

地震勘探数字处理 方法课讲义

(第二部分)

物探专业用



华东石油学院勘探系

1975年9月



2303811

501

200400271

第六章 数值校正

数值校正包括动校正和静校正、动、静校正在一般处理中是基本程序。在用数字计算机处理地震资料时、作动校正精度高、方法多样灵活、不受校正量大小和排列长度限制。并且能够进行自动统计静校正。

此处仅介绍一般的动静校正的基本原理。

§1. 动校正的一般概念

动校正在地震处理中有三个方面要用到：单次复盖资料处理时，作时间剖面时必须作动校正；多次复盖资料当作水平叠加处理时必须作动校正；利用速度谱方法作速度谱时要作动校正。

动校正的主要参数是速度。要作动校正必须已知速度参数，但要测定速度参数往往又需要用正常时差 Δt 资料，因此动校正量和速度有密切的关系。

在这里我们讨论动校正的概念、数学模型、动校正方法、动校正方法带来的矛盾、解决矛盾的方向。

1. 单次复盖时距曲线动校正。

对任一接收点 S_i 来说（见图 6.1），观测时间 t_i 相对 t_0 有一个时差，这个时差只与接收点的位置有关，而与界面的结构无关。这个时差我们叫正常时差，我们一般用 Δt 表示正常时差，从每个观测点的时间 t_i 减去此点的正常时差 Δt_i ，即得到 t_0 。例如：

$$t_i - \Delta t_i = t_0 \quad (6.1)$$

也即得到了各点的自激自收的时间（即回声时间），

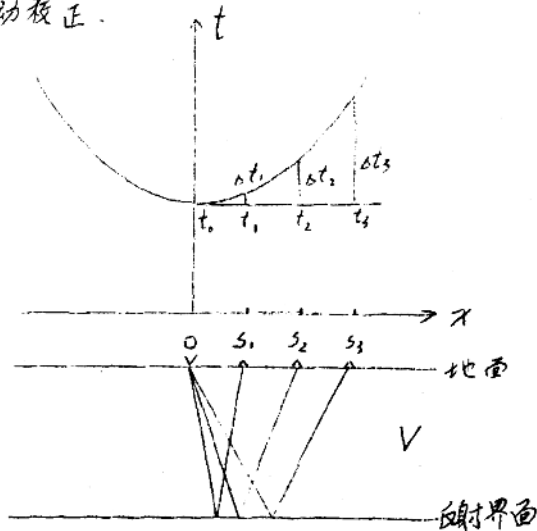


图 6.1

这就叫做动校正。

经过校正以后的时距曲线成为“直线”形式。(见图 6.2) 造时校正后的时距曲线只与界面深度有关, 而与接收点位置无关, 这样就得到了时间剖面。

2. 多次复盖资料作水平迭加处理时共反射点道集时距曲线动校正。

当进行水平迭加时, 要将同一共反射点的道引进迭加, 但是我们知道, 同一共反射点道集时距曲线是一条双曲线(见图 6.3) 迭加起来, 必然削弱(见图 6.4)

我们也看到每个炮检距上观测到的时间 t_i 相对另炮检距观测时间 t_0 有一个时差, 这个时差也叫正常时差, 也用 Δt 表示, 从各个炮检距道的观测时间中减去这个正常时差, 即得到另炮检距的观测时间, 这也叫作动校正, 作动校正以后再进行水平迭加, 有效讯号必然加强。(见图 6.5)

