

导弹飞行力学

下 册

北京工业学院151教研室

1981.9

动态分析部分

目 录

第五章 导弹动态特性的研究方法

- §5-1 概述.....5.1
- §5-2 作为控制对象的导弹.....5.2
- §5-3 干扰力和干扰力矩.....5.4
- §5-4 导弹运动动力学问题的研究方法.....5.5
- §5-5 导弹运动方程组的线性化.....5.28
- §5-6 扰动运动分为纵向 和侧向扰动运动.....5.46
- §5-7 系数“冻结”法.....5.50
- §5-8 导弹的稳定性和操纵性的概念.....5.53

第六章 导弹弹体纵向动态特性分析

- §6-1 纵向扰动运动方程组.....6.1
- §6-2 自由扰动运动的一般特性.....6.11
- §6-3 纵向扰动运动分解为两个阶段.....6.31
- §6-4 导弹弹体的传递函数.....6.43
- §6-5 操纵机构阶跃偏转时纵向动态特性分析.....6.63
- §6-6 用拉普拉斯变换法解过渡过程.....6.89
- §6-7 导弹弹体的频率特性.....6.100
- §6-8 典型弹道及特征点的选择原则.....6.110

第七章 导弹弹体侧向动态特性和旋转导弹弹体动态特性分析

- §7-1 侧向扰动运动方程组.....7.1

§ 7-2 侧向自由扰动运动分析.....	7.8
§ 7-3 侧向稳定边界图.....	7.17
§ 7-4 侧向稳定程度判据.....	7.25
§ 7-5 侧向扰动运动方程组的简化.....	7.27
§ 7-6 侧向传递函数.....	7.32
§ 7-7 旋转导弹弹体的动态特性分析.....	7.38
§ 7-8 带有稳定自动器的导弹动态特性.....	7.66
§ 7-9 对导弹弹体动态特性的某些要求.....	7.72
§ 7-10 应用电子模拟计算机求解导弹运动方程组.....	7.83

第五章 导弹动态特性的研究方法

§ 5-1 概述

在上册中主要是讨论导弹的弹道学问题。在研究导弹的弹道学时，通常是采用“瞬时平衡”假设。基于这样的假设，就是认为导弹在飞行过程中，任一瞬间绕重心的合力矩都为零。因此，只要研究作用在重心上的诸力和运动之间的关系，就可以求出导弹的飞行弹道。也就是将导弹看作一个“可控制质点”，研究导弹重心的飞行弹道。所以说导弹弹道学实质上是研究质点动力学问题。但是导弹在实际飞行过程中，绕导弹重心上的合力矩不可能经常处于平衡状态，因为控制飞行的最一般的方法是形成和运用控制力和力矩，也就是通过导弹绕重心的旋转运动来达到改变运动参数的目的。所以，当研究考虑制导系统工作过程的导弹飞行时，就不能象以前那样处理问题。另外，在飞行过程中，除了控制作用外，导弹上还作用着干扰力和干扰力矩，这些力和力矩称为干扰作用。例如：

风引起气动力和气动力矩的变化；

弹体制造的工艺误差和安装误差，以及弹翼安装误差，而形成附加气动力和力矩；

发动机推力与规定的大小不一致，以及由于存在推力偏心，引起了附加作用力和附加力矩；

发动机开停或关车瞬间引起作用力和力矩的突然变化；

加速器分离时引起弹体重心和气动力及力矩的突然变化；

制导系统的元件有工艺误差或受外界影响产生起伏误差等等，使舵面出现不必要的偏转；

自动驾驶仪的陀螺输出特性不对称及零点漂移；舵机的机械间隙

及振动……等等，使舵面偏转与要求的情况不一致。

当然，还可以列出很多其它原因。由于这些原因的存在，使得导弹在飞行过程中总是绕重心不断转动，由于这种绕重心转动的存在，使得导弹在飞行过程中的弹道参数与按力矩平衡假设的理想条件下求得结果并不完全相同。

