

中国工程热物理学会

热机气动热力学学术会议

论文集

二〇〇二

中山

中国工程热物理学会编



**感谢中山市新迪能
源与环境设备有限公司
对中国工程热物理学会
热机气动热力学学术会
议的支持和资助！**

热机气动热力学学术会议论文目录

一. 模拟方法的研究和应用

- △ 022001 驱动方腔流的高精度多重网格方法数值模拟·····葛永斌 田振夫 吴文权(1)
- △ 022005 叶轮机械中的泄漏流与泄漏涡·····贾希诚 王正明 王嘉炜(7)
- △ 022007 探讨一种叶轮机械非定常流数值模拟的方法·····
·····于海力 闫朝 季路成 徐建中(14)
- 022008 高出口马赫数叶型波系结构分析·····权晓波 李维 杜建一 徐建中(19)
- 022016 内点与边界均具有四阶精度的三点强紧致格式··刘淑艳 王保国 徐菲(24)
- 022017 强紧致六阶格式的构造及应用·····王保国 刘淑艳 殷蕾 高雪莲(31)
- 022018 等离子喷嘴内部弧通道区域数值模拟研究·····严志军 高阳(37)
- 022019 小展弦比动叶栅二次流涡系演变及三维气动特性数值分析·····
·····朱光宇 余茂铮(42)
- 022020 低速轴流压气机顶部微量喷气控制失速机理的数值模拟·····
·····徐纲 聂超群 黄伟光 陈静宜(49)
- 022021 矩形喷嘴三维射流的大涡模拟·····
·····金晗辉 罗坤 由广大 樊建人 岑可法(55)
- 022023 建筑物流场的数值模拟·····葛敬东 邱亚希 周海(61)
- 022024 超高速电梯气动特性及其优化的数值模拟·····邱亚希 葛敬东 周海(66)
- 022028 叶片出气边形状对叶栅中湿蒸汽凝结流动影响的数值研究·····
·····李亮 丰镇平 李国君(72)
- △ 022032 多排叶片内部流动以及叶片排与排气系统相互作用研究·····刘建军(78)
- 022033 振荡射流提高翼型升力的机理研究·····程永卓 李宇红(84)
- △ 022036 高速离心压气机的设计与流场数值计算·····杨策 王航 马朝臣(89)
- 022038 用基于声类比的边界元计算管道风扇的管道声传播和辐射·····
·····王同庆 杨兵 杨志刚(94)
- △ 022041 交错网格有限体积法计算叶轮机械内部流动·····李泯江 桂幸民(103)
- 022042 二维 Ffowcs Williams & Hawkings 方程的某些应用·····于潮 李晓东(108) △
- 022043 转子密封系统流体激振问题的流固耦合数值研究·····金琰 袁新(116)
- △ 022044 三维透平叶片扭转颤振问题的流固耦合数值研究·····金琰 袁新(123)
- △ 022045 低速轴流压气机旋转失速的二维数值模拟·····
·····蒋康涛 徐纲 黄伟光 陈静宜(130)
- 022047 二维 NACA65 叶型前缘几何形状对气动性能的影响·····
·····刘火星 李凌 蒋浩康(136)

022050	涡轮二维叶栅的气热耦合数值模拟	李海滨 冯国泰 王松涛	(142)
022051	涡轮三维叶栅的气热耦合数值模拟	李海滨 冯国泰	(148)
022052	涡轮叶栅冷气掺混计算的数学模型与方法	李海滨 冯国泰 周 驰	(154)
022061	涡轮叶栅气热耦合数值模拟 第一部分:基本方程与数值方法	周 驰 冯国泰 王松涛 顾中华	(160)
022062	涡轮叶栅气热耦合数值模拟 第二部分:数值模拟结果	周 驰 冯国泰 王松涛 顾中华	(165)

二. 设计及优化

022003	一种微型燃气轮机核心机工程设计及分析	杨 策 马朝臣 沈宏继 王 航 黄 若	(170)
▷ 022004	不同间隙条件下的叶顶区流动	王正明 贾希诚 王嘉炜	(176)
022006	多级轴流压气机三维气动设计的一种快速方法	陈乃兴 张宏武 徐燕骥 黄伟光	(183)
022013	1+1/2 对转涡轮模型试验件气动设计	季路成 陈 江 项 林 徐建中	(191)
022015	前缘弯掠轴流转子设计方法及其与常规转子的初步比较	谢军龙 E.E.Elhadi 吴克启	(200)
022022	基于遗传算法和逐次序列规划的环形叶栅基迭优化	赖宇阳 袁 新	(207)
022025	给定通流部分形状时多级轴流压气机效率优化	罗 俊 陈林根 郑 彤 孙丰瑞 倪 宁	(212)
022037	响应面方法在叶片扩压器优化设计中的应用研究	王晓锋 席 光 王尚锦	(218)
022046	1+1/2 对转涡轮用高出口马赫数叶栅设计与试验	季路成 黄海波 陈 江 于海力 徐建中	(226)
022054	带突扩段有叶扩压器的设计与分析	杜建一 赵晓路 李 维 权晓波 徐建中	(235)
022055	具有机匣处理结构的冷却风扇流动数值模拟	郑孟伟 张扬军 郭宫达	(240)
△ 022063	冲角对扩压静叶栅气动性能影响的数值分析	张永军 冯国泰 宋彦萍	(247)
022064	掠叶片对压气机叶栅流场性能的影响	陈 浮 宋彦萍 冯国泰	(252)
022065	E ³ 对转涡轮设计特点分析 (I) 高压涡轮基元级方案分析	赵晓路 蒋雪辉	(258)
022066	E ³ 对转涡轮设计特点分析 (II) 过渡段不同方案的流场分析比较	秦立森 赵晓路 蒋雪辉	(264)

三. 实验研究

- 022002 可变喷嘴涡轮增压器试验研究.....施 新 马朝臣 王 航(270)
- 022010 关于超音速涡轮叶栅的初步研究.....项 林 季路成 赵晓路(273)
- 022014 空调用贯流风机的内流模拟与性能研究.....
.....王 军 罗 荣 游 斌 吴克启(279)
- 022026 环形腔处理机匣对低速风扇性能和失速裕度的影响.....
.....施勇峰 于巍巍 侯睿炜 孙晓峰(284)
- 022031 提高风力机叶型升力的实验研究.....霍福鹏 刘 红 陈佐一(293)
- 022035 虚拟仪器概念在压气机实验研究中的实现.....童志庭 牛玉川 聂超群(299)
- 022039 高速压气机不稳定流动声测量技术研究.....王同庆 彭 锋 吴怀宇(309)
- 022040 某轴流压气机叶尖间隙效应实验研究.....刘 建 顾明皓 桂幸民(317)
- 022053 一种典型透平静叶型叶片反弯曲作用的实验研究.....
.....陈海生 谭春青 康 顺(322)
- 022057 岸式波浪电站港前波浪运动特性的研究.....李利新 李志生(332)