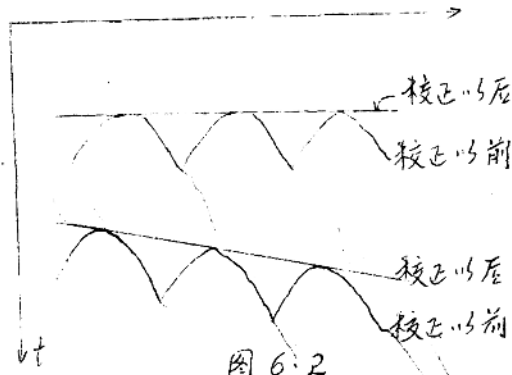


图 6.2

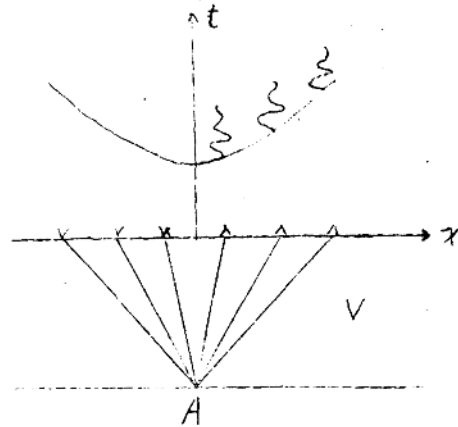


图 6.3

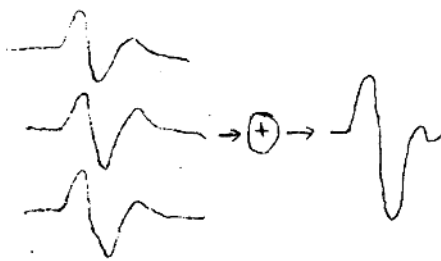


图 6.5

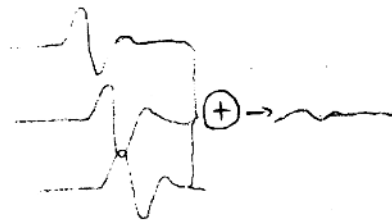


图 6.4

由以上我们看到单次和多次复盖层的时距曲线由于观测点位置的变化都发生正常时差，正常时差的符号表示是一样的，但二者的内容是不同的，单次复盖时差是对一个排列的时距曲线作动校正，动校正后是各接收点的回声时间，多次复盖时差是对一个共反射点道集时距曲线作动校正，校正后都是另炮检距观测时间，在计算和作水平追加和速度谱时，一般用共反射点道集时距曲线作动校正。因此下面我们讨论共反射点时距曲线作动校正。

3. 动校正的公式：

作动校正必须首先求出正常时差，而正常时差里各观测点观测时间 t_i 减去另炮检距观测时间 t_0 ，即

$$\Delta t_i = t_i - t_0 \quad (6.2)$$

我们知道无论在水平、倾斜、层状介质情况下，共反射点时距曲线均可用双曲线公式来近似，只是其中速度的概念不同罢了，共反射点时距曲线公式

$$t_i = \sqrt{t_0^2 + \frac{x_i^2}{V_x^2}} \quad (6.3)$$

即是说，不同的介质模型，时距曲线近似公式的形式一样，但其描述波传播速度定义是不同的， V_x 一般统称为追加速度。

动校正量

$$\Delta t = t_i - t_0 = \sqrt{t_0^2 + \frac{x_i^2}{V_x^2}} - t_0 \quad (6.4)$$

公式(6.4)就是我们作动校正的数学模型。一般在数字处理中，用速度谱求得的追加速度作动校正。（关于速度参数问题在速度分析中讨论）。

§2. 动校正的方法：

动校正方法分两种情况，一种是已知速度参数情况下求动校正量作动校正，一种是没有预先获得速度参数而是由原始资料直接求得速度参数作动校正，不需要人参与确定参数，这叫自动动校正。我们这里只讨论已知速度参数时情况。

对地震资料进行动校正必须有两个步骤，先计算出动校正量；作动校正。

1. 先讨论计标动校正量.

