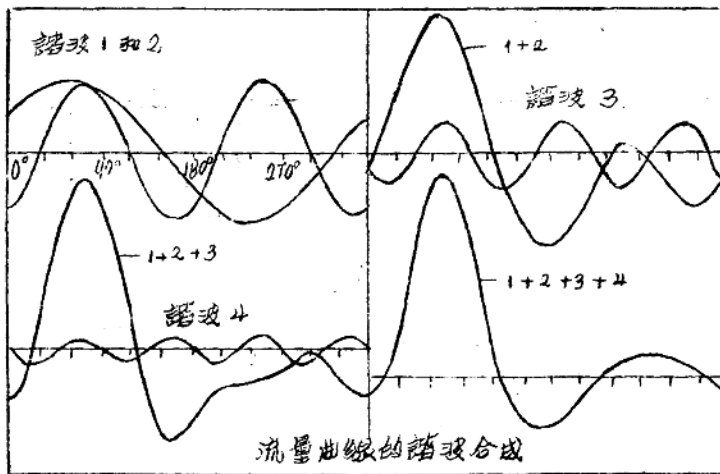


图 2-3

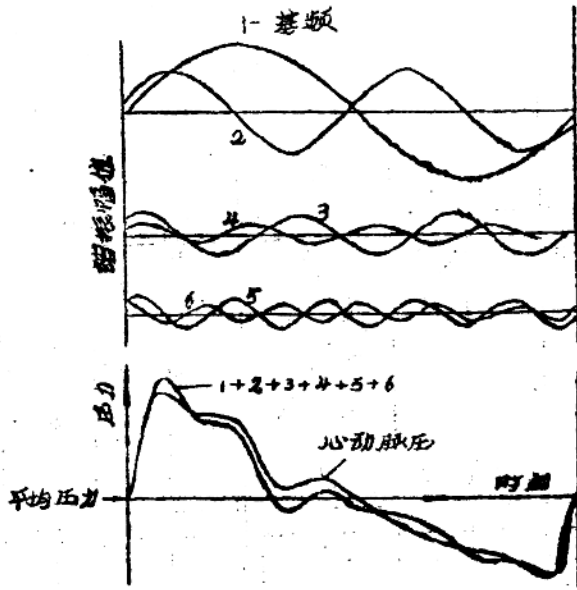


图 2-4

分析方法。信号的分析，特别是决定波形的频谱，提供了正确设计一测量系统重要的，並往往是主要的信息。它亦能以一种更便于理解所包含的物理过程的形式提供被测系统方面的信息。所发展的各种频谱分析方法的可用性决定于所包含的频谱范围、可用信息的形式（模拟或数字），以及信号的性质（周期或随机）。将对下述四种方面作一简要讨论：(1) 基于窄带模拟滤波器的系统；(2) 基于自相关的傅氏变换的系统；(3) 基于快速傅氏变换 (FFT) 的数字技术；(4) 基于光学处理处理的系统。

使用一系列的窄带滤波器排成能复盖感兴趣的频率范围可能是最直观的（虽然是最贵的）频谱分析方法并且是一种能实时分析随机和周期模拟信号的方法。这类的一种仪器用了一系列 $1/3$ 音阶滤波器以复盖 $3.15 \text{ Hz} \sim 80 \text{ KHz}$ ，并用一多路切换器和数字锁存器依次测量各滤波器的输出。

以某些分析时间的增加作代价並用一变频系统可以避免必须来用大量精密滤波器。在这一系统中输入信号与一从变频振荡器来的信号混合，合成的和或差频率然后通过一单窄带滤波器。

表 2.1 某些简单周期波的奥氏级数及频率

波形形式	波形	谐波幅值 (数量)	公式
方波			$f(t) = \frac{4A_0}{\pi} (\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots)$
锯齿波			$f(t) = \frac{2A_0}{\pi} (\sin \omega t - \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t - \dots)$
三角波			$f(t) = \frac{8A_0}{\pi^2} (\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots)$
半波整流波			$f(t) = \frac{A_0}{2} (\frac{2}{\pi} + \cos \omega t + \frac{1}{3} \cos 3\omega t - \frac{1}{15} \cos 5\omega t + \frac{1}{35} \cos 7\omega t - \dots)$

記下其輸出。改變本振頻率，信號頻譜的各分量可以迭出並測得。本質上，這一系統工作得象一可調窄帶濾波器，其中心頻率由本振決定。通過用一可編程序的本振，系統可以自動化，“濾波器”的中心頻率經過感興趣的範圍，並作出一表示信號頻譜特征的曲線。