导弹动态特性分析就是将导弹看作质点系来研究其运动情况，不仅是考虑作用在重心上的力，也考虑到围绕重心的作用力矩。研究导弹在干扰力和干扰力矩的作用下是否能够保持原来的飞行姿态，研究在操纵机构作用下，导弹的反应如何，也就是分析导弹的稳定性和操纵性问题。这些内容在导弹设计中涉及到气动外形的选择，结构布局的安排，以及制导系统参数的确定。因此，这部分知识是为导弹弹体设计，制导系统设计以及准确度分析服务的。

§ 5-2 作为控制对象的导弹

导弹在空间可以进行自动控制飞行。它是通过制导系统使操纵机构（如舵面、摆动发动机、燃气偏转器——摆帽等等）偏转，因而产生了控制力和力矩，使得导弹姿态发生变化，从而改变作用在导弹上的合力的大小和方向，以控制导弹飞行。所以导弹的制导系统是使操纵机构偏转以保证导弹与目标相遇或按预先规定的弹道进行飞行的所有装置的综合。

绝大多数导弹的制导系统是带反馈的闭环系统。基本原理是将导弹运动参数的实际值和需要值加以比较，并通过制导系统工作使所得的差值趋于零。这样，作为控制对象的导弹也包括在该系统内。所以导弹制导系统的广义含义也可理解为由导弹弹体和使操纵机构动作的各种设备所组成的动力学系统。

由第一章知道导弹的制导系统一般地可以分为两大部分，即导引

表 5-1 导弹的特性由自动控制理论的概念和定义表示

序号	名称	定义	例子	备注
1	控制作用	为形成控制力和控制矩必须对导弹的作用	操纵面偏角	控制作用由运动参数需要值确定
2	干扰作用	各种干扰因素使导弹运动参数偏离其需要值的作用	风的干扰; 波; 机构随机偏转等	由于干扰的连续作用, 导弹输出变量的实际值总是偏离其需要值
3	输入变量	同控制作用或干扰作用等效的随时变化的量	S_x, S_y, S_z 等	
4	输出变量	由于控制作用或干扰作用引起导弹运动参数随时间变化的量	$\varphi, \alpha, \theta, \nu, H, \dots$	
5	传递系数 (放大系数)	稳态时, 输出变量与输入变量之比		当给定传递函数 $W(S)$, 传递系数 K 按如下关系式确定: $K = \lim_{S \rightarrow 0} W(S)$
6	环节或系统的动态	所研究的输出变量随时间变化的状态		动态时, 环节或系统的特性称为动态特性。通常, 动态方程式为微分方程
7	输出变量的过渡过程	由输入作用 (控制作用或干扰作用) 引起的输出变量从原稳态值改变到新稳态值的过程		

续表 5-1 导弹的特性由自动控制理论的概念和定义表示

序号	名称	定义	例子	备注
8	过渡函数 (时间函数)	当 $x_{\text{输入}}=1$ 和 $x_{\text{输出}}(0)=0$ 时 $x_{\text{输出}}(t)$ 的关系式 $x_{\text{输入}} - x_{\text{输出}}$ $x_{\text{输出}}$		
9	稳态误差	稳态时, 控制误差之值		
10	动态误差	无干扰作用时, 动态的控制误差值		导弹的惯性是产生动态误差的原因
11	传递函数	当初值为零时, 输出变量的象函数 $x_{\text{输出}}(s)$ 与输入变量的象函数 $x_{\text{输入}}(s)$ 之比		对于一对不同的输出和输入变量, 一般情況下, 将有不同的传递函数
12	幅相频率特性	当 $s = i\omega$ 时, 传递函数的表示式: $W(s) \xrightarrow{s=i\omega} W(i\omega)$		$W(i\omega)$ 在复平面 P, iA 上画出
13	幅频特性	$A(\omega) = \frac{x_{\text{输出}}}{x_{\text{输入}}}$ 与频率 ω 的关系式, 式中 A 输出 - 输出变量的振幅, A 输入 - 输入变量的振幅		这时, 传递函数 $W(i\omega)$ 表示为: $W(i\omega) = A(\omega)e^{i\phi(\omega)}$
14	相频特性	$\phi(\omega)$ 输出相对输入振动的相移 ϕ 与频率 ω 的关系式		