四. 非定常流动和气动声学及其它

- 022009 涡轮叶片中流/热耦合计算研究.....黄海波 季路成 徐建中(341)
- 022011 关于叶轮机时均(准四维)和非定常(四维)气动设计体系的初步诠释...
.....季路成 陈 江 黄海波 徐建中(348)
- 022012 非定常环境下叶栅性能的数值研究.....季路成 项 林 陈 江 徐建中(370)
- 022027 基于爆轰波原理声源定位方法初探.....王晓宇 孙晓峰(388)
- 022029 轴流透平级动静干涉的非定常效应及其对气动性能的影响.....
.....祁明旭 丰镇平 Kang Shun Hirsch Charles(395)
- 022030 往复隔板絮凝池涡漩流场的研究与探讨.....詹 咏 吴文权 程云章(402)
- 022034 可变形管中一维非定常可压缩流动的变分原理族.....
.....刘高联 陶 毅 刘英学(407)
- 022048 用 SPIV 技术测量压气机转子尖区复杂流动.....
.....刘宝杰 朱贵钦 于宏军 蒋浩康 袁辉靖 徐月亭(413)
- 022049 非定常隐式 TVD 格式的基本理论和验证.....陈宏冀(422)
- 022056 穿孔板在切向流条件下非线性效应的理论与实验研究.....
.....吴景枢 景晓东 孙晓峰(429)
- 022058 Prandtl 边界层方程推导中的尺度化分析.....樊福梅 梁 平 龙新峰(438)
- 022060 平面扩压叶栅静叶相对位置改变对流动的影响.....
.....黄洪雁 杨海涛 冯国泰 苏杰先 王仲奇(445)

驱动方腔流的高精度多重网格方法数值模拟

葛永斌¹ 田振夫^{2,3} 吴文权¹

1 上海理工大学动力工程学院 200093 2 宁夏大学应用数学与工程力学研究所, 银川 750021

3 上海大学; 上海市应用数学和力学研究所 200072

Tel: 021-65673436 E-mail: ge_y_b@sina.com

摘要 提出了一种求解二维非定常不可压缩 Navier-Stokes 方程组的全隐二阶时间推进和空间四阶差分紧致格式, 在每一个时间步上, 采用多重网格的全近似格式 (FAS) 加速其迭代收敛过程。利用该方法对驱动方腔流动问题进行了直接数值模拟, 结果显示对于 $Re \leq 5000$, 本文在粗网格上 (64×64 等分和 128×128 等分) 即可得到较为准确的定常层流解; 对于 $Re=7500$ 和 10000 , 由于更多二次涡的出现, 本文在 256×256 等分网格上同样可得到与前人的结果相吻合的非定常周期性解。

关键词 驱动方腔, 非定常 Navier-Stokes 方程, 高精度紧致格式, 多重网格

1 引言

高 Re 数下的不可压缩粘性流动一直是一个重要的研究课题。特别是近二十年来, 由于计算机技术的迅速发展, 使人们能够对一些复杂的流动问题进行直接数值模拟。驱动方腔流动问题作为一个经典的数值模型, 作为对所建立的各种求解方法有效性的检验, 已有很多科研工作者对其进行了数值求解^[1-4], 其中, 1993 年文献[3]提出了求解非定常不可压缩 N-S 方程组的一种三阶精度的迎风紧致显格式, 并利用其在 256×256 等分网格上首次给出了该问题当 $Re \geq 7500$ 时的非定常周期性解。之后, 文献[4]利用二阶中心差分隐格式和多重网格方法, 在 448×448 细分网格上得到了相类似的结论。鉴于研究高 Re 数下的非定常流动更具有实际意义, 所以本文首先提出求解非定常不可压缩 Navier-Stokes 方程组的一种时间精度为二阶, 空间精度为四阶的全隐格式并建立了与其相适应的多重网格算法, 然后对驱动方腔流动问题进行直接数值模拟, 最后给出数值试验结果分析和结论。

2 差分方法

二维非定常不可压缩 Navier-Stokes 方程组用涡量一流函数的形式可表示如下:

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} = -\xi \quad (1)$$

$$\xi_t + u\xi_x + v\xi_y = (\xi_{xx} + \xi_{yy})/Re \quad (2)$$

$$u = \psi_y, \quad v = -\psi_x \quad (3)$$

其中, ψ 是流函数, ξ 是涡量, Re 是雷诺常数。以 τ 表示时间步长, 空间取等间距网格, 步长用 h 表示。为方便起见, 我们以 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 和 8 分别代表网格点 $(x, y), (x+h, y), (x, y+h), (x-h, y), (x, y-h), (x+h, y+h), (x-h, y+h), (x-h, y-h)$ 和 $(x+h, y-h)$ 。定义 $f_y = f_i - f_j$, $f_{103} = f_1 - 2f_0 + f_3$, $f_{204} = f_2 - 2f_0 + f_4$, f 可代表 u, v, ψ, ξ 等变量。

方程 (1) 是一个泊松方程, 由文献[5]即可得到它的四阶紧致差分格式为:

$$4 \sum_{j=1}^4 \psi_j + \sum_{j=5}^8 \psi_j - 20\psi_0 = -h^2 (\sum_{j=1}^4 \xi_j + 8\xi_0)/2 \quad (4)$$

对于涡运输方程 (2), 为了便于推导, 将之改写为:

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = \text{Re}(u\xi_x + v\xi_y + \xi_t) \quad (5)$$

利用四阶紧致差分公式^[6]:

$$\xi_{xx0} = [(1 + h^2\delta_x^2/12)^{-1}\delta_x^2]\xi_0 + O(h^4), \quad \xi_{yy0} = [(1 + h^2\delta_y^2/12)^{-1}\delta_y^2]\xi_0 + O(h^4) \quad (6)$$

其中

$$\delta_x^2\xi_0 = \xi_{103}/h^2, \quad \delta_y^2\xi_0 = \xi_{204}/h^2 \quad (7)$$

将 (6) 代入 (5) 整理后得:

$$\begin{aligned} & [(1 + h^2\delta_y^2/12)\delta_x^2]\xi_0 + [(1 + h^2\delta_x^2/12)\delta_y^2]\xi_0 \\ & = (1 + h^2\delta_x^2/12 + h^2\delta_y^2/12)[\text{Re}(u\xi_x + v\xi_y + \xi_t)]_0 + O(h^4) \end{aligned} \quad (8)$$

将(7)代入(8)并注意到

$$\delta_x^2 f_0 = f_{xx0} + O(h^2) \quad \delta_y^2 f_0 = f_{yy0} + O(h^2) \quad (9)$$

略去高阶项后整理得:

$$\begin{aligned} & 4\sum_{j=1}^4 \xi_j + \sum_{j=5}^8 \xi_j - 20\xi_0 = 6\text{Re}h^2(u\xi_x + v\xi_y + \xi_t)_0 \\ & + \text{Re}h^4/2[(u\xi_x + v\xi_y + \xi_t)_{xx} + (u\xi_x + v\xi_y + \xi_t)_{yy}]_0 \end{aligned} \quad (10)$$

为了使格式在空间上达到四阶精度, 须对(10)式第一项中的 ξ_x 和 ξ_y 作四阶离散, 即

$$\begin{aligned} & u\xi_x + v\xi_y + \xi_t = u[\xi_{13}/(2h) - h^2\xi_{xxx}/6] + v[\xi_{24}/(2h) - h^2\xi_{yyy}/6] + \xi_t \\ & = (u\xi_{13} + v\xi_{24})/(2h) - \text{Re}h^2[(uu_x + vu_y)\xi_x + u^2\xi_{xx} + v^2\xi_{yy} + (uv_x + vv_y)\xi_y \\ & + 2uv\xi_{xy} + (u\xi_{xt} + v\xi_{yt})]/6 + h^2(u\xi_{xyy} + v\xi_{xxy})/6 + \xi_t \end{aligned} \quad (11)$$