上面所述第二種分析方法中，頻譜是由自相關函數的奧氏變換求得的。一周期波形（周期為T）的自相關函數定義為：

$$\Phi(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot f(t-\tau) dt \quad (3)$$

如f(t)由(1)式給出，將(1)式代入(3)式。

$$\Phi(\tau) = \frac{a_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \cos n\omega\tau \quad (4)$$

現Φ(τ)的COS奧氏變換函數定義為

$$\Phi(n) = \frac{1}{T} \int_0^T \Phi(\tau) \cos n\omega\tau d\tau \quad (5)$$

將(4)式代入(5)式，得。

$$\Phi(n) = \frac{a_n^2 + b_n^2}{4} \quad (6)$$

它簡單地就是n次諧波幅值的均方值。因此求自相關函數並取其奧氏變換的過程可以求出頻譜幅值。以這種種過程為基礎的一種商用系統可以在小于一分鐘內分析一個波形。

採用通用數字計算機及一適當程序或一作這類計算的專門設計的機器，數字技術為在線或離線頻譜分析提供一種強有力的方法。將模擬輸入信號轉變為數字信號這僅是對模擬信號作等間隔採樣，並將採樣的幅值變換成數字形式。只要採樣頻率大於實際感興趣最高諧波頻率的一倍就能獲得精確的結果（見§3.4）。离散奧氏變換（FFT算法）可以從採樣信號中出頻譜。雖然充分弄懂這一技術不是超出了這一章的範圍的，但可以由下面的討論得到一些定性的理解。

(1) 式可以写成复数形式:

$$\begin{aligned} \cos n\omega t &= \frac{1}{2}(e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}) \\ \sin n\omega t &= \frac{1}{2}(e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}) \end{aligned} \quad (7)$$

由此可得复数的实数级数形式:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n e^{jn\omega t} \quad (8)$$

其中复数幅值 A_n 为:

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega t} dt \quad (9)$$

可容易地证明这些幅值项与 (1) 式的实数幅值项的关系为:

$$A_0 = \frac{1}{2} a_0, \quad A_n = \frac{1}{2}(a_n \mp j b_n) \quad |n| > 0$$

其中负号用于正 n , 正号用于负 n .

如 N 中采样, 其幅值为 x_k ($k = 0, 1, 2, \dots, N-1$), 以等间隔 Δt 取得, 则 (9) 式可以由和式代替:

$$A_r = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp\left(\frac{-j2\pi k r}{N}\right) \quad (11)$$

式中, $r = 0, 1, 2, \dots, N-1$. 用 (11) 式求幅值 A_r 包括一系列的乘法和加法, 实际上对 $N/2$ 中谐波, 要作 N^2 次乘法和加法.

FFT 是一种妙的方法以将乘法次数降到 $N \log_2 N$ 次, 这一减少当 N 大时是很可观的. 造成计算时间的巨大节约. 例如, 对 1024 点采样, 计算次数可减少 200 倍以上. 有好几种商业的专用计算机 (内部做好 FFT 乘法) 可用并能在几秒内完成一频谱分析—这得足以满足许多实时问题的要求. [3]

最后要讨论的方法涉及用光学技术. 它具有一种对离散数据进行频谱分析的经济学方法的功能. 该方法利用光学镜头的实氏变

換性質 [4, 5], 用一張相盤片或一声学衍射元, 就可將被分析的信号波移动到仪器的輸入焦平面, 可以得到一輸出, 其為譜度為一頻譜幅度的度量, 而其位移為譜波數的度量。

2.1.2 暫态信号

与复数周期波相似, 暫态原则上可以由正弦波合成, 主要的差别为频谱不是离散而是连续的以及虽然任一单独频率的幅值为零, 在一无限频率范围用的信号 "总" 不为零, 对一周期信号中的能量是由一有限数目的离散频率(为基波的谐波)的所含能量组成, 对一暫态信号, 如果一离散频率的所有能量不为零, 则白子有无限数目的频率, 信号的所含能量将为无限, 所以, 结果是幅值为零, 而在 $\Delta\omega$ 带宽中的信号是不为零, 我们称信号量为频谱密度 $g(\omega)$: 它与 (9) 式中所含的幅值项 A_n 相类似, 並通常为一复数量写成,