系统和控制系统（也有称为姿态控制系统，角运动控制系统或稳定系统），以及它们的功能和组成。

由导弹制导系统一般组成图 5-1 可见，无论在制导系统中或在控制系统中，导弹弹体是系统中的一个元件，即控制对象。因此，当用自动控制理论进行导弹控制系统和制导系统设计和研究时，导弹弹体的动态特性完全可以由自动控制理论中的概念和定义来表示见图 5-1 和表 5-1。

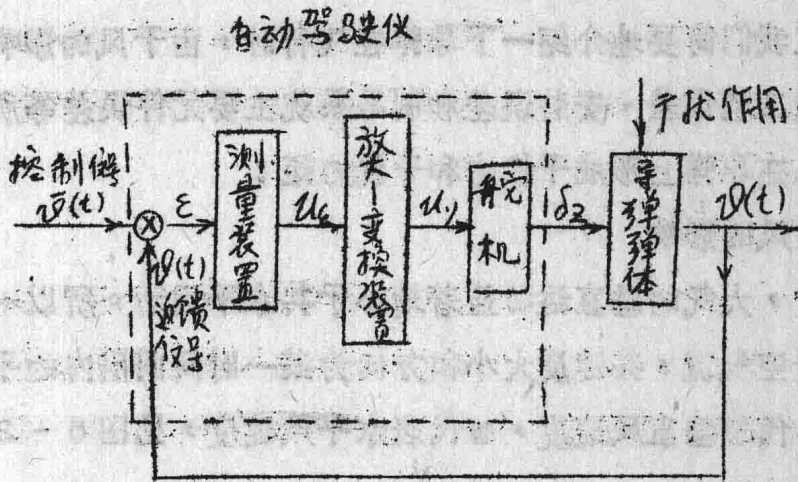


图 5-1 导弹角运动控制系统例子

操纵机构的偏转是导弹的控制作用，而表示操纵机构的位置或状态的量是输入变量。对导弹的干扰作用，一般是在导弹运动方程中引入干扰力和力矩，或者相应地改变输入或输出变量加以考虑，例如把干扰力矩 M_{gz} 折算成相应的舵偏角 δ_{gz} ， $M_{gz} = M_z^{\delta} \cdot \delta_{gz}$ ，由此得