将 (10) 式第二项展开为:

$$\begin{aligned} & (u\xi_x + v\xi_y + \xi_t)_{xx} + (u\xi_x + v\xi_y + \xi_t)_{yy} = (u_{xx} + u_{yy})\xi_x + 2(u_x\xi_{xx} + v_y\xi_{yy}) \\ & + 2(u_y + v_x)\xi_{xy} + u(\xi_{xx} + \xi_{yy})_x + v(\xi_{xx} + \xi_{yy})_y + (v_{xx} + v_{yy})\xi_y + (\xi_{xx} + \xi_{yy})_t \\ & = (u_{xx} + u_{yy})\xi_x + 2(u_x\xi_{xx} + v_y\xi_{yy}) + 2(u_y + v_x)\xi_{xy} + \text{Re}[(uu_x + vu_y)\xi_x + u^2\xi_{xx} \\ & + v^2\xi_{yy} + (uv_x + vv_y)\xi_y + 2uv\xi_{xy} + u\xi_{xt} + v\xi_{yt}] + (v_{xx} + v_{yy})\xi_y + \xi_{xxt} + \xi_{yyt} \end{aligned} \quad (12)$$

将 (11), (12) 代入 (10) 并利用以下二阶离散公式:

$$\phi_{xx} = \phi_{103}/h^2 + O(h^2), \quad \phi_{xy} = (\phi_{56} + \phi_{78})/(4h^2) + O(h^2) \quad (13)$$

$$\phi_x = \phi_{13}/(2h) + O(h^2), \quad \phi_{xy} = (\phi_{57} + \phi_{68} - 2\phi_{24})/(2h^3) + O(h^2) \quad (14)$$

$$\phi_t = (3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1})/(2\tau) + O(\tau^2) \quad (15)$$

整理即可得到方程 (2) 的四阶紧致差分格式:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^8 A_j \xi_j^{n+1} = \text{Re}^2 h^3 [u_0^n (4\xi_{13}^n - \xi_{13}^{n-1}) + v_0^n (4\xi_{24}^n - \xi_{24}^{n-1})]/(8\tau) \\ & + \text{Re}h^2 [-4(\sum_{j=1}^4 \xi_j^n + 8\xi_0^n) + (\sum_{j=1}^4 \xi_j^{n-1} + 8\xi_0^{n-1})]/(4\tau) \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$A_0 = -[20 + \text{Re}^2 h^2 (u_0^2 + v_0^2) - \text{Re} h(u_{13} + v_{24}) + 6\text{Re} h^2/\tau] \quad (17)$$

$$A_1 = 4 - \operatorname{Re} h(4u_0 + 3u_1 + u_{23} + u_4) / 4 \\ + \operatorname{Re}^2 h^2 (4u_0^2 + u_0 u_{13} + v_0 u_{24}) / 8 + 3 \operatorname{Re} h^2 (\operatorname{Re} h u_0 - 2) / (8\tau) \quad (18)$$

$$A_2 = 4 - \operatorname{Re} h(4v_0 + v_1 + 3v_2 + v_{34}) / 4 \\ + \operatorname{Re}^2 h^2 (4v_0^2 + u_0 v_{13} + v_0 v_{24}) / 8 + 3 \operatorname{Re} h^2 (\operatorname{Re} h v_0 - 2) / (8\tau) \quad (19)$$

$$A_3 = 4 + \operatorname{Re} h(4u_0 + u_{41} + u_2 + 3u_3) / 4 \\ + \operatorname{Re}^2 h^2 (4u_0^2 - u_0 u_{13} - v_0 u_{24}) / 8 - 3 \operatorname{Re} h^2 (\operatorname{Re} h u_0 + 2) / (8\tau) \quad (20)$$

$$A_4 = 4 + \operatorname{Re} h(4v_0 + v_{12} + v_3 + 3v_4) / 4 \\ + \operatorname{Re}^2 h^2 (4v_0^2 - u_0 v_{13} - v_0 v_{24}) / 8 - 3 \operatorname{Re} h^2 (\operatorname{Re} h v_0 + 2) / (8\tau) \quad (21)$$

$$A_5 = 1 - \operatorname{Re} h(u_0 + v_0) / 2 - \operatorname{Re} h(v_{13} + u_{24}) / 8 + \operatorname{Re}^2 h^2 u_0 v_0 / 4 \quad (22)$$

$$A_6 = 1 + \operatorname{Re} h(u_0 - v_0) / 2 + \operatorname{Re} h(v_{13} + u_{24}) / 8 - \operatorname{Re}^2 h^2 u_0 v_0 / 4 \quad (23)$$

$$A_7 = 1 + \operatorname{Re} h(u_0 + v_0) / 2 - \operatorname{Re} h(v_{13} + u_{24}) / 8 + \operatorname{Re}^2 h^2 u_0 v_0 / 4 \quad (24)$$

$$A_8 = 1 - \operatorname{Re} h(u_0 - v_0) / 2 + \operatorname{Re} h(v_{13} + u_{24}) / 8 - \operatorname{Re}^2 h^2 u_0 v_0 / 4 \quad (25)$$

对于 (3) 式, 我们用四阶差分公式:

$$u_2 / 6 + 4u_0 / 6 + u_4 / 6 = \psi_{24} / (2h) + O(h^4) \quad (26)$$

$$v_1 / 6 + 4v_0 / 6 + v_3 / 6 = -\psi_{13} / (2h) + O(h^4) \quad (27)$$

用追赶法求解速度是很快的。

3 多重网格算法

在每一个时间步上求解由全隐格式离散以后所得到的大尺度代数方程组, 传统的迭代法几乎无能为力, 所以本文采用多重网格方法。它的主要特点就是逐步分层在粗网格层上进行迭代求解其误差方程 (也叫残差方程) 直到误差收敛, 然后再通过插值的手段将误差校正结果返回到细网格层上。由于迭代法只对高频误差分量起作用, 所以多重网格方法用简单迭代法做光滑剂, 不是消除所有频率的误差, 而只是“磨光” (即削减) 当前网格层上的高频误差分量, 而把低频分量转移到下一层粗网格上去继续“磨光” (因为当前网格层上的低频分量在下一层粗网格层上又变成了高频)。因此, 多重网格方法要求在一系列不同尺寸的网格上分层地进行求解, 每层粗网格的迭代都为下一层细网格提供一个更加精确的误差校正结果。同时由于所求解的方程组是非线性的, 所以我们采用 FAS 格式 (有关多重网格方法更多的信息, 可参考文献 [7, 8])。本文采用多重网格的 V(v1, v2) 循环算法, 超松弛迭代法 (SOR) 作松弛算子且为了配合高精度格式的使用, 本文选用文献 [8] 提到的完全加权限制算子

$$(R_k^{k-1} r^k)_{i+1,j+1} = r_{2i+1,2j+1}^k / 4 + (r_{2i+2,2j+1}^k + r_{2i+1,2j+2}^k + r_{2i,2j+1}^k + r_{2i+1,2j}^k) / 8 \\ + (r_{2i+2,2j+2}^k + r_{2i,2j+2}^k + r_{2i+2,2j}^k + r_{2i,2j}^k) / 16 \quad (28)$$

和双线性插值算子

$$(P_{k-1}^k r^{k-1})_{2i+1,2j+1} = r_{i+1,j+1}^{k-1} \quad (29)$$

$$(P_{k-1}^k r^{k-1})_{2i+2,2j+1} = (r_{i+1,j+1}^{k-1} + r_{i+2,j+1}^{k-1}) / 2 \quad (30)$$

$$(P_{k-1}^k r^{k-1})_{2i+1,2j+2} = (r_{i+1,j+1}^{k-1} + r_{i+1,j+2}^{k-1}) / 2 \quad (31)$$

$$(P_{k-1}^k r^{k-1})_{2i+2,2j+2} = (r_{i+1,j+1}^{k-1} + r_{i+2,j+1}^{k-1} + r_{i+1,j+2}^{k-1} + r_{i+2,j+2}^{k-1}) / 4 \quad (32)$$