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (12)$$

其中 $f(t)$ 为暫态信号, 与对周期信号一样暫态可以將譜密度对所有频率积分来重新获得, 即:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (13)$$

这一式子与周期波动的复数表示级数 (8 式) 相似, (12) 和 (13) 式构成一对互反的积分 [6]: (12) 式可以用求取一信号的频谱並也許可以用一滤波器来修正, 而 (13) 式可用求取一改变了的频谱按如何影响信号形状, 简言之, (12) 和 (13) 式构成观察信号处理系统对信号本身的影响的基础。

为說明 (12) 式的用途, 看盘 9.5 上所示单位幅值方波暫态脉冲 (用图 2T), 根据 (12) 式所要求的作积分, 求出譜密度为

$$g(\omega) = 2T \left(\frac{\sin \omega T}{\omega T} \right)$$

它画在盘 9.5 (b) 上。

应注意，虽然这里包括了正和负的频率，但只有前者有物理意义；把负频率包括在内是为数学上的方便。

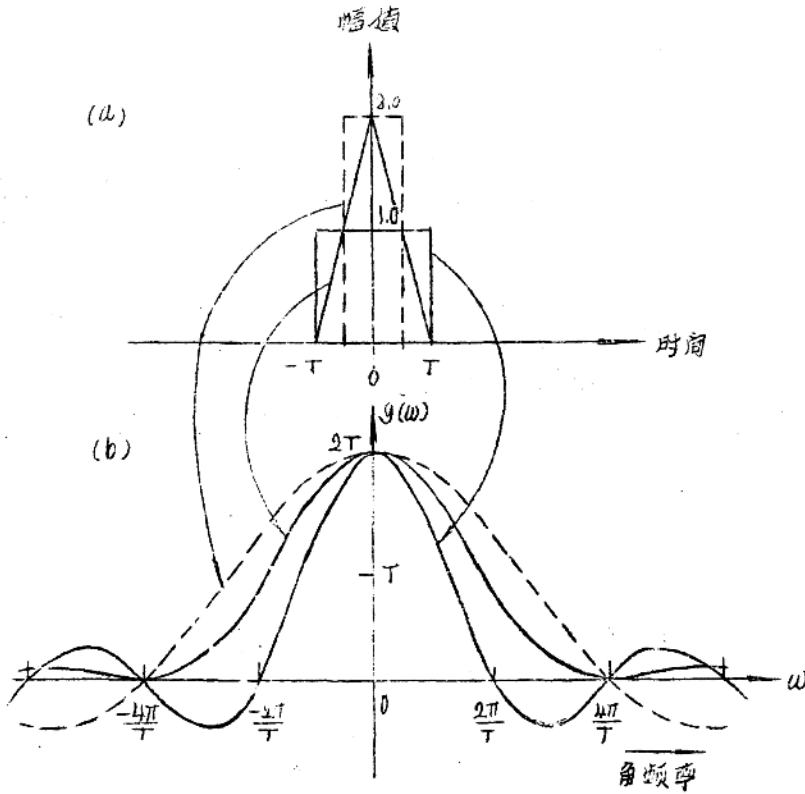


图 2-5

比较三角波和方波的谱表明这样的一般性质，在波形中的急骤改变倾向于产生高频分量，从而要求有较大的信号带宽以正确处理信号。

2.1.3 噪声

噪声，至少在一定程度上，存在于所有测量系统中和在所有信号源中。通常将由基本物理过程所产生的随机性质噪声 [7] 与由于干扰所造成的噪声 [8] 区别开来，后者与被测信号可以有也可以没有相关性。例如，一种基本噪声类型是由导体中电子密度的

統計變化所产生並存在于所有的电阻元件中。一种經常的干扰噪声是由于存在由 60 Hz 驱动的元素所产生的电磁或静电干扰。

干扰通常可以减小並往往可以由仔细的静电和磁屏蔽 [7] 而大大减小；但由基本物理现象所产生的噪声通常对一给定的测量所能实现的精度設置了基本的限度。一般噪声分量随信号带宽的增加而增大，所以对要求大的带宽的动态信号在设计中可能需要特別仔細以保証測量系統有最佳的噪声性能。

如果噪声源与信号是不相关的，周期信号的噪声分量可以用平均过程来求很大地减小。作平均化的計录机一般在信号的周期中作大量的采样，並將結果以数字形式存貯起来，对下一循环重复此过程並把新的幅值与前一采样相加，从而使得能求得平均的采样幅值。由于随机噪声和不相关的干扰信号的平均值为 0，所以随着信号取平均的周期数增加，信噪比得到改善。事实上可以証明，这一比值可以改善采样循环数的平方根次倍。不过，这一改善只有在启动每一循环的同步脉冲与要抽出的信号正确锁定时才能实现。