在数字处理中是对离散化的数据计标动校正量, 例如一张记录录24道, 每道5-6秒长, 如果我们取有效记录0.5-4.5秒这一段作动校正, 那么有4秒长的记录段, 设采样间隔取4ms, 那么一道就有1000个数据, 这1000个数据对应了1000个 t_0 值, 对1000个 $V(t_0)$ 函数, 这时你们就可以计算出1000个 Δt 值, 每次计标 Δt 值要平方、除、加、开方, 对24道记录就要计标24,000次(每次都平方、除、加、开方), (对于海上48道记录, 就要计标48,000次), 一张记录要计标24,000次或48,000次, 这个计算量是很大的, 因此如何计标出和更快地计标出动校正量是个很重要的问题。在模拟处理中有设计动校正函数发生器和打小脉冲, 还有数字动校正仪。在数字计算机处理中, 既然只要用数学方法, 编成程序即可计算出动校正量, 计算动校正量的方法很多, 我们介绍几种:

1. 直接计算法, 即直接根据公式(6.4)计算动校正量

$$\Delta t = t_i - t_0 = \sqrt{t_0^2 + \frac{x_i^2}{V_0^2}} - t_0.$$

离散化后公式变成:

$$\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{0i} = \sqrt{\frac{x_j^2}{V_0^2(t_{0i})} + t_{0i}^2} - t_{0i} \quad (6.5)$$

此处脚标 i 表示不同 t_0 值, j 表示同一 t_0 时的不同炮检距观测的不同 t 值。固定炮检距 x , 对一系列的 t_{0i} 求取 Δt , 列成表作动校正, (参见《地震资料数字处理》一书P37表4-4, t_0 的间隔是1ms, 从表4-4看出, 有许多 t_0 值对应计算出的动校正量差值不超过1ms, 那么这一段可看作是校正量是一样的, 再见同书P.38表4-5列出了 $x_0=400$ 米这一道的动校正量全并出来了, 标出来个校正量的个数后列成表, 查表作动校正。)

显然直接计算法十分麻烦, 工作量较大, 下面讨论其它方法。

2. 迭代法:

我们看到直接计算法需要开方, 开方在计算机上化费时间多(例如121机开方一次要1ms), 为了避免在计算机上大量开方, 可采用迭代法, 从公式(6.4)出发

$$\Delta t = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{V_0^2}} - t_0.$$

平方简化后可得。

$$t_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{\Delta t V_x^2(t_0)} - \Delta t \right] \quad (6.6)$$

在式(6.6)中, x 是炮检距, 是固定的, 再给^定 Δt , 那么给定一任意的 t_0 , 就有一个 $V(t_0)$, 这时利用式(6.6)就计算出一个新的 t_0 , 对于式(6.6)左边是 t_0 , 而右边包括了 t_0 的函数 $V_x(t_0)$, 我们就可以用迭代法求解。

写成迭代形式。

$$t_0^{(n)} = \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{\Delta t V_x^2(t_0^{(n-1)})} - \Delta t \right] \quad (6.7)$$

给定 x 、 Δt , 任意给一 $t_0^{(1)}$, 计算出 $t_0^{(2)}$, 若 $t_0^{(2)} = t_0^{(1)}$ 则所给 Δt 是对应 x 和 $t_0^{(1)}$ 的动校正量, 若 $t_0^{(2)} \neq t_0^{(1)}$, 则继续将 $t_0^{(2)}$ 代入式(6.7)计算出 $t_0^{(3)}$... 直到计算 $|t_0^{(n)} - t_0^{(n-1)}| < \varepsilon$ (ε 为给定误差)时迭代停止。对某一固定的 x , 给出一组动校正量 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots$ 即可求出对应的 $t_1, t_2, t_3, \dots$ 再将其列成表, 即可作动校正。

一般的方法是由 t_0 求 Δt , 而迭代法是给定 Δt 找对应 Δt 的 t_0 , 对于固定的 x 和一定的参数 $V_x(t_0)$, t_0 和 Δt 是一一对应的, 因此由 t_0 求 Δt 和由 Δt 反求 t_0 , 其结果是一致的。