其中 R_k^{k-1} 表示从第 k 层到第 $k-1$ 层的限制算子, P_{k-1}^k 表示从第 $k-1$ 层到第 k 层的插值算子, k 表示细网格层, $k-1$ 表示相邻的粗网格层, r^k 表示细网格层上的误差残量, r^{k-1} 表示相邻粗网格层上的误差残量。

4 数值模拟

作为对已建立方法可靠性的检验, 我们考察平面方腔 ($0 \leq x, y \leq 1$) 内的非定常不可压缩粘性涡流。为了和本文的高精度格式相匹配而不“污染”内点的精确度, 我们利用文献[9]提出一种四阶精度的涡量边界条件, 即

$$h(6\xi_0 + 4\xi_1 - \xi_2)/21 + O(h^4) = (15\psi_0 - 16\psi_1 + \psi_2)/(14h) \pm V_w \quad (33)$$

其中, 0, 1, 2 分别表示边界点、邻近点和次邻近点, V_w 为壁面上的速度, 在滑动壁面上 $V_w=1$, 在三个固壁上, $V_w=0$ 。

表 1 计算参数及收敛情况

Re 数	网格点数	多重网格层数	V 循环	时间步长	推进步数
400	64×64	5	(1,1)	10	8
1000	64×64	5	(1,1)	10	8
3200	128×128	4	(1,1)	1	37
5000	128×128	4	(1,1)	0.5	107
7500	256×256	3	(2,2)	0.1	非定常周期解
10000	256×256	3	(2,2)	0.1	非定常周期解

计算是用 Fortran 77 语言进行编程且在 Pentium III/1000 PC 机上进行的。整个过程中, 高 Re 数均以前一较低 Re 数的计算结果为初始值开始计算。对于动量方程的计算采用全隐的时间推进方法, 即从第一个时刻开始, 在每一个时步上先由 (4) 式计算出流函数 ψ 的值, 再由 (26) (27) 式计算出速度 u 和 v 的值, 最后由 (16) 式计算出涡量 ξ 的值, 此时完成一次迭代过程。由于方程组 (1) (2) (3) 是相互耦合的, 不能独立求解, 所以必须重复上述过程直到误差收敛。我们限定当最精细网格层上的涡量和流函数的绝对误差残量的 L_2 范数同时小于控制收敛准则 ε (ε 取 10^{-4}) 时, 认为在这个时步上计算已经收敛, 接着转入下一时步的计算。最后我们判断流动是否达到定常状态的准则是^[3]:

$$\Delta U_{\max}(n\Delta t) = \max[(u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n)^2 + (v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^n)^2]^{1/2} < \varepsilon \quad (34)$$

表 1 给出了本文方法各种参数的选择和收敛情况。不难发现, 本文方法可以取较大的时间步长。如 Re=400, 文献[3]在 128×128 网格上取 $\tau=0.001$ 须推进 6000 步才可以达到稳态解, 而在相同条件下我们取 $\tau=10$ 推进 8 步就可以达到稳态解。

当 $Re \leq 5000$ 时, 流动随时间推进将最终达到稳态, 图 1-4 分别给出了 Re=400, 1000, 5000 时方腔几何中心线上速度 u 和 v 的值以及 Re=1000, 5000 时流函数的等值线图, 与文献[1]的结果吻合的很好; 当 $Re > 5000$ 时, 流动表现出非定常的周期性, 图 5-8 分别给出了 Re=7500, 10000 在 $t=60$ 时刻的流函数的等值线图和中心点 (0.5, 0.5) 处速度 v 随时间的变化规律。通过观察我们发现, 当 Re=7500 和 Re=10000 时, 速度周期分别约为 6.5 和 6.7, 文献[3]的结果为 6.56 和 6.36。

图 9-10 分别给出了 Re=1000 和 Re=10000 两种情形下在一个时步上多重网格方法的收敛历史及与单网格的比较, 图中的 R 和 R_0 分别代表此次迭代和上次迭代误差残量的 L_2 范数, 不难发现多重网格方法的加速效果是相当显著的。

5 结论

1. 给出了求解二维非定常不可压缩 Navier-Stokes 方程组的一种高精度紧致差分格式, 从而将原来用于求解定常 N-S 方程的高精度方法^[2]推广到了非定常情形, 并利用它对平面驱动方腔流动问题进行了直接数值模拟。结果显示, 对于中低雷诺数, 本文方法在较粗的网格上即可得到与文献在细网格上相对比的结果; 对于高雷诺数, 由于更多二次涡的出现, 我们在细分网格上同样可以得到与文献相吻合的结果。

2. 由于采用了全隐的时间推进格式, 从而克服了显格式只有在时间步长取得很小时才能保证收敛的缺陷 (如文献[3]中时间步长 τ 取 0.001~0.002)。计算结果显示, 对于中低雷诺数下的定常解, 最终结果的精度并不受时间步长的影响, 所以我们可以采用较大的时间步长 (如 $\tau=10$) 来加快达到定常解的进程, 计算仍然是稳定的; 对于高雷诺数下的非定常周期性解, 本文依然可以取较大的时间步长 (如 $\tau=0.1$), 结果也是合理的。

3. 由于用传统迭代法求解全隐格式的计算代价较高, 所以本文采用了多重网格方法, 在每一个时间层上依然近似为求解一个椭圆型方程组, 从而大大加快了迭代收敛速度, 提高了求解效率, 节约了 CPU 时间。

4. 对于驱动方腔流动问题, 文献[4]在 448×448 等分网格上, 用二阶中心差分全隐格式, 对于 $Re=10000$, 时间步长取 0.05 推进到 800 时刻后得到了中心点处速度渐进的周期解。由于受计算条件的限制, 对于本文方法用于模拟该问题在高 Re 数下的长时间演化过程有待于进一步深入下去。

参考文献

- [1] Ghia U, Ghia KN, Shin C. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. J Comput Phys, 1982, 48: 387-411
- [2] 葛永斌. “高精度紧致差分格式的多重网格算法和平面驱动方腔问题的数值模拟”. 宁夏大学硕士学位论文, 2000
- [3] 刘宏, 傅德薰, 马延文. 迎风紧致格式与驱动方腔流动问题的直接数值模拟. 中国科学 (A), 1993, 23(6): 657-665
- [4] Nobile E. Simulation of the time-dependent flow in cavities with the additive-correction multigrid method. Part II: applications. Numer Heat Transfer, Part B, 1996, 30: 351-370
- [5] 田振夫. 求解泊松方程的紧致高阶差分方法. 西北大学学报, 1996, 26: 109-114
- [6] Hirsh RS. Higher order accurate difference solutions of fluid mechanics problem by a compact differencing technique. J Comput Phys, 1975, 19: 90-109
- [7] Brandt A. Multi-level adaptive solution to boundary-value problems. Math Comput, 1977, 31: 333-390
- [8] 刘超群. 多重网格法及其在计算流体力学中的应用. 北京: 清华大学出版社, 1995
- [9] Spatz WF. Accuracy and performance of numerical wall boundary condition for steady 2D incompressible streamfunction-vorticity. Int J Numer Meth Fluids, 1998, 28: 737-757