噪声幅值的一种方便的数量为求幅值的均方值的平方根 (RMS 幅值)，将幅值平方，所有的负幅值都变正，所以平方幅值的平均值是一非零值。这一过程示于图 2-6 上。

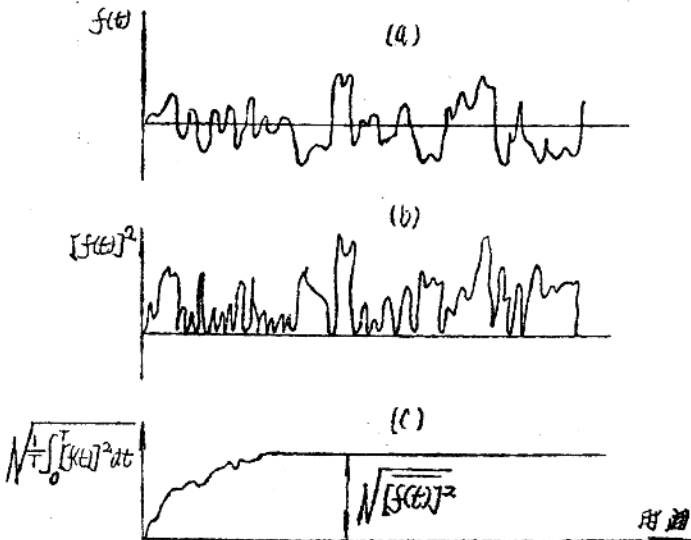


图 2-6

虽然 RMS 值指示了噪声幅值，但关于它的频率分量就难用分贝。这可以由一谱密度曲线来观察到如 2.7 所示。此曲线对许多实际测量系统的典型例子它显示了三个不同的区域：一低频区，其中均方噪声随 $1/f$ 而变；一中频区，其中噪声谱基本上是平坦的；以及一高频区显示了上升的频谱。通常发现大部份的元件和系统显示一噪声谱 $1/f^n$ (几近依为 1) 而变的低频区。典型地，一放大器可能有这样的噪声谱，其中在频率低于几千赫

$1/f$ 噪声是主导的。在中频区噪声由电子密度中的热运动所控制，产生 Johnson 噪声，它具有平坦的频谱 [7]；这一型式的噪声通常看作白噪声。当频率接近放大器截止频率时，其它过程开始起作用。同时，一般观察到增大的噪声幅值。

在放大低频信号或其中直端分量必须保持的信号时具有特别重要性的长 $1/f$ 噪声，将输入频率调成较高的频率，放大器就可以工作在 $1/f$ 分量不那么重要的区域。一旦当信号放大到以后信号处理元件所产生的噪声不再重要时，信号就可检测。有时原来的，但已放大的信号可以恢复。

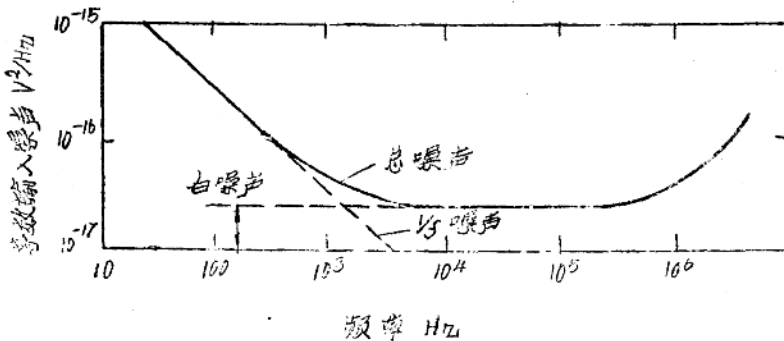


图 2-7

2.2 系统动态特性

对信号的特征及性质的讨论自然而然地导致对用于检测、处理和记录信号的系统或子系统的讨论。显然对我们所要测量的信号有影响的系统性质加以确定和定量地了解一分子系统对另一分子可能有的相互作用是有很大的重要性的。为了避免许多测量误差

源。必须规定各子系统应满足的一组准则。但在能做到这一点之前，必须讨论各种方法以定量地阐明一系统如何改变输入信号，它如何与信号源相互作用以及它如何受输出负载的影响。