用迭代法要考虑收敛问题, 即考虑在什么情况下迭加公式收敛、及收敛速度。

由数学中我们知道, 当函数 $\varphi(t_0)$ 和 $g(t_0)$ 满足

$$\frac{\varphi'(t_0)}{g'(t_0)} = m \quad \text{而} \quad |m| < 1$$

时, 则在 t_0 附近迭代收敛于 t_0 。

设: $g(t_0) = t_0$

$$\varphi(t_0) = \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{\Delta t V_x^2(t_0)} - \Delta t \right]$$

$$g'(t_0) = 1$$

$$\varphi'(t_0) = \frac{-x^2 V_x'(t_0)}{\Delta t V_x^3(t_0)}$$

那么:

$$\frac{\psi'(t_0)}{g'(t_0)} = \frac{x^2 V_x'(t_0)}{\Delta t V_x^3(t_0)}$$

我们考虑变化最大的情况: 即

$$\frac{x_{\max}^2 \max V_x'(t_0)}{\Delta t V_{x\min}^3(t_0)} = m7 < 1$$

即: $\max V_x'(t_0) \leq \frac{m7 \Delta t V_{x\min}^3}{x_{\max}^2} \quad (6.8)$

即迭代收敛与否取决于速度变化率。速度变化率太大时, 不能用迭代法,

3), 快速动校正 (入函数表法)

这个办法, 只需要一个入函数表, 两次乘法, 一次除法, 一次查表就算出3校正量, 免去了大量重复的运算, 效率提高了若干倍。

前面我们计算了一下一张24道的记录, 斜校正一道4秒长的动校正量需要进引24,000次运算, 这个量十分大, 而且分析一下有大量重复的运算, 我们分析这个重复的运算部分, 提出更快的计算方法,

式(6.4)可写成

$$\Delta t = t_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{x}{V_x(t_0) t_0} \right)^2} - 1 \right] \quad (6.9)$$

在式(6.9)中, 我们分析一下

$$\frac{x}{V_x(t_0) t_0} \quad (6.10)$$

式(6.10)中分子 x 是炮检距, 分母中 V_x 是 t_0 的函数, 一般 $V_x(t_0)$ 随着 t_0 增大而增加, 即 t_0 大, $V(t_0)$ 也大, t_0 小, $V(t_0)$ 也小, 这样的话, 小的 x 比上小 $V_x(t_0) \cdot t_0$ 的比值与大的 x 比上大的 $V_x(t_0) \cdot t_0$ 之比值可能相等, 见下表, 打横杠的表示有比值相同的数据,

表 一

$\frac{x}{v t_0}$	x (米)	100	200	300	400	500	600	700
t_0 秒 V (米/秒)								
0.500	1600	0.125	0.250	0.375	0.500	0.625	0.750	0.875
0.510	1610	0.123	0.244	0.365	0.486	0.609	0.730	0.852
0.520	1620	0.118	0.236	0.355	0.473	0.592	0.709	0.829
0.530	1630	0.115	0.233	0.347	0.463	0.578	0.693	0.810
0.540	1640	0.113	0.226	0.339	0.452	0.565	0.677	0.790
0.550	1650	0.110	0.219	0.329	0.439	0.550	0.659	0.769
0.560	1660	0.107	0.215	0.322	0.430	0.537	0.646	0.752
0.570	1670	0.105	0.209	0.314	0.418	0.523	0.628	0.733
0.580	1680	0.103	0.205	0.307	0.410	0.513	0.616	0.718
0.590	1690	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700
0.600	1700	0.098	0.196	0.294	0.392	0.491	0.588	0.686
0.610	1710	0.096	0.192	0.288	0.385	0.481	0.577	0.673
0.620	1720	0.094	0.187	0.281	0.374	0.467	0.561	0.654
0.630	1730	0.092	0.183	0.275	0.367	0.458	0.550	0.642
0.640	1740	0.090	0.179	0.268	0.357	0.446	0.536	0.625
0.650	1750	0.088	0.175	0.263	0.351	0.438	0.526	0.613
0.660	1760	0.086	0.172	0.258	0.345	0.430	0.517	0.603
0.670	1770	0.085	0.169	0.254	0.339	0.423	0.507	0.593
0.680	1780	0.083	0.165	0.248	0.331	0.413	0.496	0.578
0.690	1790	0.081	0.161	0.242	0.323	0.403	0.483	0.564
0.700	1800	0.080	0.159	0.238	0.317	0.397	0.472	0.556