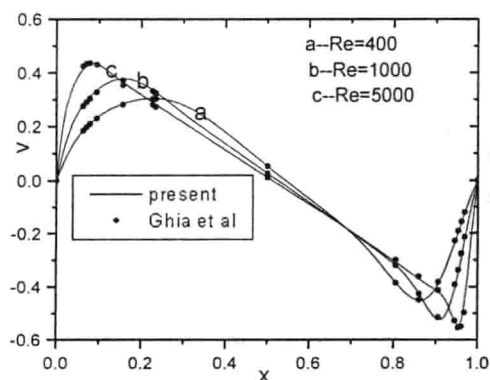


图1 几何中心水平线上的 v 速度值

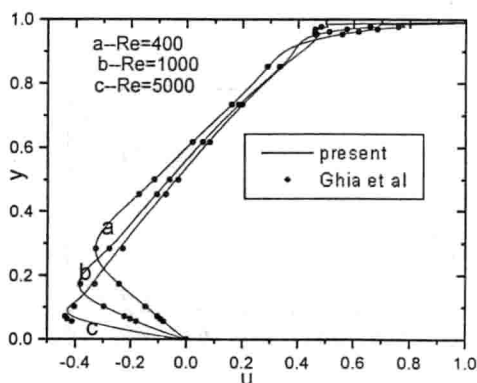


图2 几何中心垂直线上的 u 速度值

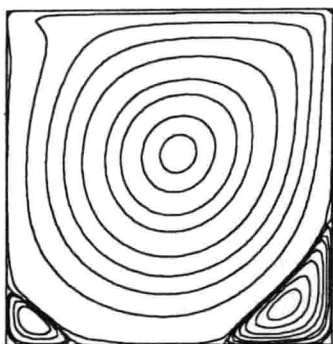


图 3 $Re=1000$ 的等流函数线

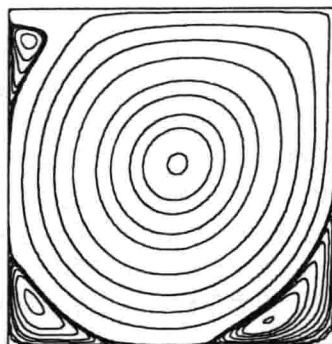


图 4 $Re=5000$ 的等流函数线

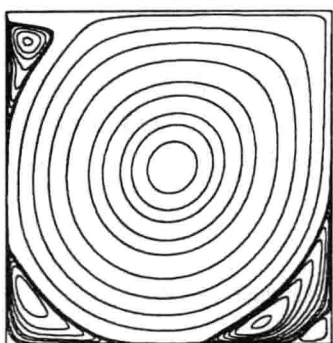


图 5 $Re=7500$ 的等流函数线

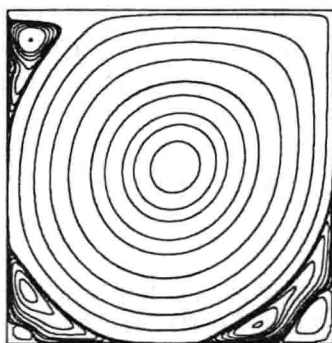


图 6 $Re=10000$ 的等流函数线

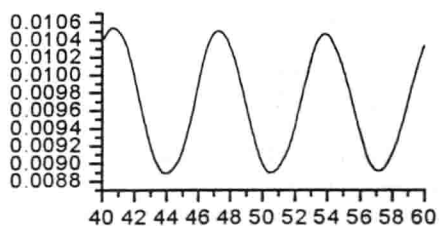


图 7 $Re=7500$ 时速度 v 随时间的变化曲线

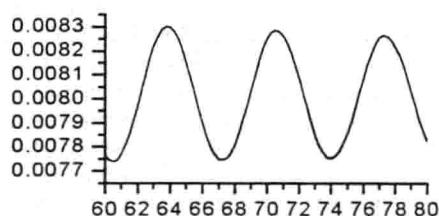


图 8 $Re=10000$ 时速度 v 随时间的变化曲线

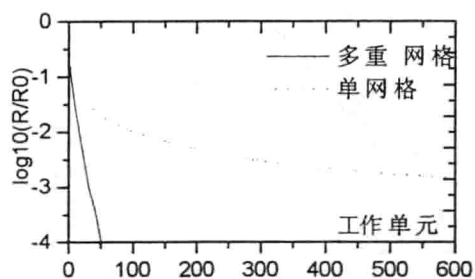


图 9 $Re=1000$ 时一个时步上的收敛历史

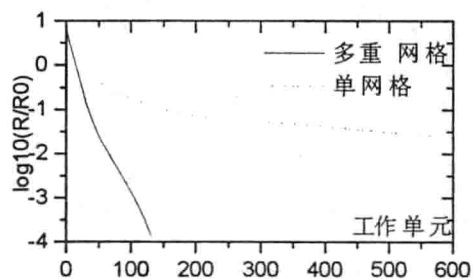


图 10 $Re=10000$ 时一个时步上的收敛历史

叶轮机械中的泄漏流与泄漏涡

贾希诚 王正明 王嘉炜

中国科学院工程热物理研究所 北京 100080

Tel: (010)62610447 Email: wzm@etpservers.etp.ac.cn

摘要

本文基于非正交曲线坐标及非正交速度分量下完全守恒型的 N-S 方程, 采用整体 H 型网格, 用数值方法研究叶轮机械中的泄漏流动。对于不同的间隙尺寸, 对于环壁静止与旋转的不同壁面条件, 揭示了泄漏流与通道二次涡相互作用的细节, 揭示了泄漏涡的生成与发展过程。

关键词 叶轮机械, 泄漏流, 泄漏涡

1 引言

由叶顶间隙引起的泄漏流动是叶轮机械中重要的流动现象之一, 在泄漏流动方面的深入研究对全面了解叶轮机械内部的复杂流动有重要意义。

早期关于泄漏流动的研究大约出现在二十世纪五十年代初, 主要是通过试验测试与可视化追踪的方法, 如 Rains 的工作^[1], Rains 提出的泄漏流模型建立在不可压流流动试验的基础上, 该模型假设从叶片压力面到吸力面横跨叶顶区域的压力梯度远远大于其他区域的压力梯度, 在压力差的作用下, 泄漏流动形成一股射流, 其方向基本与叶片中弧线方向相垂直, Rains 的试验还揭示了泄漏涡的存在, 并指出除了在非常小的间隙情况下, 泄漏流的强度主要受压力差和惯性的影响。Lakshminarayana 早期的试验研究主要建立在间隙泄漏流无粘模型基础上^[2], 假设所有的泄漏流动构成一个强制涡, 从叶片进口到出口, 涡核逐渐增大而漩涡强度保持不变。试验测试间隙流流场从二十世纪八十年代起取得了长足进展, Inoue 等^[3]使用热电偶测量了孤立压气机转子下游的流场, 他们的研究获得了涡向量的组成, 并揭示了尾缘下游泄漏涡的衰减特性, 后来还直接测量了叶顶区的三维流场, 得到了泄漏涡在机匣附近的结构和发展轨迹。Storer 等^[4]用空速管测量了压气机直叶栅的顶部射流并与三维 N-S 方程解进行了比较。激光多普勒测速(LDV)技术因为测量的非接触式, 可以排除试验仪器引入的流动干扰, 许多学者用 LDV 系统对叶顶泄漏流进行了较为深入的研究^[5,6]。对泄漏流的数值研究工作从二十世纪八十年代中期起引起重视并得到发展, 研究内容主要集中在间隙特殊结构在计算中的处理方法, 如数值网格的生成及间隙内计算流动参数的传递等方面。数值网格是对叶轮机械中叶顶间隙区内复杂结构流场进行数值模拟的关键, 也是最主要的难点。一般来说, 解决这类问题可以采用非结构化网格, 但由于非结构化网格比较复杂, 不易采用常用的数值差分格式, 因此分块或整体的结构化网格技术得以广泛应用。数值试验表明, 将叶片顶部附近削尖处理的网格, 嵌套网格, 混合型网格等引入泄漏流场的计算, 均可以取得合理的结果^[7,8,9]。

