

外 彈 道 學

下 冊

—修正理論與射表編制—

浦 發 編著

中國人民
解放軍 總字一五〇部隊

1964年10月

數學師

外彈道學講義

下 册

—修正理論與射表編制—

目 录

第一篇 修正理論

第一章 概 論

§ 1 标准條件.....	5
§ 2 修正理論的实际意义.....	6
§ 3 修正的对象与方法.....	6

第二章 在非标准条件下彈丸质心运动方程組的組成与积分

§ 1 同時考虑射表條件与气象條件为非标准時的彈丸质心运动方程組的組成.....	9
§ 2 考虑地球條件時的彈丸质心运动方程組的組成.....	11
§ 3 考虑有章動角存在時彈丸质心运动方程組的組成.....	15
§ 4 在非标准条件下, 彈丸质心运动方程組的簡化形式及其 一般形式(以 t 为自变量).....	16
§ 5 以 x 为自变量、单独考虑某一非标准因素時的彈丸质心方程組 的一般形式及其修正項.....	23
§ 6 考虑各非标准因素時彈丸质心运动方程組的数值积分.....	25
§ 7 側向偏差的計算.....	26

第三章 修正微分方程組的組成与积分

§ 1 引 言.....	29
§ 2 修正微分方程組的推导.....	29
§ 3 算例.....	34
§ 4 由 x 固定時的修正轉換为另一种彈道諸元固定時的修正.....	35

§ 5 由 t 固定時的修正轉換为另一种彈道諸元固定時的修正	39
----------------------------------	----

第四章 应用共軛微分方程組法計算落点的修正量

§ 1 关于綫性微分方程組的共軛組及其特性	42
§ 2 全水平射程与全飞行時間的一般修正公式	43
§ 3 共軛方程組的变形	45
§ 4 考虑各个单独因素非标准時的落点修正	47
§ 5 共軛方程組的数值积分	51
§ 6 利用共軛方程組的数值积分求落点修正量例題	54

第五章 应用彈道表計算落点的修正量

§ 1 主要修正系数的計算	56
§ 2 彈道條件变化時射程修正量的計算	58
§ 3 气温、气压变化時射程修正量的計算。郎日文定理	60
§ 4 恒定的縱、橫风对彈道影响的修正	66
§ 5 修正系数表及其应用	72
§ 6 应用西亚切輔助函数表的修正公式	74

第六章 彈道平均值。层权

§ 1 引 言	77
§ 2 对地面炮兵的彈道平均值的准确計算	77
§ 3 准确层权的計算	79
§ 4 近似层权。彈道平均值的近似計算	81

第七章 高射時的修正

§ 1 用求差法計算高射時的修正	85
§ 2 修正微分方程組及其共軛方程組 (以 y 为自变量)	85
§ 3 利用彈道表及微分修正公式計算高射時的修正量	90
§ 4 高射時层权的确定	92

第二篇 射 表 編 制

第一章 概 述

§ 1 射表的内容与作用	94
§ 2 对射表的基本要求	96
§ 3 射表簡史	97
§ 4 編制射表所需的射击試驗	98
§ 5 靶場的选择与一般設備	99

第二章 地面火炮的射表編制

§ 1	試射准备	102
§ 2	初速测定	107
§ 3	跳角测定	111
§ 4	距离射。射击组数与弹药消耗	114
§ 5	偏流的测定。纵、横风影响的测定与消除。科氏加速度影响的消除	121
§ 6	标准化	125
§ 7	符合计算	126
§ 8	射表的基本、修正和辅助诸元的计算	131
§ 9	散佈特徵量的确定与计算	135
§ 10	空炸射击时有关空炸诸元的确定	138
§ 11	高低角对瞄准角的修正	140
§ 12	东北冬季修正项的计算	143
§ 13	射表误差的分析	144