$$\delta_{gz} = M_{gz} / M_z^{\delta}$$

导弹的输出变量可以是表征导弹运动参数的任一个量，例如攻角 α ，俯仰角 θ ，弹道倾角和速度 $\dot{\theta}$ ，飞行高度 y ，飞行速度 v 等。

输出变量的选取由所研究的问题来确定。输出变量随时间的变化由两个因素确定：

1. 输入变量的变化，如操纵机构的偏转特性；
2. 作为制导系统一个环节的导弹弹体动态特性。

所以设计导弹制导系统时，必须清楚地了解导弹弹体的动态特性，而在设计导弹弹体时也必须联系到控制系统和制导系统来考虑各种问题。

§ 5 - 3 干扰力和干扰力矩

现在我们简要地介绍一下导弹在飞行时，由于风的影响、推力偏心、制造工艺误差、安装误差和制导系统主要元件误差等所引起的干扰作用，在导弹上形成干扰力和干扰力矩：

一、风的影响

通常，大气的垂直运动显著地小于其水平运动。所以一般把风理解为水平空气流，其速度大小和方向为某一时间间隔内的平均值。

以 u 代表垂直风速度， w 代表水平风速度，见图 5 - 2。

w : 顺风为正

u : 向上为正

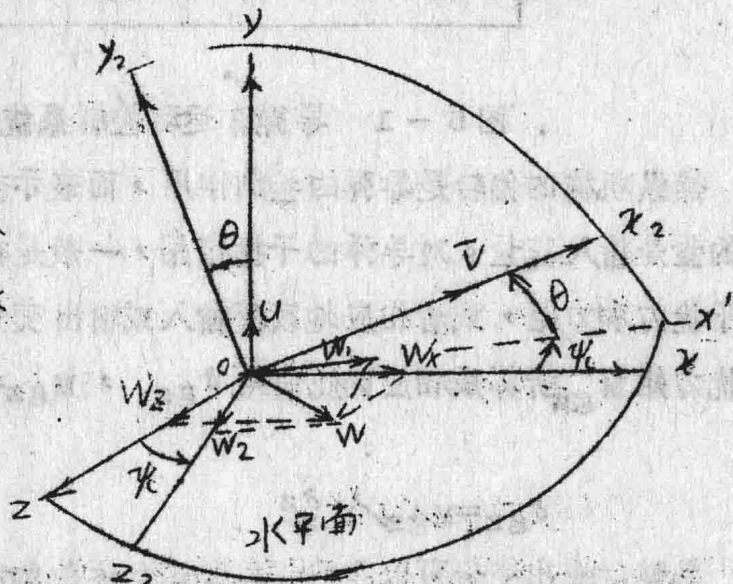
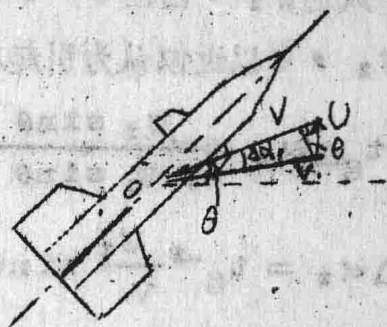


图 5 - 2 垂直风 u 和水平风 w 及其分解

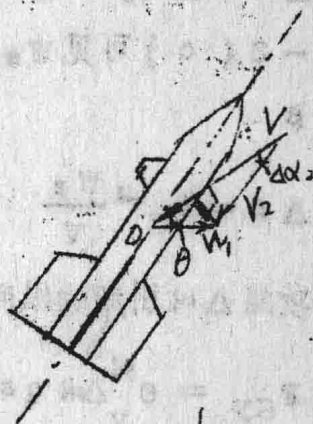
导弹受到风作用的结果，将出现附加攻角和侧滑角。这样，就引起干扰力和干扰力矩。

由图 5-3 (a) 可以看出，导弹受到垂直风速 U 的干扰作用，使得空气相对导弹的速度方向为 V_1 ， U 在通过速度的弹道坐标系垂直平面内，可以近似为形成附加攻角 $\Delta\alpha_1$ ；

(a)
垂直风 U 的影响



(b)
水平风分量 w_2 的影响



(c)
水平风分量 w_2 的影响

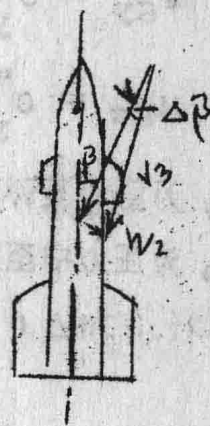


图 5-3

$$t_g \Delta \alpha_1 = \frac{U \cos \theta}{V - U \sin \theta} \approx \frac{U}{V} \cos \theta$$

即
$$\Delta \alpha_1 = t_g^{-1} \left(\frac{U}{V} \right) \cos \theta \quad (5-1)$$