本文采用整体型网格, 基于非正交曲线坐标与非正交速度分量下完全守恒型的 N-S 方程, 用数值方法对一具有顶部间隙的压气机静叶的泄漏流动进行研究, 研究针对不同大小的间隙尺寸, 考虑了环壁静止与旋转两种不同的壁面条件, 数值试验的结果揭示了该叶栅泄漏流与通道二次涡相互作用的细节, 揭示了泄漏涡的生成与发展过程。

本工作得到国家重点基础研究项目(No. G1999022309)与国家自然科学基金项目(No. 59976046)的资助

2 基本方程与数值方法

本文计算采用张量形式的基于非正交曲线坐标与非正交速度分量下完全守恒型的 N-S 方程:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\rho) + \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{ii}}} \rho W^i \right) = 0 \quad (1)$$

动量方程的三个分方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{ii}}} \rho (W^i + r\omega^i \sqrt{g_{jj}}) \gamma_{j1} \right) + \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{ii}} \sqrt{g_{jj}}} \rho W^i (W^j + r\omega^j \sqrt{g_{jj}}) \gamma_{j1} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{g} p \gamma_{i1}') + \frac{\partial}{\partial x^i} (-\sqrt{g} g^{ab} g^{ij} \pi_{ab} \gamma_{j1}) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{jj}}} \rho (W^j + r\omega^j \sqrt{g_{jj}}) \gamma_{j2} \right) + \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{ii}} \sqrt{g_{jj}}} \rho W^i (W^j + r\omega^j \sqrt{g_{jj}}) \gamma_{j2} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{g} p \gamma_{i2}') + \frac{\partial}{\partial x^i} (-\sqrt{g} g^{ab} g^{ij} \pi_{ab} \gamma_{j2}) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{jj}}} \rho (W^j + r\omega^j \sqrt{g_{jj}}) \gamma_{j3} \right) + \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{ii}} \sqrt{g_{jj}}} \rho W^i (W^j + r\omega^j \sqrt{g_{jj}}) \gamma_{j3} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{g} p \gamma_{i3}') + \frac{\partial}{\partial x^i} (-\sqrt{g} g^{ab} g^{ij} \pi_{ab} \gamma_{j3}) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

能量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\sqrt{g}(\rho I - p)] + \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{ii}}} \rho W^i I \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x^i} (-\sqrt{g} g^{ij} \lambda \frac{\partial T}{\partial x^j}) + \frac{\partial}{\partial x^i} (-\sqrt{g} g^{ij} \pi_{jk} \frac{W^k}{\sqrt{g_{kk}}}) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

本文采用两步显式时间推进的数值离散格式和整体 H 型网格技术,并在湍流粘性系数的计算中采用 Baldwin-Lomax 湍流模型。

3 算例与分析

本文的算例是国内某试制发动机的一排静叶,该静叶是沿径向非等截面的扭叶片,其内径为 0.266m,外径为 0.652m,内环处叶片弦长 6.77cm,外环处叶片弦长 8.97cm,叶片数为 23,流量为 57.6kg/s。叶顶间隙高度用 τ 表示,本文考虑三种不同尺寸的间隙,且称 $\tau = 0.7\text{mm}$ 为小间隙, $\tau = 2.0\text{mm}$ 为中等间隙, $\tau = 4.0\text{mm}$ 为大间隙,考虑两种不同的轮毂状态,即轮毂静止与轮毂旋转,旋转轮毂的转速为 8144 rpm。算例网格数为 $37 \times 57 \times 47$ (周向 $\times$ 拟流向 $\times$ 拟径向),其中间隙内沿径向的网格数为 10。

图 1 和图 2 分别为算例的三维计算网格图和轮毂附近网格放大图。图 3 是轮毂静止时带有小间隙的叶栅沿流向不同 S3 面上的速度矢量图,图中清楚地显示了叶栅泄漏流与通道二次涡的相互作用,在距叶片前缘 50%轴弦处的 S3 面上,泄漏涡就已经开始生成,泄漏涡沿流向逐渐增强,图 3(e)是 90%轴弦处 S3 面上的速度矢量图,图中的泄漏涡十分清晰。相比无间隙的情况^[10],由于泄漏流的存在,在内环附近从叶片吸力面向压力面的流动趋势得到增强,而从压力面向吸力面的流动趋势受到一定程度的遏制,通道二次涡的强度被明显削弱,相比无间隙的结果,通道二次涡的涡核向压力面方向移动。

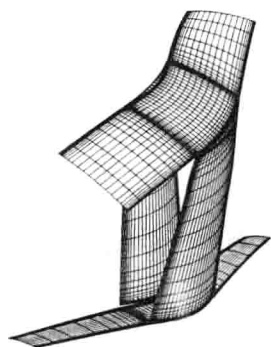


图 1 三维计算网格图

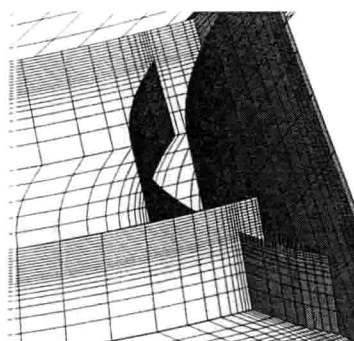


图 2 轮毂附近网格放大图。

图 4 是轮毂转动时带有小间隙的叶栅沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图，由于轮毂的转动方向与泄漏流的方向一致，受轮毂切向运动速度与边界层内粘性剪切应力的影响，内环附近从吸力面向压力面的流动得到更大程度的增强，从而遏制了通道二次涡的生成与发展，计算结果表明内环附近没有出现明显的通道二次涡，而且在叶片通道的大部分区域里也没有生成泄漏涡，只是图 4(e)表示的 90%轴弦处的 S_3 面上可以看到一个小小的泄漏涡。图 5~8 分别是带有中等间隙和大间隙的叶栅在轮毂静止与转动条件下不同 S_3 面上的速度矢量图，相比小间隙的情况，随着间隙的加大，泄漏流流量增加，通道二次涡的发展受到更大程度的遏制，二次涡的涡核不仅更小，而且更靠近叶片的压力面侧，泄漏涡生成的位置也更加靠后。从计算结果可以看出，对于不同的间隙条件，泄漏涡均出现在叶片吸力面附近的角区，没有向叶栅通道中间扩散，对于同样间隙条件的叶栅，轮毂转动时泄漏涡在轴向开始生成的位置比轮毂静止时要明显滞后。