第三章 其他地面武器用射表编制的特点

§ 1	引 言	148
§ 2	步兵武器射表编制的特点	148
§ 3	迫击炮射表编制的特点	155
§ 4	高原射表编制的特点	156

第四章 高射炮射表的编制

§ 1	引 言	158
§ 2	试射的准备、组织与进行	160
§ 3	试射结果的标准化	166
§ 4	符合计算	168
§ 5	射表基本诸元的计算	170

附录一：火药时间起爆信管分划的计算

第一章 时间药剂的燃速与各种因素的关系

§ 1	引 言	172
§ 2	时间药剂的燃速与压力的关系	172
§ 3	火药时间信管中的附加压力	174
§ 4	时间药剂的燃速与温度的关系	174
§ 5	信管分划的一般表达式	176

第二章 火药时间起爆信管分划的计算

§ 1	按弹丸飞行的平均速度计算信管装定分划	178
§ 2	炸点在标准间隔时信管分划的确定	181
§ 3	对地面目标射击时信管装定分划的算例	181
§ 4	对空射击的信管分划的计算	182

附录二:

表1 $10^3 \tau_Y'$ 表 ($y=9300-12000$ 米) 184

表2 $10^6 \frac{1}{R} \int_0^x \frac{dy}{\tau^2}$ 表 185

表3 f_{v_0} 表

表4 f_c' 表

表5 f_{g_0} 表

附录三: 主要参考资料: 188

外彈道學講義

下 冊

—修正理論與射表編制—

目 录

第一篇 修正理論

第一章 概 論

§ 1 标准條件.....	5
§ 2 修正理論的实际意义.....	6
§ 3 修正的对象与方法.....	6

第二章 在非标准条件下彈丸质心运动方程組的組成与积分

§ 1 同時考虑射表條件与气象條件为非标准時的彈丸质心运动方程組的組成.....	9
§ 2 考虑地球條件時的彈丸质心运动方程組的組成.....	11
§ 3 考虑有章動角存在時彈丸质心运动方程組的組成.....	15
§ 4 在非标准条件下, 彈丸质心运动方程組的簡化形式及其 一般形式(以 t 为自变量).....	16
§ 5 以 x 为自变量、单独考虑某一非标准因素時的彈丸质心方程組 的一般形式及其修正項.....	23
§ 6 考虑各非标准因素時彈丸质心运动方程組的数值积分.....	25
§ 7 側向偏差的計算.....	26

第三章 修正微分方程組的組成与积分

§ 1 引 言.....	29
§ 2 修正微分方程組的推导.....	29
§ 3 算例.....	34
§ 4 由 x 固定時的修正轉換为另一种彈道諸元固定時的修正.....	35

§ 5 由 t 固定時的修正轉換为另一种彈道諸元固定時的修正	39
----------------------------------	----

第四章 应用共軛微分方程組法計算落点的修正量

§ 1 关于綫性微分方程組的共軛組及其特性	42
§ 2 全水平射程与全飞行時間的一般修正公式	43
§ 3 共軛方程組的变形	45
§ 4 考虑各个单独因素非标准時的落点修正	47
§ 5 共軛方程組的数值积分	51
§ 6 利用共軛方程組的数值积分求落点修正量例題	54

第五章 应用彈道表計算落点的修正量

§ 1 主要修正系数的計算	56
§ 2 彈道条件变化時射程修正量的計算	58
§ 3 气温、气压变化時射程修正量的計算。郎日文定理	60
§ 4 恆定的縱、橫风对彈道影响的修正	66
§ 5 修正系数表及其应用	72
§ 6 应用西亞切輔助函数表的修正公式	74

第六章 彈道平均值。层权

§ 1 引 言	77
§ 2 对地面炮兵的彈道平均值的准确計算	77
§ 3 准确层权的計算	79
§ 4 近似层权。彈道平均值的近似計算	81

第七章 高射時的修正

§ 1 用求差法計算高射時的修正	85
§ 2 修正微分方程組及其共軛方程組 (以 y 为自变量)	85
§ 3 利用彈道表及微分修正公式計算高射時的修正量	90
§ 4 高射時层权的确定	92