水平风速 W 可以分解在弹道坐标系垂直平面内水平风速 W_2 和垂直 W_1 的水平风速 W_2 。由图 5-3 (b) 可见 W_2 将使空气相对导弹的速度为 V_2 ，可以近似认为引起攻角 $\Delta \alpha_2$ 为

$$t_g \Delta \alpha_2 = \frac{W_2 \sin \theta}{V - W_2 \sin \theta} \approx \frac{W_2}{V} \sin \theta$$

即
$$\Delta \alpha_2 = t_g^{-1} \frac{W_2}{V} \sin \theta \quad (5-2)$$

则由于风引起的附加攻角为

$$\Delta \alpha = \Delta \alpha_1 + \Delta \alpha_2 \quad (5-3)$$

由图 5-3 (c) 可见 W_1 使得 V 值变为 V_1 ，近似认为引起附加侧滑角 $\Delta \beta$

$$\Delta \beta = t_g^{-1} \frac{W_1}{V} \quad (5-4)$$

由附加攻角 $\Delta \alpha$ 引起的纵向干扰力和干扰力矩为：

$$\left. \begin{aligned} F_{gy} &= C_y^\alpha \Delta \alpha q s \\ M_{gz} &= C_y^\alpha \Delta \alpha q s (x_G - x_P) \end{aligned} \right\} \quad (5-5)$$

式中 x_G 为重心至弹顶点的距离；

x_P 为压力中至弹顶点的距离。

由附加侧滑角 $\Delta \beta$ 引起的侧向干扰力和力矩等于：

$$\left. \begin{aligned} F_{gz} &= c_z^\beta \Delta\beta q s \\ M_{gy} &= c_z^\beta \Delta\beta q s (x_G - x_{P_1}) \end{aligned} \right\} (5-6)$$

x_{P_1} 为侧向压力中心

风对飞行弹道影响另一种较为精确的计算方法是把风速沿地面坐标系投影，为 U 、 W_x 和 W_z 。这样，导弹相对气流的速度 V_1 为：

$$V_1 = \sqrt{(V \cos \theta \cos \psi_c - W_x)^2 + (-V \cos \theta \sin \psi_c - W_z)^2 + (V \sin \theta - U)^2} \quad (5-7)$$

由相对气流速度形成的弹道倾角 θ_1 、弹道偏角 ψ_1 、攻角 α_1 、侧滑角 β_1 和倾斜角 γ_{c_1} 分别为：

$$\theta_1 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{V \sin \theta - U}{\sqrt{(V \cos \theta \cos \psi_c - W_x)^2 + (-V \cos \theta \sin \psi_c - W_z)^2}} \quad (5-8)$$

$$\psi_{c_1} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{V \cos \theta \sin \psi_c + W_x}{V \cos \theta \cos \psi_c - W_z} \quad (5-9)$$

$$\beta_1 = \sin^{-1} \{ \cos \theta_1 \sin(\psi - \psi_{c_1}) \} \quad (5-10)$$

$$\alpha_1 = \theta - \sin^{-1} (\sin \theta_1 / \cos \beta_1) ; \quad (5-11)$$

$$\gamma_{c_1} = \sin^{-1} (\operatorname{tg} \theta_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1) ; \quad (5-12)$$

(推导见第二章)。

然后，把上述方程和导弹运动方程联立在一起求解。应该注意的是计算气动力和力矩时应该用相对气流速度 V_1 和由相对气流速度形成的角度 α_1 和 β_1 。而导弹飞行速度是相对地球而言。这样求解导弹运动方程组得到的各运动参数已经是考虑了风的影响。