对输入和输出有线性关系的系统（线性系统），最好的规定是系统的输入阻抗，输出阻抗和输入-输出传递函数。这些量（是这一节的主要内容）是在与电气线路及系统有关时最常用的；但它们在用于纯机械系统或有混合性质的系统时亦同样有用。

由于本书限于线性系统，因此线性系统的动态分析所产生的数学困难就可避免了。非线性、滞环及间隙将在第三章中主要作为准静态现象来讨论；将准静态和动态特性叠加就可以得到整个系统性能的一粗浅的度量。

2.2.1 输入-输出传递函数。

一系统，子系统或元件的传递函数将输入信号与输出信号联系起来并提供一种手段以能对任意给定输入变量求出输出。对一复杂的由一系列相互连接部份组成的系统，对每一部份的传递函数以及对它们的输入和输出特性的知识使得可以计算出整个系统的传递函数。

传递函数可以用二种等效的形式表示：复数形式和正弦形式。在复数形式中传递函数可以直接用来计算对暂态输入信号的响应。另一方面，正弦形式更适合于如解周期波形。对这类波形的一般方法是将输入分解成其频率分量如前一节所述，用正弦传递函数。系统对每一分量的影响可以求出，将所有改变了的输出分量相加，可以预知出总的输出信号波形。这一过程示于图 2.8 上。自然，对暂态输入亦可以用这种方法，但用复数形式更简单些，它是特别为这类问题而设计的。

系统的正弦传递函数示于图 2.9 (a) 上，可以看出在系统输入端加正弦测试波其测量输出信号的幅值和相位求得。这些量对频率的关系使得可以作出二种如图 2.9 (b) 和 2.9 (c) 所示的曲线，将其合在一起就称为系统的波特图。同时它们完全确定了系统的传递函数。曲线 (b) 为幅频特性，曲线 (c) 为相频特性。

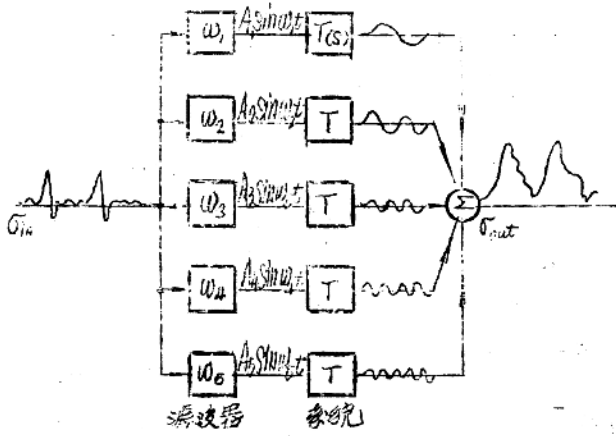


图 2-8

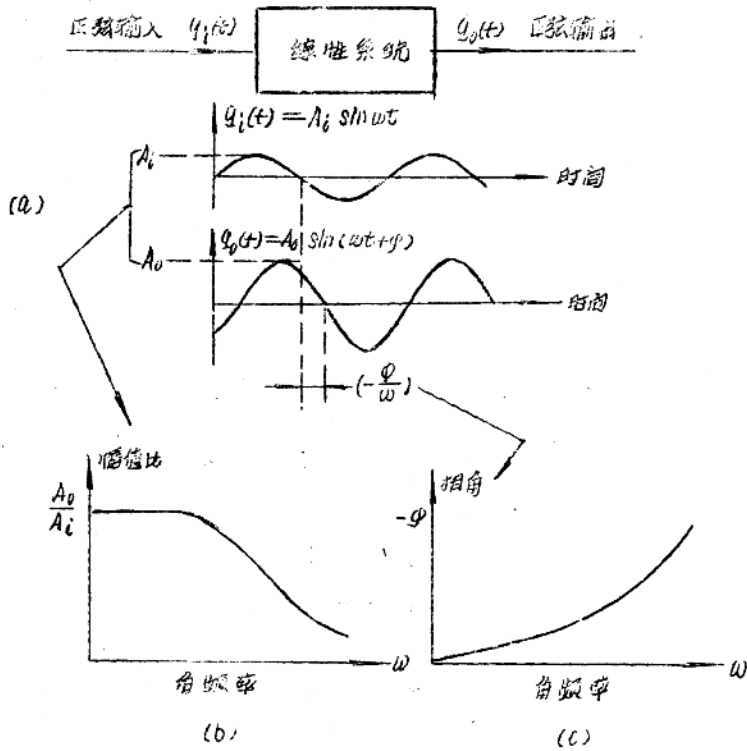


图 2-9

往往输入-输出关系可以用一微分方程的形式来表示，它由仔细地分析系统各元件导出。用这种形式传递函数可以用来解析地预测对某些简单形状输入信号时的输出。同时从这一角度来看，它比拍德兹（幅相特性）更方便。