第二篇 射 表 編 制

第一章 概 述

§ 1 射表的内容与作用	94
§ 2 对射表的基本要求	96
§ 3 射表簡史	97
§ 4 編制射表所需的射击試驗	98
§ 5 靶場的选择与一般設備	99

第二章 地面火炮的射表編制

§ 1	試射准备	102
§ 2	初速测定	107
§ 3	跳角测定	111
§ 4	距离射。射击组数与弹药消耗	114
§ 5	偏流的测定。纵、横风影响的测定与消除。科氏加速度影响的消除	121
§ 6	标准化	125
§ 7	符合计算	126
§ 8	射表的基本、修正和辅助诸元的计算	131
§ 9	散佈特徵量的确定与计算	135
§ 10	空炸射击时有关空炸诸元的确定	138
§ 11	高低角对瞄准角的修正	140
§ 12	东北冬季修正项的计算	143
§ 13	射表误差的分析	144

第三章 其他地面武器用射表编制的特点

§ 1	引 言	148
§ 2	步兵武器射表编制的特点	148
§ 3	迫击炮射表编制的特点	155
§ 4	高原射表编制的特点	156

第四章 高射炮射表的编制

§ 1	引 言	158
§ 2	试射的准备、组织与进行	160
§ 3	试射结果的标准化	166
§ 4	符合计算	168
§ 5	射表基本诸元的计算	170

附录一：火药时间起爆信管分划的计算

第一章 时间药剂的燃速与各种因素的关系

§ 1	引 言	172
§ 2	时间药剂的燃速与压力的关系	172
§ 3	火药时间信管中的附加压力	174
§ 4	时间药剂的燃速与温度的关系	174
§ 5	信管分划的一般表达式	176

第二章 火药时间起爆信管分划的计算

§ 1	按弹丸飞行的平均速度计算信管装定分划	178
§ 2	炸点在标准间隔时信管分划的确定	181
§ 3	对地面目标射击时信管装定分划的算例	181
§ 4	对空射击的信管分划的计算	182

附录二:

表1 $10^3 \tau_Y'$ 表 ($y=9300-12000$ 米) 184

表2 $10^6 \frac{1}{R} \int_0^x \frac{dy}{\tau^2}$ 表 185

表3 f_{v_0} 表

表4 f_c 表

表5 f_{θ_0} 表

附录三: 主要参考资料: 188

第一篇 修正理論

第一章 概 論

§ 1 标准条件

射表的基本諸元是以“外彈道學基本問題”为基础来确定的。

外彈道學基本問題的解法，即彈丸質心運動問題解法，是在所謂外彈道學基本假設下建立的（上册第三篇第一章§ 1）：

1. 章動角 $\delta = 0$ ；
2. 气象條件是标准的，无风；
3. 地表面为平面；
4. 重力加速度的大小（ $g = 9.80 \text{ 米/秒}^2$ ）不变，方向沿直向下；
5. 科氏加速度 $j_c = 0$ 。

但是火炮的实际射击條件，往往与上述基本假設不一致，这就造成实际的彈道諸元与用基本假設为基础的彈道解法确定的射表基本諸元不一致。

关于章動角 $\delta \neq 0$ 時所产生的方向偏差的修正，已由中冊中的偏流計算解决了，这里不再研究。至于由于 $\delta \neq 0$ 時所造成的切向阻力的增加，一般将其包含在彈道系数（第二篇符合計算）中，故无须另行修正。

关于第二个假設，标准气象條件問題，已在上册第二篇第一章中討論过了。它应包含气温、气压的标准地面值及它們随高度分佈的标准定律，与纵、横风为零等内容。

基本假設中的第3、4、5三个条件以及由全水平射程的定义（在炮口水平面上的落点到炮口的距离）所引起落点不在炮口水平面上的問題。而引出了标准地形、地球條件的概念。

不过，对于第3、4、5等條件，尤其是第3、4條件，就一般射程的火炮而言，实际情况与假設情况，差別不大。只有在較大射程（如50公里以上。而科氏加速度的影响，則需要在20公里左右）時才需要考虑。