二、发动机的推力偏心

理论上要求发动机推力作用线应与弹身理论轴线相重合，并通过重心 O 。但是，由于加工工艺和安装上的原因，使得推力偏离弹纵轴

并形成小偏角 β_p 称为推力偏心角，见图 5-4。假定推力线和纵轴在一个平面内，推力线与喷喉截面交点 A 不在弹轴上，通过重心作与纵轴垂直的横截面，推力作用线与横截面交于 O'' 点， O'' 点与纵轴 O 之间距离为 d_1 。而且由于导弹重量分布不均匀，重心也不可能恰好位于弹纵轴上，而是离弹纵轴距离为 d_2 的 O' 。若要考虑推力偏心最严重情况，应取可能出现的最大偏离，则偏心距为

$$d = d_1 + d_2 \quad (5-13)$$

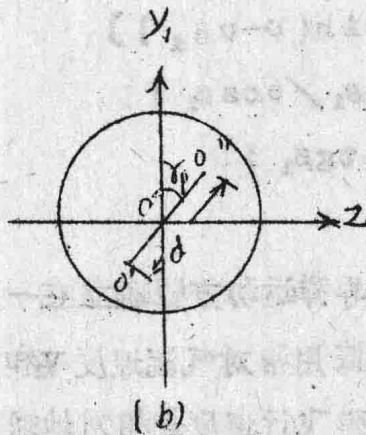
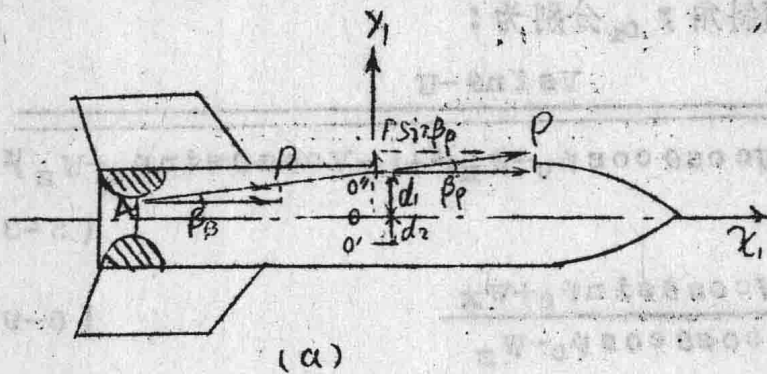


图 5-4 发动机推力偏心示意图

推力偏心角 β_p 很小，一般由于推力偏心造成干扰力的影响比干扰力矩的影响要小得多，通常不考虑干扰力的影响。干扰力矩为：

$$\left. \begin{aligned} M_{py} &= P \cos \beta_p d \sin \gamma_p \approx P d \sin \gamma_p \\ M_{pz} &= -P \cos \beta_p d \cos \gamma_p \approx -P d \cos \gamma_p \end{aligned} \right\} \quad (5-14)$$

若为绕纵轴旋转的导弹，则

$$\left. \begin{aligned} M_{py} &= P \cdot d \cdot \sin(\gamma + \gamma_p) \\ M_{pz} &= -P \cdot d \cdot \cos(\gamma + \gamma_p) \end{aligned} \right\} \quad (5-15)$$

其中 γ 为导弹自旋角

式中推力偏心距 d 和推力偏心方位角 γ_p 可以为独立随机变量。 d 符合正态分布，方位角 γ_p 符合均匀分布。

三、弹翼的安装误差

理论上要求对称弹翼的翼弦平面通过弹身轴线或者有一个固定的安装角 φ_k ，但是由于有工艺误差，而形成安装角误差 $\Delta\varphi_k$ 。由于安装角在飞行中与攻角，侧滑角起同样作用，于是在导弹上产生干扰力和干扰力矩。若在弹身两侧的一对翼片安装误差角不同，还会产生倾斜干扰力矩。