既然在计算过程中确实有许多重要的运算（指比值相同形）
我们可设法避免，其方法如下：

$$\text{令: } \frac{\lambda}{V(t_0)t_0} = \lambda \quad (6.11)$$

那么式(6.9)变成：

$$\Delta t = t_0 \left[\sqrt{1 + \lambda^2} - 1 \right] \quad (6.12)$$

再用 $F(\lambda) = \sqrt{1 + \lambda^2} - 1$ 作 $F(\lambda)$ 的函数表，这个表的自变量是 λ ，抽样间隔是 $\Delta \lambda$ ，作一个表如下：

λ	λ_1	λ_2	-----	λ_{max}
$F(\lambda)$	$F(\lambda_1)$	$F(\lambda_2)$	-----	$F(\lambda_{max})$

显然此表的长度，即最大 λ_{max} 最小 λ_{min} 值， λ 的抽样间隔 $\Delta \lambda$ ，由我们作动修正的具体情况所决定。

$$\lambda_{min} = 0$$

$$\lambda_{max} = \frac{\lambda_{max}}{t_{min} V_{min}(t_0)}$$

$$\Delta \lambda = \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024} \doteq 0.001$$

(相当于 1 ms)

例如，当： $\lambda_{max} = 2250$ 米

$$t_{min} = 0.5 \text{ 秒}$$

$$V_{min} = 1500 \text{ 米/秒}$$

$$\text{时 } \lambda_{max} = 3$$

那么表的长度的个数为：

$$\frac{\lambda_{max}}{\Delta \lambda} = \frac{3}{\frac{1}{1024}} = 3072$$

即只要计算 3072 个比值就把所有情况 $\frac{\lambda}{V(t_0)t_0}$ 都包含了。

计算示比值以后，将上表存入内存，作上表时求 $F(\lambda)$ 也要开方，但开方次数少多了，原来要24,000次，现在只要3072次就可以了，节省了许多工作量。

造 $F(\lambda)$ 表以后，根据公式：

$$\Delta t = t_0 F(\lambda) \quad (6.13)$$

即可计算示动校正量，具体步骤如下：

① 对实际资料先计算：
$$\frac{\lambda'}{V' t_0} = \lambda' \quad (6.14)$$

② 查表，实际上就是找表上的 λ ，当和实际计算的 λ' 有 $|\lambda' - \lambda| \leq \frac{\Delta \lambda}{2}$ 时，这时表上 λ 对应的 $F(\lambda)$ 值就是 λ' 对应的 $F(\lambda)$ 值。

③ 再计算 $\Delta t' = t_0' F(\lambda')$ 就算示了动校正量。

造一次表花一定的时间，占一定的空间（在内存中），但对成千上万次的计算就节省了大量的时间，这是一般科学实验生产中常用的方法。

快速动校正方法简单、但又快，一般比用迭代法作动校正效率提高了倍左右。

计算动校正量的方法很多，根据机器的条件，在好、快、好、省的原则下，还可想其它方法。总的要使计算动校正量又准、又快、又适用、便于实现。

2. 动校正方法：

计算示校正量以后，在计算机中目前怎么做动校正呢？这种校正方法有什么特点呢？带来什么矛盾呢？我们下面就再讨论这些问题。计算示校正量以后，一般是把动校正量 t_0 、 λ 等之间关系列成表或做成量板，做动校正时根据动校正量是板查出对应时间的振幅搬家，下面我们仍以50制比程序为例，动校正量板形式如下：