射表基本諸元的确定，除符合上述的标准气象條件和标准地形、地球條件外，还需要与射表中所規定的初速（即表初速）、装药量、药温（ $t_{ZN} = 15^\circ\text{C}$ ）及設計图纸規定的彈重一致，装药量、药温影响初速，而彈重不仅影响初速，而且影响彈道系数。彈丸的质量分佈和轉動慣量，也应符合图纸規定，关于它們的修正很困难，目前是从严格控制制造公差与半成品与成品檢驗来解决。至于炮耳軸是否水平，炮身軸綫与炮耳軸是否垂直，會影响到射向的改变。它們或与火炮的制造質量有关，或与地形有关。与地形的关系，可以在炮位的选择与修筑上来解决；与火炮制造

质量的关系，可由出厂检验来解决。上述那些由射表规定的有关弹道、弹药、火炮条件，总称之为标准射表条件（或标准弹道条件）。

标准条件，就是由标准气象条件、标准地形地球条件和标准射表条件所组成。射表的基本诸元就是以这种标准条件为依据确定的。

最后将诸标准条件，彙列于表 I .101 中，以供查考。

标准条件

表 I .101

标准气象条件	标准射表条件	标准地形、地球条件
1.地面温度 $t_{0N}=15^{\circ}\text{C}$ ，空气湿度 $e_{0N}=6.35$ 毫米汞柱，虚温随高度分佈遵守标准定律； 2.地面气压 $h_{0N}=750$ 毫米汞柱；按高度分佈遵守标准定律； 3.无风雨。	1.初速等于射表上规定初速； 2.弹重符合图纸规定， 3.装药量符合标准； 4. $t_{zN}=15^{\circ}\text{C}$ ； 5.弹丸的质量分佈与转动惯量，符合于图纸规定； 6.炮耳轴水平，炮耳轴与炮轴垂直。	1.落在炮口水平面上； 2.地表面为平面； 3.科氏加速度为零； 4.重力加速度 $g=9.80$ 米/秒 ² ；方向铅直向下。

§ 2 修正理论的实际意义

火炮实际射击时的射击条件与标准条件经常是不相同的。在实际射击条件下的弹道诸元与标准条件下的各相应的弹道诸元的差，叫修正诸元。修正诸元的大小，须由修正理论来解决。

修正理论是射表中计算修正诸元的理论依据，也是在编制射表时由射击条件下进行试射测得的实验射程（或实验弹道诸元）化为标准条件下的标准射程（或标准弹道诸元）的理论依据。由此可见，没有较完整的修正理论，就不能编制准确性良好的射表，炮兵也就不能对敌方目标进行准确、有效的射击。因此修正理论与外弹道学中的基本问题解法，具有同样的重要性。

军事技术越进步，武器的杀伤威力越强大和运动性能越良好，就越需要出敌不意的、突然而准确的猛烈射击，给敌人以致命的破坏与杀伤。这就需要炮兵能进行不经试射的、准确有效的精密射击（最好应用电子计算机）。为了保证精密法射击的准确有效，对外弹道学，尤其是对其中的修正理论，就提出了更高的要求。

§ 3 修正的对象与方法

由于射击条件与标准条件的不同，弹道上任意点（包括顶点和落点）的各弹道诸元，均将发生偏差。如果全部均加以修正是非常繁杂的。这就需要根据目标的不同而各选其重点。例如对于地面不动或运动缓慢的目标，最重要的是对全水平射程的修正；对于迅速运动的目标，还需要引进对飞行时间的修正；对于高射来说，需要在确定的飞行时间时，对弹道任意点座标 (x,y) 的修正 $(\delta x,\delta y)$ 。因为不管对任何火炮来说，最重要的是要炮弹能够准确地命中目标。

计算修正量的方法有二：求差法与微分法。

如以射程为例，在基本问题中，它是 c,v_0,θ_0 三个参量的函数。如果考虑到所有影响射程的其他因素（见§ 1），则可以写出如下的关系式

$$X = X(c, v_0, \theta_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n),$$