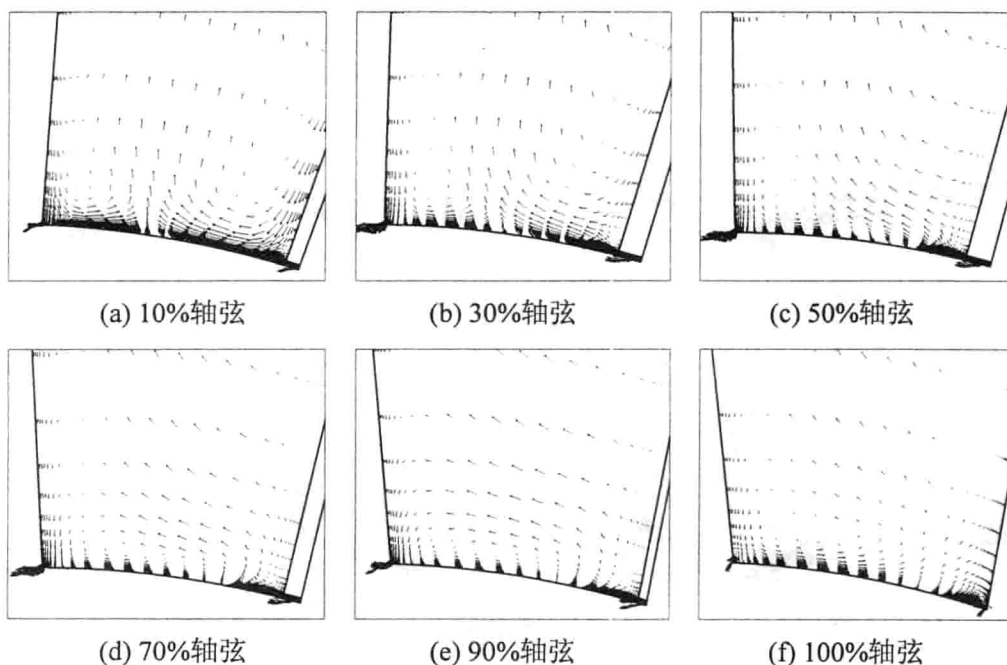


图 3 轮毂静止时沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图（小间隙）

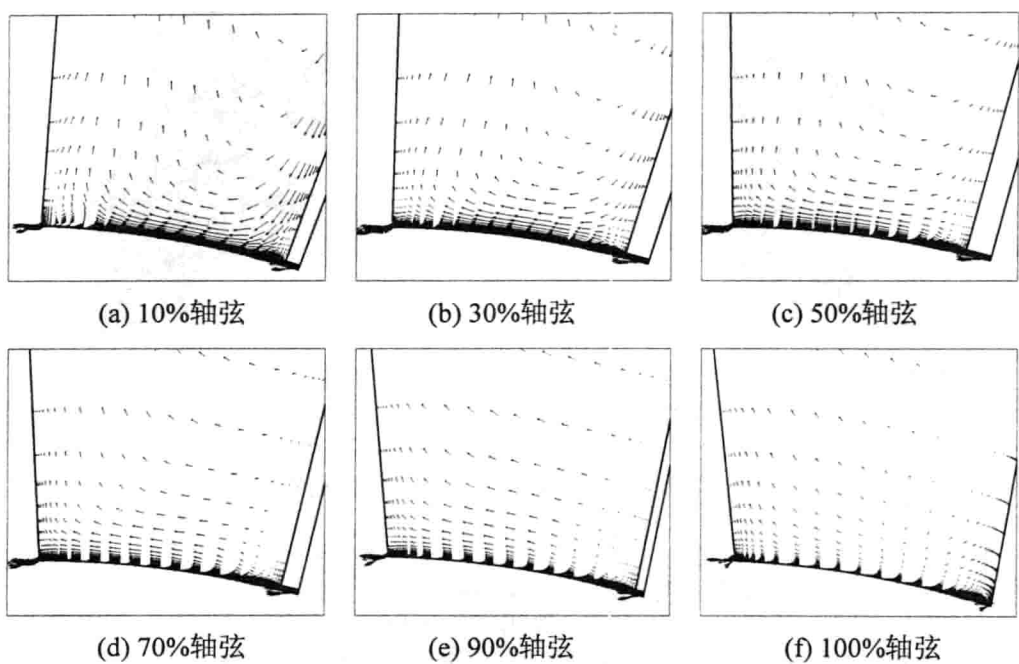


图 4 轮毂转动时沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图（小间隙）

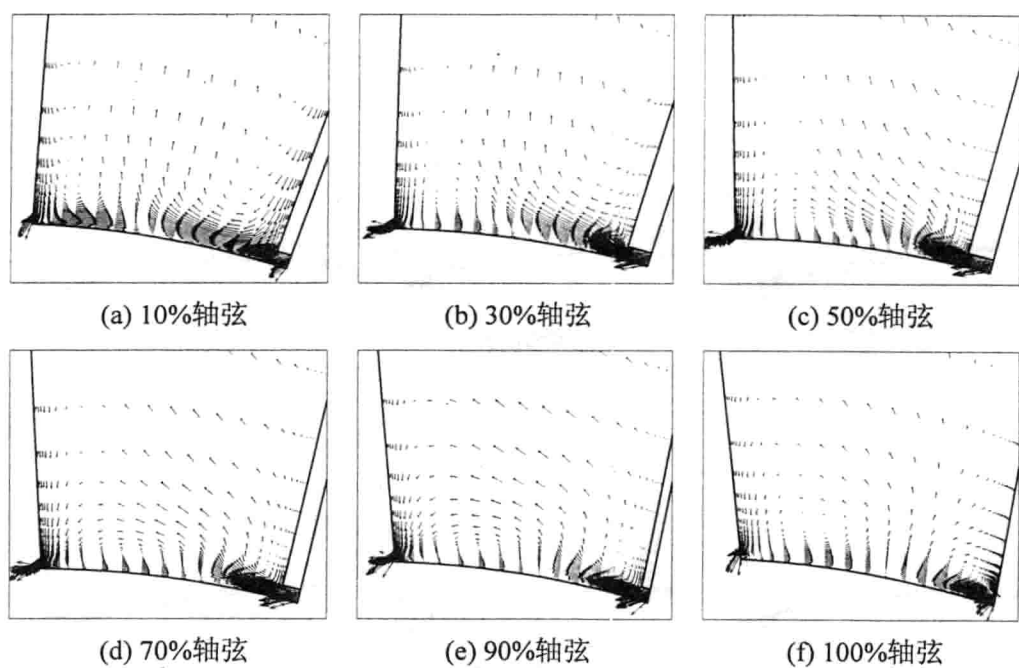


图 5 轮毂静止时沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图（中等间隙）

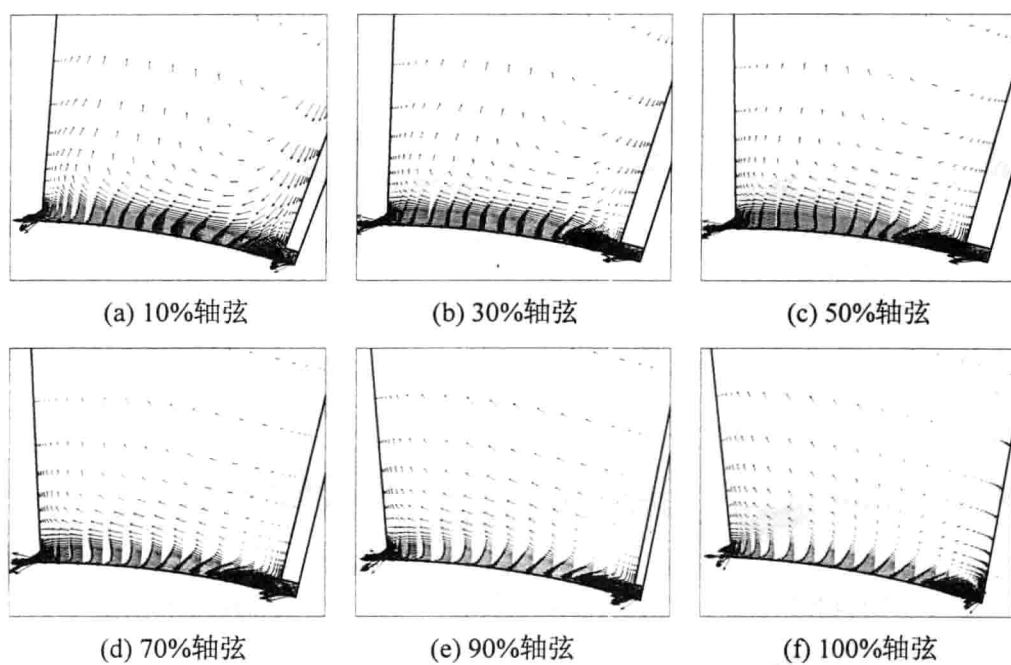


图 6 轮毂转动时沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图（中等间隙）

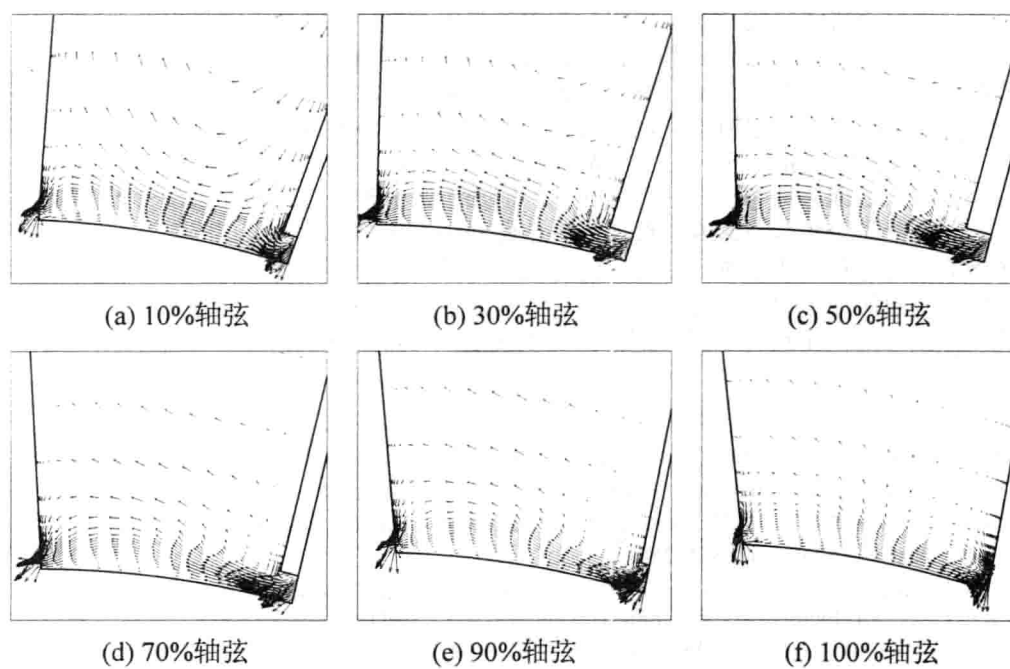


图 7 轮毂静止时沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图（大间隙）

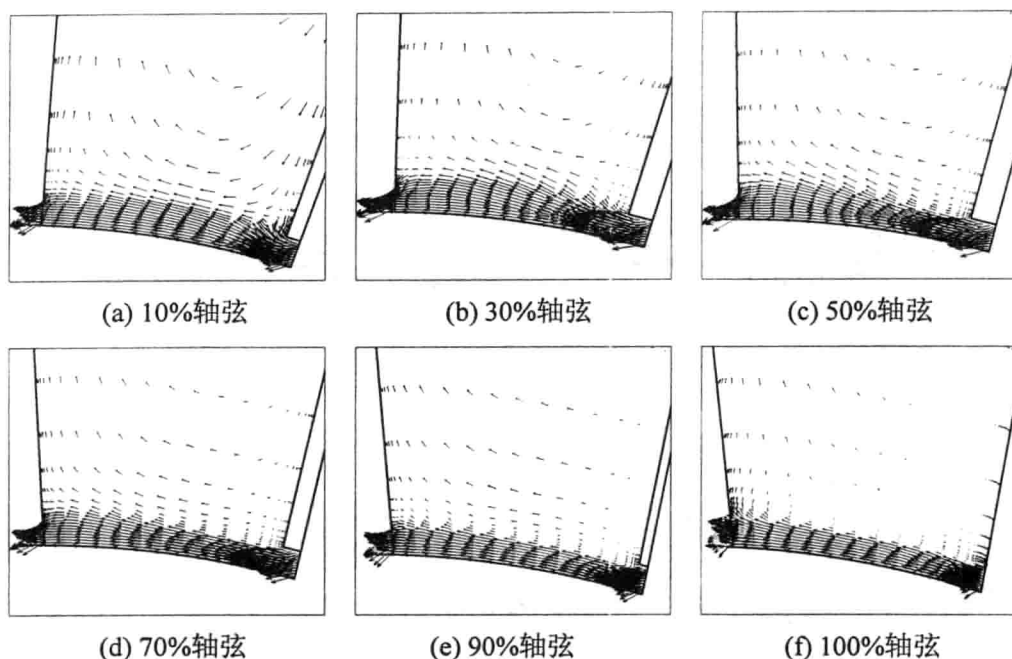


图 8 轮毂转动时沿流向不同 S_3 面上的速度矢量图 (大间隙)

4 结束语

本文用数值方法研究一压气机静叶栅中的泄漏流动, 计算基于张量形式的非正交曲线坐标下守恒型的 N-S 方程, 基于两步显式时间推进的数值离散格式及 B-L 湍流模型, 采用整体 H 型网格, 分别针对几种不同的间隙尺寸, 针对内环壁静止与旋转不同的壁面条件, 揭示了泄漏流与通道二次涡相互作用的细节, 揭示了泄漏涡的生成与发展。计算表明, 在环壁静止的情形下, 由于泄漏流的存在, 通道二次涡的强度被削弱, 通道二次涡的涡核向压力面方向移动, 在环壁转动的情形下, 由于轮毂的转动方向与泄漏流的方向一致, 受轮毂切向运动速度与边界层内粘性剪切应力的影响, 内环附近从吸力面向压力面的流动得到进一步增强, 从而可能遏制了通道二次涡的产生与发展。对于不同的间隙条件, 泄漏涡均出现在叶片吸力面附近的角区, 在轮毂静止时, 间隙越大, 泄漏涡生成的位置越靠后, 轮毂转动时泄漏涡开始生成的位置也比轮毂静止时要靠后。

参考文献

- [1] Rains D A. Tip Clearance Flow in Axial Flow Compressor and Pumps, California Institute of Technology. Hydrodynamics and Mechanical Engineering Laboratories Report, 1954, 5
- [2] Lakshminarayana B, Horlock J. Secondary and Leakage Flow in Turbomachines. International Journal of Mechanical Sciences, 1963, 5: 287-307
- [3] Inoue M, Kuroumaru M, Furukawa M. Behavior of Tip Leakage Flow Behind an Axial Compressor Rotor. ASME Journal for Gas Turbine and Power, 1986, 108(1)
- [4] Storer J A, Cumpsty N A. Tip Leakage Flow in Axial Compressor. ASME Paper 90-GT-127, 1990.
- [5] Stauter R C. Measurement of the Three-Dimensional Tip Region Flow Field in an Axial Compressor. ASME Journal of Turbomachinery, 1993, 115: 468-476
- [6] 马宏伟, 蒋浩康. 轴流风机转子通道内叶尖区三维流场. 工程热物理学报, 1997, 18(4).