动力校正搬表示意图

内存地址	0100, 0101, 0102, 0103, 0104, 0105, 0106, 0107, 0110, 0111, 0112, 0113, 0114, 0115, 0116, 0117, 0120
动力校正前搬表值	$A(500)A(504)A(508)A(512)A(516)A(520)A(524)A(528)A(532)A(536)A(540)A(544)A(548)A(552)A(556)A(560)A(564)$
动力校正后搬表值	$A(532) \uparrow A(536) \uparrow A(540)A(544) \uparrow A(548)A(552) \uparrow A(556)A(560)A(564) \uparrow A(568)A(572)A(576)$ $\frac{A(532)+A(536)}{2} \quad \frac{A(540)+A(544)}{2} \quad \frac{A(548)+A(552)}{2} \quad \frac{A(556)+A(560)}{2}$

图 6, 6

画成简单示意图就是：

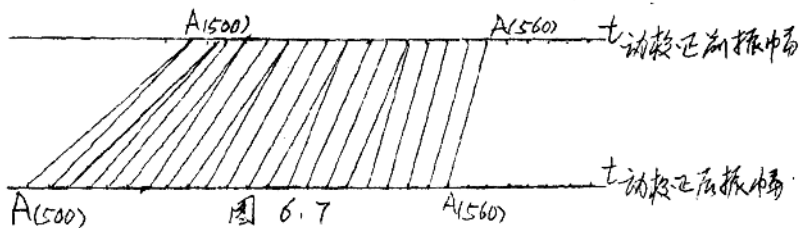


图 6.7

由于作动校正时将振幅值往前搬靠，所以校正前层可以用同一内存。

由图六、图七可以看见，目前动校正方法是逐层搬靠，当动校正量发生变化时，必须停搬，这时必须押值。

下面我们讨论用以上逐层搬靠动校正方法作动校正层产生什么后果，带来什么矛盾。图(6.7)、动校正前波形长度为60ms，动校正后波形长度变为84ms了，这说明经过动校正以后波组拉长了，波组由高频向低频移动。波形发生畸变见图(6.8)。

动校正引起的拉伸畸变是很严重的，拉伸了达一倍左右，浅层尤其如此。在处理资料时，我们希望反射波的周期，频率经动校正不变，但现在却变了，这是我们所不希望有的，而且拉伸程度与动校正量大小及动校正量的变化率有关。

浅、深层的动校正量不同，动校正量的变化率也不同，因此拉伸程度不同，浅层拉伸大，深层拉伸小。另外不同炮距观测到时，作动校正后，拉伸程度也不一样，炮距距大时，动校正量大，动校正量变化率也大，拉伸就长；炮距距小时，动校正量小，动校正量变化率也小，拉伸就小，因此，对一组共反射点道集，不同炮距距的道，经动校正后，同一反射波组周期，频率，波形发生变化，想通过叠加以后效果必然不好，见图(6.9)。

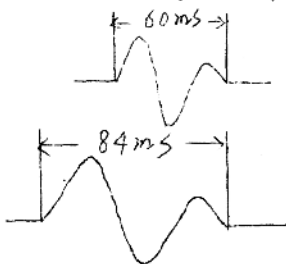


图 6.8

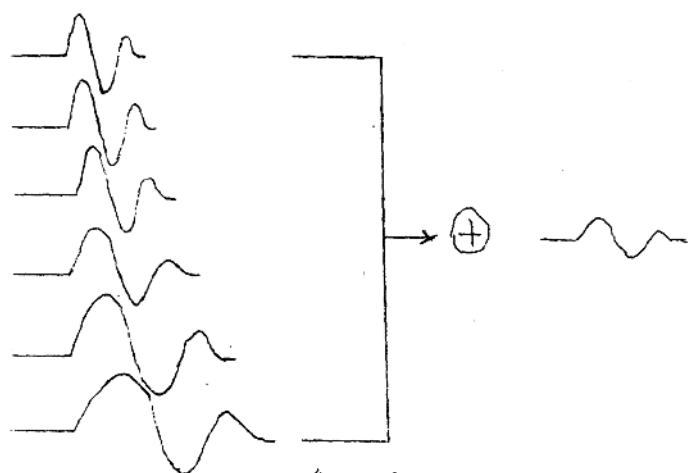


图 6.9

§3 动校正对讯号的畸变及处理办法:

地震反射记录带因目前所用方法作了动校正后, 波形发生畸变, 其畸变表现在:

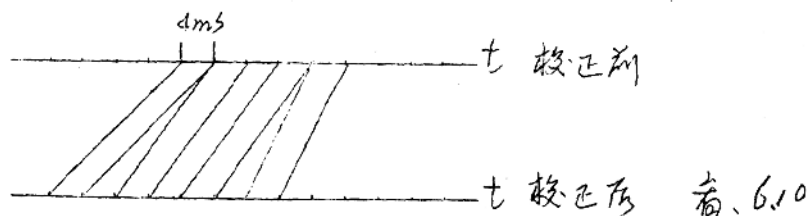
一、动校正量离散抽样间隔较大, 中间插值使波形形状改变。

二、动校正后, 反射波由高频段向低频, 地震波拉长了。

下面我们分别讨论如何减办和处理动校正引起的畸变。

1. 高保真动校正:

一般的动校正中是动校正量为抽样间隔较大, 例如是, 4ms, 动校正量变化一次变化4ms, 也就是在4ms中间隔掉位, 显然波形畸变较大, 因为动校正量变化引起的拉伸集中在4ms间隔中波形改变, 见图(6.10)。



这时我们可以加密动校正量的抽样间隔，例如原来动校正量抽样间隔是 $4ms$ ，可以加密到 $1ms$ ， $1/2ms$ ， $1/4ms$ ，这样使动校正量的变化成为一个连续的变化量，动校正量没有突变，动校正后波形畸变减小。其方法是这样的：设记录振幅抽样间隔是 $\delta t = 4ms$ ，动校正抽样间隔是 $\Delta t = 1ms$ ，那么动校正时选择时刻 t 使：

$$t - n\Delta t = m\delta t \quad m, n \text{ 为整数} \quad (6.15)$$

即选择时刻 t ，使其与动校正量之差为整数倍，取 t 时刻的振幅值 $A(t)$ 经 $n\Delta t$ 动校正后放在 $m\delta t$ 时刻，见图 (6.11)

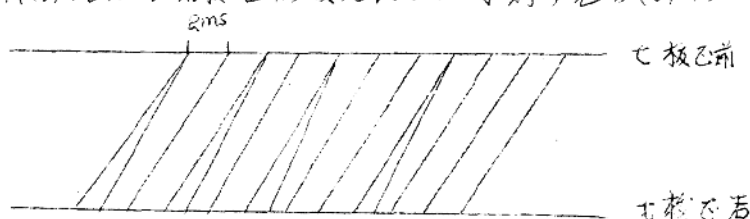


图 6.11

显然，这样作动校正时，动校正量变化所引起的拉伸均匀分布出 $12m$ 秒中，波形变化小。

以上校正方法显然需要插值，插值的方法有多种，可用线性插值，多项式插值，也可用抽样定理插值，下面我们介绍用抽样定理插值。

由于数字仪记录 $4ms$ 采样，（设有假设频率落在 $20-100$ 赫兹范围，大家用抽样定理验一下是否满足抽样定理），但我们作高保真校正时需要在一时刻的振幅值，根据抽样定理可以通过 $X(n\Delta)$ 把任一时刻 t 的值 $x(t)$ 恢复出来。

抽样定理：

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta} (t - n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta} (t - n\Delta)} \quad (6.16)$$

现在我们只要求恢复 $t = m\delta$ 时的值 $x(t)$ ， $\delta = \frac{\Delta}{L}$ (L 为整数)

由式(6.16)中设

$$\frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)} = \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(m\delta-n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(m\delta-n\Delta)} = h_n^m$$

$$\hat{x}(t) = \hat{x}(m\delta) = \hat{x}_m$$

那么 m - 抽样式(6.16)写成:

$$\hat{x}_m = x_n * h_n^m$$

实际上这是一个卷积, 即用抽样讯号与 h_n^m 作卷积即可恢复 $\hat{x}_m$.