式中 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ ，表示与射程有关的其他参量。

設确定射程的諸因素各有增量：

$$\delta c, \delta v_0, \delta \theta_0, \delta \alpha_1, \delta \alpha_2, \delta \alpha_3, \dots, \delta \alpha_n.$$

則得对射程修正量的准确值为：

$$\begin{aligned} \delta X = & X(c + \delta c, v_0 + \delta v_0, \theta_0 + \delta \theta_0, \alpha_1 + \delta \alpha_1, \alpha_2 + \delta \alpha_2, \alpha_3 + \delta \alpha_3, \dots, \alpha_n + \delta \alpha_n) - \\ & - X(c, v_0, \theta_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n). \end{aligned} \quad (I.101)$$

按公式(I.101)計算修正量的方法，就是所謂求差法。可見，求差法就是由射击条件确定的彈道諸元減去由标准条件确定的、相应的彈道諸元的方法。也就是考虑所有射击时的条件組成彈丸质心运动方程組进行准确的积分（如数值积分法）与仅考虑标准条件組成彈丸质心运动方程組进行准确的积分，由前者求得的彈道諸元減去后者的、相应的彈道諸元的方法。

用求差法求出的修正量不仅准确性高，而且不受任何条件的限制，但是計算量則很大。

由于在实际上，諸参量的增量一般不大，而且由于彈道諸元是諸参量 $c, v_0, \theta_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 的連續函数，所以射程的增量，一般也是不大的。因此可以近似地用增量代替全微分公式中的微分，这样，得到微分法的修正公式为：

$$\delta X = \frac{\partial X}{\partial c} \delta c + \frac{\partial X}{\partial v_0} \delta v_0 + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \delta \theta_0 + \frac{\partial X}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1 + \dots + \frac{\partial X}{\partial \alpha_n} \delta \alpha_n. \quad (I.102)$$

微分法与用台劳級数展开，略去其各微量的、高于一次的各項的結果，完全相同（註）。

由于微分修正公式較簡單，而且當諸参量变化不大時，准确性一般也能符合要求，因此在炮兵实践中經常应用。但是必須注意各参量的变化，一定要限制在較小的範圍內，否則將會产生不能允許的誤差。

偏导数 $\frac{\partial X}{\partial c}, \frac{\partial X}{\partial v_0}, \frac{\partial X}{\partial \theta_0}, \frac{\partial X}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial X}{\partial \alpha_n}$ ，叫做全射程的修正系数。而其中 $\frac{\partial X}{\partial c}, \frac{\partial X}{\partial v_0}, \frac{\partial X}{\partial \theta_0}$ 三个修正系数，叫做主要修正系数。因为只要知道了主要修正系数，其他修正系数均可由此求得（見以后各章）。

参量的变化愈小，用增量代替微分的准确性愈高，因而用微分法計算修正量的准确性也愈高。

按微分法計算修正量時，由于沒有考虑到二級微量，因而也就沒有考虑到各参量变化的相互影响。

为了便于理解求差法与微分法的差別，我們举拋物綫彈道为例来加以說明。

因为拋物綫彈道射程公式为：

註：多变量的台劳級数形式为：

$$\begin{aligned} X(c + \delta c, v_0 + \delta v_0, \theta_0 + \delta \theta_0, \alpha_1 + \delta \alpha_1, \dots, \alpha_n + \delta \alpha_n) = & X(c, v_0, \theta_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n) + \\ & + \left(\frac{\partial X}{\partial c} \delta c + \frac{\partial X}{\partial v_0} \delta v_0 + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \delta \theta_0 + \frac{\partial X}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1 + \dots + \frac{\partial X}{\partial \alpha_n} \delta \alpha_n \right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 X}{\partial c^2} \delta c^2 + \dots \right) + \dots \end{aligned}$$