每个弹翼安装误差角可假定为独立随机变量，且符合正态分布。

假设一边弹翼的安装角均方根偏差值为 σ_{φ_2} 而另一边弹翼则为 σ_{φ_1} 。则一对弹翼综合产生的安装角均方根偏差 σ_{φ_k} 应为：

$$\sigma_{\varphi_k} = \sqrt{\sigma_{\varphi_1}^2 + \sigma_{\varphi_2}^2}$$

由于弹翼是左右对称的，因此每片弹翼生产工艺条件相同，可取均方根值 $\sigma_{\varphi_1} = \sigma_{\varphi_2}$ ，所以

$$\sigma_{\varphi_k} = \sqrt{2} \sigma_{\varphi_2} \quad (5-16)$$

一对水平翼产生的干扰力和力矩就为：

$$\left. \begin{aligned} F_{gy} &= C_y^{\alpha} \sigma_{\varphi_k} q s \\ M_{gz} &= C_y^{\alpha} \sigma_{\varphi_k} q s (x_G - x_p) \end{aligned} \right\} \quad (5-17)$$

四、弹身的工艺误差

弹身是分段制造的，每一舱体的端面都有允许误差，将各舱段对接起来实际的轴线并不是一根直线，严格地讲而是一根折线，见图 5-5。

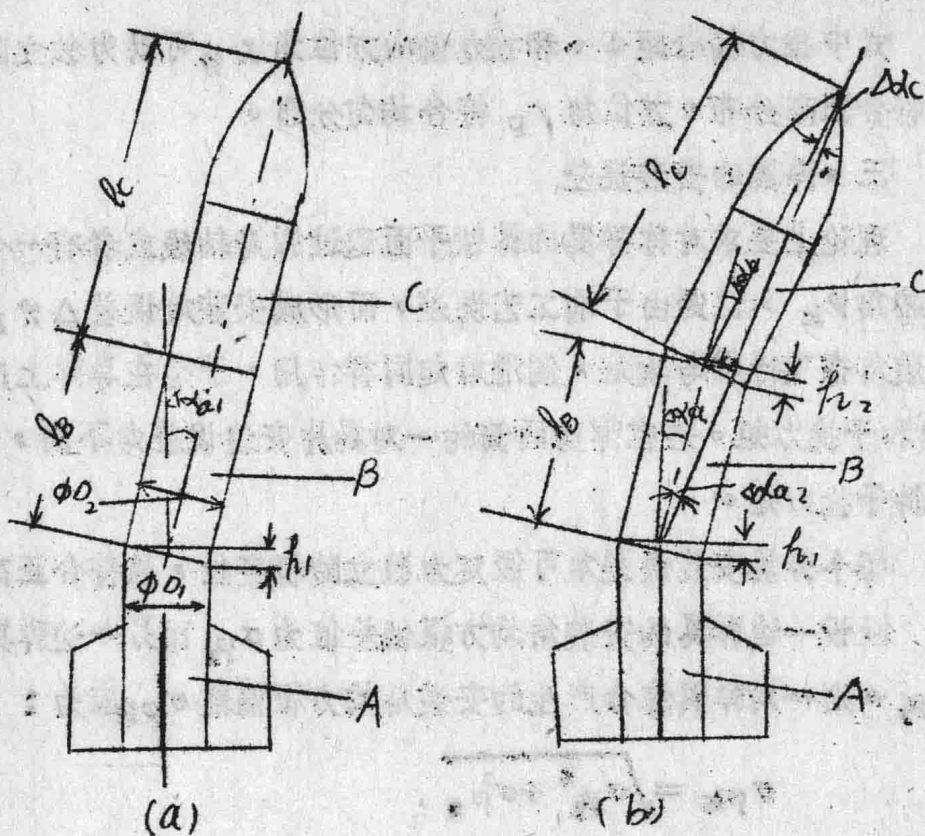


图 5-5 弹身工艺误差示意图

设 A 和 B 两舱段对接面的工艺误差为 h_1 ，见图 5-5 (a)，不难求出，对 A 舱段产生的附加攻角 $\Delta\alpha_{a_1}$ 为

$$\Delta\alpha_{a_1} \approx \frac{h_1}{D_1} \quad (5-18)$$

再假设 B 和 C 两舱段对接面的制造误差为 h_2 ，如图 5-5 (b) 所示。这时 B 舱段形成附加攻角 $\Delta\alpha_{b_1}$ 近似等于