为了对称方便, 我们进一步讨论式(6.16), 由式(6.16)中 $x(n\Delta)$ 表示抽样讯号, $\hat{x}(t) = \hat{x}(m\delta)$ 表示恢复讯号, 设

$$m = n_0 L + j \quad (j = 1, 2, \dots, L-1)$$

见图 6.12

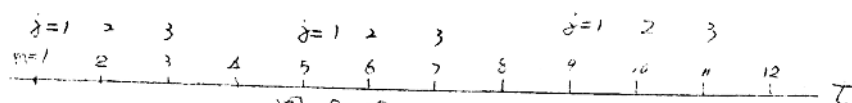


图 6.12

由式(6.16)得:

$$\begin{aligned} \hat{x}(m\delta) &= \hat{x}[(n_0 L + j)\delta] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(n_0 L + \frac{j}{L} \Delta - n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(n_0 L + \frac{j}{L} \Delta - n\Delta)} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}[(n_0 - n)\Delta + \frac{j}{L} \Delta]}{\frac{\pi}{\Delta}[(n_0 - n)\Delta + \frac{j}{L} \Delta]} \\ \text{令 } k &= n_0 - n \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[(n_0 - k)\Delta] \frac{\sin(k\pi + \frac{j\pi}{L})}{k\pi + \frac{j\pi}{L}} \end{aligned}$$

后项分

$$\frac{\sin(k\pi + \frac{j\pi}{L})}{k\pi + \frac{j\pi}{L}} \text{ 是衰减因子, 可取有限项, 例如取}$$

取 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M$ 即可

2N+2项(取偶数项因子对应抽样值), 那么

$$\hat{x}(m\delta) = \sum_{k=-N-1}^N x[(n_0-k)\delta] \frac{\sin[k\pi + \frac{3\pi}{4}]}{k\pi + \frac{3\pi}{4}} \quad (6.17)$$

在式中当 m 是 $\frac{1}{2}$ 时, 便可进行褶积运算。

这里必须提出, 只有在对波形要求很高, 利用研究动力学特定时, 用此法插值, 一般对波形要求不高时, 可用其它简单办法。

本节主要讨论保真动校正方法, 按抽样定理插值只是具体实现保真动校正方法的具体手段之一。

2. 动校正畸变带切除

地震反射波经动校正后, 反射波由它频率向低频, 波组拉长。

我们讨论一般的拉伸公式(见图6.13)

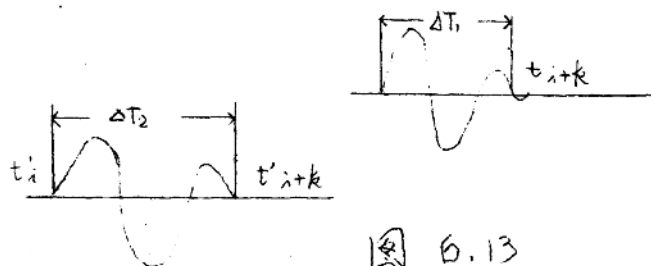


图 6.13

设拉长量用 ΔT 表示, 相对拉长量用 β 表示, 则:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \Delta T_2 - \Delta T_1 \\ \frac{1}{\beta} &= \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\Delta T_1} = \frac{(t_i' - t_{i+k}') - (t_i - t_{i+k})}{t_i - t_{i+k}} \\ &= \frac{t_i' - t_{i+k}'}{t_i - t_{i+k}} - 1 \end{aligned}$$

用于

$$t_i' = t_i - \Delta t_i \quad t_{i+k}' = t_{i+k} - \Delta t_{i+k}$$