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}.$$

當參量 v_0 與 θ_0 有增量 δv_0 、 $\delta \theta_0$ 時，按求差法公式求得的射程修正量為

$$\begin{aligned} \delta X_1 &= \frac{(v_0 + \delta v_0)^2 \sin 2(\theta_0 + \delta \theta_0)}{g} - \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \\ &= \frac{2v_0 \sin 2\theta_0}{g} \delta v_0 + \frac{\sin 2\theta_0}{g} (\delta v_0)^2 + \frac{v_0^2 \cos 2\theta_0}{g} 2\delta \theta_0 + \\ &\quad + \frac{2v_0 \cos 2\theta_0}{g} 2\delta \theta_0 \delta v_0 + \frac{\cos 2\theta_0}{g} (\delta v_0)^2 \cdot 2\delta \theta_0. \quad (\text{註}) \end{aligned}$$

如果按微分法求得的射程修正量應為

$$\delta X_2 = \frac{2v_0 \sin 2\theta_0}{g} \delta v_0 + \frac{2v_0^2 \cos 2\theta_0}{g} \delta \theta_0.$$

二者之差為

$$\begin{aligned} \delta X_1 - \delta X_2 &= \frac{\sin 2\theta_0}{g} (\delta v_0)^2 + \frac{2v_0 \cos 2\theta_0}{g} 2\delta \theta_0 \delta v_0 + \\ &\quad + \frac{\cos 2\theta_0}{g} (\delta v_0)^2 \cdot 2\delta \theta_0. \end{aligned}$$

其中各項，均為二級與二級以上的微量。當 $\delta \theta_0$ 和 δv_0 均小時，就可以略去不計。因此微分法只能在各參量變化較小時應用。

註： $\cos 2\delta \theta_0 \approx 1$ ； $\sin 2\delta \theta_0 \approx 2\delta \theta_0$ 。

第二章 在非標準條件下彈丸質心運動方程組的組成與積分

§ 1 同時考慮射表條件與氣象條件為非標準時的彈丸質心運動方程組的組成

首先來研究射表條件：當裝藥量和藥溫為非標準時，影響初速的變化；當彈重變化時則同時影響到初速的變化和彈道系數的變化。如果略去質量分佈和轉動慣量變化的影響不計，則射表條件為非標準時所產生的影響，可以通過初速和彈道系數的變化來考慮。如果將與射表條件不符合的、實際的彈道系數 c_1 、初速 v_{01} 和射角 θ_{01} （ $=\theta_0$ ），用來代替基本問題中的彈丸質心運動方程組內的 c 、 v_0 和 θ_0 ，即得與射表條件不一致時的彈丸質心運動方程組如下：

$$\left. \begin{aligned} * \frac{du}{dt} &= -E_1 u; \\ * \frac{dw}{dt} &= -E_1 w - g; \\ * \frac{dy}{dt} &= w; \\ * \frac{dx}{dt} &= u; \end{aligned} \right\} \quad (I.201)$$

$$\text{式中： } E_1 = c_1 H_r(y) G(v_r); \quad v_r = v \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}} = \sqrt{u^2 + w^2} \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}$$

起始條件為 $t=0$ 時， $u=v_{01}\cos\theta_{01}$ ； $w=v_{01}\sin\theta_{01}$ ； $y=0$ ； $x=0$ 。

用不符合射表條件的 c_1 、 v_{01} 、 θ_{01} 與符合射表條件的 c 、 v_0 、 θ_0 ，分別由彈道表查出各彈道諸元，它們的相應諸元的差，就是用求差法求得的修正量。

其次，來研究氣象條件。

如果當氣象條件中的氣溫和氣壓不是標準時，則在

$$H_r(y) = H(y) \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{ON}}} = \frac{h}{h_{ON}} \cdot \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}$$