$$\Delta\alpha_{b_1} \approx \frac{h_2}{D_1}$$

由此在A舱段上产生附加攻角 $\Delta\alpha_{a_2}$ ，按图5-5(b)可得

$$\Delta\alpha_{a_2} = \frac{b}{l_B} = \Delta\alpha_0 \frac{l_c}{l_B} = (\Delta\alpha_{b_1} - \Delta\alpha_{a_2}) \frac{l_c}{l_B}$$

$$\Delta\alpha_{a_2} \left(1 + \frac{l_c}{l_B}\right) = \Delta\alpha_{b_1} \frac{l_c}{l_B}$$

$$\therefore \Delta\alpha_{a_2} = \Delta\alpha_{b_1} \frac{l_c}{l_B + l_c} \quad (5-19)$$

如果 $\Delta\alpha_{a_1}$ 和 $\Delta\alpha_{a_2}$ 都是独立随机变量，且按正态规律分布，依前面所述确定弹翼安装角均方根偏差的同样方法，就可以找到A舱体的综合附加攻角：

$$\Delta\alpha_a = \sqrt{\Delta\alpha_{a_1}^2 + \Delta\alpha_{a_2}^2} \quad (5-20)$$

由此可计算出干扰力和干扰力矩。

五、制导系统产生的误差

制导系统产生误差的原因是多种多样的，有很多专门文献资料研讨这方面问题。在这里，我们不可能进行全面分析，只能对有代表性的问题作一简要介绍。

制导系统的误差就其来源可以分为两类，一类是外界干扰对制导系统的影响，例如测量目标的起伏误差和噪声。另一类是控制元件有制造公差，以及测试仪器设备的准确性有限而形成的误差例如：

陀螺误差。由于陀螺转子重心偏移，或者转动接触产生摩擦力矩都会使陀螺产生进动，而形成随时间增加的飘移误差。另外，陀螺安装到弹体上，由于测试仪器本身也有制造误差，以致陀螺转子轴与偏离设计基准形成误差。

舵机误差 舵机除本身的制造公差外，例如机械传动件的衔接间隙和摩擦系数的变化，还因其它控制元件有制造误差，将以虚假讯号传到舵机上，这些因素最后使舵面发生偏转；而不能处在另位上。

总之，无论是外界干扰对制导系统的影响而产生误差，还是制导系统中控制元件产生的误差，最后可归结为舵偏角。

由每一种误差因素引起的舵偏角若是独立随机变量，则制导系统中由于各种误差引起的舵面偏差角均方值等于

$$\delta' = \sqrt{\delta_1'^2 + \delta_2'^2 + \delta_3'^2 + \dots + \delta_n'^2} \quad (5-21)$$

其中 δ_1' ， δ_2' ，……， δ_n' 分别代表陀螺、舵机及其它控制元件因存在误差而引起的舵偏角均方值。

舵偏角 δ' 是制导系统对导弹飞行的干扰作用，它与稳定和控制导弹飞行所需的舵偏角的性质不一样，它是一种有害因素，在设计制造时应尽可能降低舵偏差角的均方值 δ' 。在动态分析中，常常称 δ' 为虚假讯号或虚假偏角。

综上所述，导弹飞行时，总是不可避免的要受到这样或那样的干扰作用，分析导弹动态特性的目的之一，就是要力求排除或者大大减小它们对导弹飞行的影响。

如果按干扰作用的时间长短而论，又可将它分为经常作用和瞬时作用两种干扰。

经常作用干扰是干扰因素经常作用在导弹上，例如安装误差，发动机推力偏心，舵面偏离零位等等。对于这种干扰，在动态分析时，如上所讲作为干扰力和干扰力矩来处理。

瞬时干扰又称偶然（或脉冲）干扰，它的性质是瞬时作用又瞬时消失，或者是短时间作用，很快消失。例如，瞬时作用的阵风，发射