采用复数可将传递函数以一种更紧凑且往往更方便的形式表示。例如，一零阶记录仪系统的传递函数可以用二种形式给出：一种给出笔偏移值-输入电压的比值，另一种给出输入电压与输出偏移之间的相角的频率关系。由于一复数可以同时表示一量的幅值和相角，所以可以把二种表达式用一复数式子来表示传递函数是并不奇怪的。这样的表示式一般包含有 $j\omega$ 项；它在需要时可以方便地分成其二阶分量的形式。

零阶系统。线性系统及其组成元件可以根据其传递函数的复杂程度分成零阶，一阶，二阶和高阶系统。一般阶数愈高，系统的频响愈复杂。一零阶系统按定义是一与频率无关的系统，其输出和输入是成比例的。一例子是角位移式传感器（图 2-10）它用一可变电阻来将电压按与角位移成比例地衰减电压。传递函数为：

$$\frac{V}{\theta} = \frac{V_0}{180}$$

如果 θ 的变化足够慢以使电容和电感的效应可以略去的话，则它可以认为是一零阶系统。因此，当系统事实上为一高阶系统，但对有关频率可以当作零阶系统来看，实际上，许多高阶系统在变化不太快或有关频率不太高时，可以近似当作零阶系统。

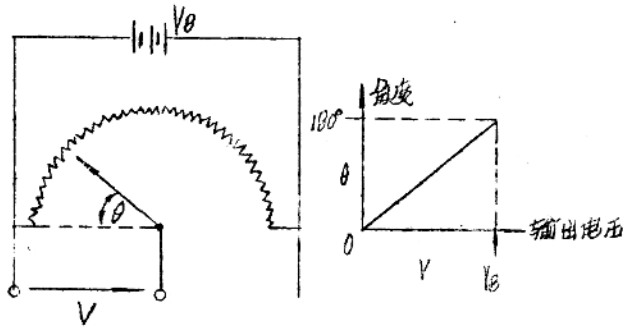


图 2-10

一阶系统。一阶系统一般包含有一分阻能元件并具有下列形式的传递函数。

$$F(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega\tau} \quad (14)$$

式中 τ 为系统时间常数 K 为一常数。由此式可以求出输出—输入的幅值比及相角为：

$$|F(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \quad (15)$$

$$\phi = \tan^{-1}(-\omega\tau)$$

它们以对数比尺作在图 2-11 上。

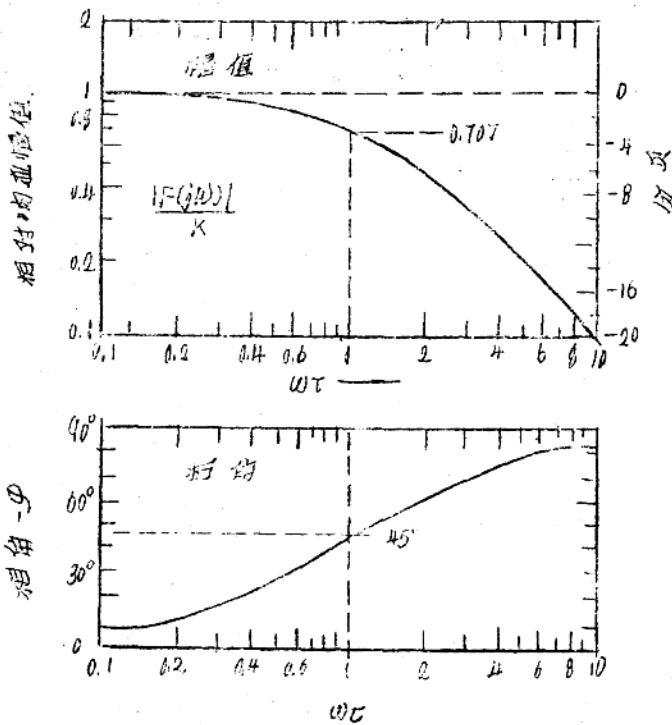


图 2-11