和

$$v_r = v \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}$$

中的 h 和 r ，應該取實際與 y 相應的值。當實際的 $r(y)$ 和 $h(y)$ 曲線已知時，可以預先編出與實際條

件相符合的 $H_{\tau}(y)$ 和 $\sqrt{\frac{\tau_{CN}}{\tau}}$ 的表来，以便积分時应用。

當有风存在時，彈丸相对于空气的相对運動速度发生变化。

由于空气阻力只与相对于空气的相对速度 v_{γ} 有关，因而 $F(v_{\tau})$ 中的 v ，應該改用 v_{γ} ，即 v_{τ} 改用 $v_{\gamma\tau}$ 。而

$$\bar{v}_{\gamma} = \bar{v} - \bar{W},$$

因而

$$v_{\gamma x} = u - W_x;$$

$$v_{\gamma y} = w;$$

$$v_{\gamma z} = \dot{z} - W_z,$$

故

$$v_{\gamma} = \sqrt{(u - W_x)^2 + w^2 + (\dot{z} - W_z)^2},$$

$$v_{\gamma\tau} = v_{\gamma} \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}.$$

因此在考虑射表条件和气象条件均为非标准条件時的彈丸质心運動方程組应为

$$\left. \begin{aligned} * \frac{du}{dt} &= -c_1 H_{\tau}(y) G(v_{\gamma\tau})(u - W_x) \dots\dots\dots (1) \\ * \frac{dw}{dt} &= -c_1 H_{\tau}(y) G(v_{\gamma\tau})w - g \dots\dots\dots (2) \\ * \frac{dz}{dt} &= -c_1 H_{\tau}(y) G(v_{\gamma\tau})(\dot{z} - W_z) \dots\dots\dots (3) \\ * \frac{dy}{dt} &= w \dots\dots\dots (4) \\ \frac{dx}{dt} &= u \dots\dots\dots (5) \end{aligned} \right\} \quad (I.202)$$

$$v_{\gamma\tau} = \sqrt{(u - W_x)^2 + w^2 + (\dot{z} - W_z)^2} \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}.$$

$$t = 0 \text{ 時: } u = v_{01} \cos \theta_{01}, \quad w = v_{01} \sin \theta_{01}, \quad \dot{z} = 0, \quad x = y = z = 0.$$

如果彈道系数与初速用射表条件時的數據，則方程組(I.202)成为仅考虑非标准气象条件時的彈丸质心運動方程組；如 $H_{\tau}(y)$ 及 $\sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}$ 也用标准气象条件時的数值（見彈道表冊上的 $H_{\tau}(y)$ 表和 $\sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau}}$ 表）時，則方程組(I.202)即成为仅考虑风对质心運動影响的方程組。若

再令 $W_z = 0$ ，因而 $\dot{z} = 0$ ， $z = 0$ ，則方程組(I.202)中的(1)、(2)、(4)、(5)四式，成為僅考慮縱風影響時的運動方程組。由此可見，方程組(I.202)為射表條件與氣象條件均為非標準時或其個別因素為非標準時彈丸質心運動方程組的一般形式。

§ 2 考慮地球條件時的彈丸質心運動方程組的組成

當落點在或者不在炮口水平面上時，與彈丸質心運動方程組的形式及其實質均無關係。

對於射程不大的普通火炮來說，科氏加速度、地表為曲面和重力加速度的方向和大小改變所產生的影響不大，一般可以不加修正。尤其是後面兩個條件，更是為此。

當考慮地球曲面的影響時，我們最好引進一個使彈道運動的動坐標系 $x'o'y$ （空間坐標系為 $\bar{o}-xyz$ ，如圖 I.201）。 o' 為彈丸自射出點 o 以初速 v_0 、射角 θ_0 射出、經 t 秒後飛達空中的一點 o' 。以該點 o' 為原點，自地心 o_1 至 o' 點的連線為 y 軸，且規定向上為正向。 $o'x$ 軸垂直於 $o'y$ 軸。經 t 秒後，動坐標系 $o'xy$ 旋轉角度 φ ，而角速度為 $\dot{\varphi}$ ，其方向沿 z 軸的負向。 $\bar{w}$ 、 $\bar{u}$ 為速度向量 $\bar{v}$ 在動坐標系中縱、橫坐標軸上的射影。

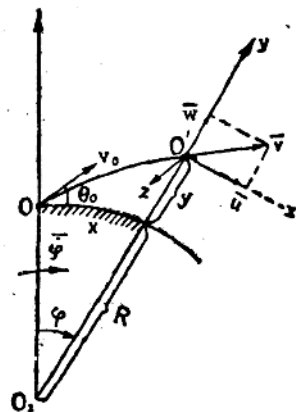


圖 I.201

速度向量 $\bar{v}$ 沿彈道對時間的變化率為

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \dot{\varphi} \times \bar{v}. \quad (\text{I.203})$$

式中： $\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}$ 表示速度向量矢端對動坐標系 $x'o'y$ 的相對速度；

$\dot{\varphi} \times \bar{v}$ 表示牽連速度；

$\frac{d\bar{v}}{dt}$ 表示速度向量端點的絕對速度。

考慮地球旋轉對彈丸質心運動的影響時，彈丸質心運動的向量方程（上冊第一篇第一章 § 2，I.108）為

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{J} + \bar{g}_y - \bar{j}_c. \quad (\text{I.204})$$

式中： $\bar{g}_y$ 為任意高度 y 處的重力加速度向量，方向指向地心，其大小與距地心距離的平方成反比，即 $\bar{g}_y = g \frac{R^2}{(R+y)^2} = g \left[1 + \frac{y}{R} \right]^{-2}$ ；

$\bar{J}$ 為阻力加速度向量，指向與速度 $\bar{v}$ 相反，而大小為 $J = cH_r(y)vG(v_r)$ ；

$\bar{j}_c$ 為科氏加速度向量， $\bar{j}_c = 2 \cdot \bar{\Omega} \times \bar{v}$ ；

Ω 为地球自轉角速度 (图 I .202)。

为了求得向量方程(I .203)沿各座标軸上的投影方程，我們組成各向量对各軸的投影表，如表 I .201所示。

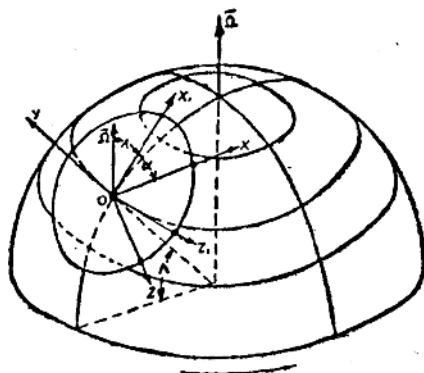


图 I .202

Λ =地理緯度； α 为正北向与射击面間的夹角。

投 影 表

表 I .201

	x'	y'	z	备 註
$\dot{\overline{\varphi}}$	0	0	$-\dot{\overline{\varphi}}$	
$\overline{v}$	u	w	$\dot{z}$	
$\dot{\overline{\varphi}} \times \overline{v}$	$w\dot{\overline{\varphi}}$	$-u\dot{\overline{\varphi}}$	0	
$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t}$	$\dot{u}$	$\dot{w}$	$\ddot{z}$	
$\overline{g}$	0	$-g(1 + \frac{y}{R})^{-2}$	0	
$\overline{\Omega}$	$\Omega_x = \Omega \cos \Lambda \cos \alpha$	$\Omega_y = \Omega \sin \Lambda$	$\Omega_z = -\Omega \cos \Lambda \sin \alpha$	图 I .202
$\overline{v}$	u	w	$\dot{z}$	
$\dot{\overline{\Omega}} \times \overline{v}$	$-j_{cx} = -2(\Omega_y \dot{z} - \Omega_z \dot{w})$	$-j_{cy} = -2(\Omega_z u - \Omega_x \dot{z})$	$-j_{cz} = -2(\Omega_x w - \Omega_y u)$	(註)
$\overline{J}$	$-cH_r(y)G(v_r)u$	$-cH_r(y)G(v_r)w$	$-cH_r(y)G(v_r)\dot{z}$	

註: $\dot{\overline{\Omega}} \times \overline{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \\ u & w & \dot{z} \end{vmatrix} = (\Omega_y \dot{z} - \Omega_z \dot{w})i + (\Omega_z u - \Omega_x \dot{z})j + (\Omega_x w - \Omega_y u)k.$