船舶搖擺

CHUAN BO YAO BAI

上册

顾懋祥 编

一九六三年六月

DV98/69

序

本书分上、下两册，上册内容包括海波及船舶的小摆幅摇摆理论，下册内容包括大角度横摇理论、减摇理论与设备及船舶设计和摇摆的关系。上册内容大体上符合40学时的讲授，其中带*号的内容可供学员选读；除此而外，还有一些内容也可以斟酌情况不一定讲授。在编写中，鉴于当前中文的教学参考书较少，编者除在内容、选择与陈述方面执行了高等教育部关于编写试用教科书的原则指示以外，也在一定程度上编入了一些为日后学员在毕业设计中所必需的参考材料。

本书基本上参照了沃塞斯(Ir.G.Vossers)的系统。在处理材料方面，编者曾企图以反映船舶在波浪中的运动特性和加强理解为主，因此，对于某些流体动力学系数的细緻推导及带耦合作用的纵摇的解作了适当的省略。这样，似乎更符合于船舶设计与制造专业的需要。本着同样的精神，在不涉及随机过程理论的范围内，本书适当地介绍了海波的频谱及其在耐波性研究中的应用。

书后附有计算实例、习题及参考文献。本书在编写中引用了曹春皓同志的计算材料，并且得到湯振明同志在计算、制图、校对等方面的大力协助。然而，由于编写时间紧迫及限于本人业务水平，书中错误之处可能很多，希望读者多加指正。

顾懋祥

1963.5.

上 冊 目 錄

概　述

§1. 摇摆的基本概念

船作为一个刚体在静水中或者在波浪中受到扰动以后可以围绕其原始平衡位置做6个自由度的振盪运动。船沿通过其重心的纵轴、横轴与竖轴的往复振盪分别称为纵摆、横摆和垂摆。船绕上述3个轴的角振盪分别称为横摇、纵摇和摇首。

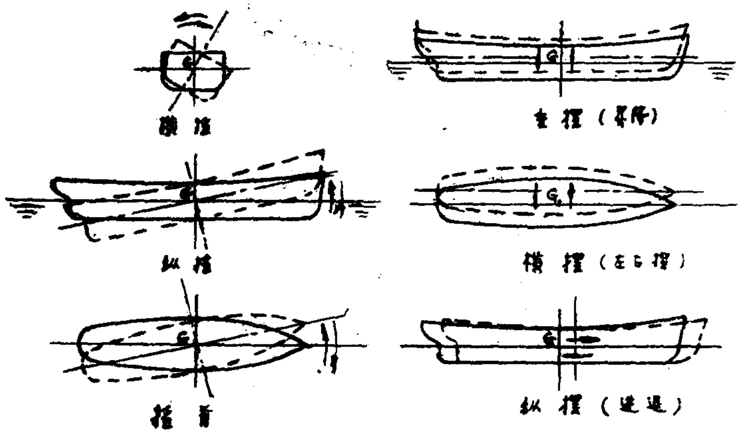

图 1　船的摇摆形式的示意图

船在静水中受一短时期作用的扰动力以后所产生的摇摆称为自由摇摆；它的周期称为固有周期。自由摇摆的摆幅随时间而衰减，船最后恢复到原来的静平衡位置。船在正规波浪或不规则波浪中受到不断的扰动而产生的摇摆称为强迫摇摆。如果波浪所给与船的干扰力是有规律的，例如干扰力或干扰力矩是时间的正弦函数，则船的强迫摇摆——也称为船对波浪的“响应”——也是有规律的，而且摇摆的周期与干扰力的周期相同。但是，强迫摇摆的摆幅则不但取决于干扰力的大小，而且在很大程度上取决于船的自由摇摆的固有周期和自由摇摆的摆幅的衰减率。如果波浪所给与船的干扰力是不规则的，则船在波浪中的强迫摇摆或响应的周期也是不规则的，不过它的统计平均值很可能

落在船舶的固有周期附近（如横摇），或者与固有周期有一定的统计学上的联系。同时，船的摆幅也和固有周期以及自由摇摆摆幅的衰减率有统计学上的联系。

由此可见，研究摇摆需要研究三方面的问题：

1． 外面环境的情况，即海浪的情况，以及由于海浪而引起的作用于舰艇上的干扰力。

2． 船的固有摇摆周期（或周期的倒数——频率）以及船在自由摇摆时的摆幅衰减率。

3． 结合1，2两项研究船对于海浪的响应，即强迫摇摆的情况。

过份的摇摆会引起两方面的问题。第一，它会影响船舶在水面运动时的总的航行性能。例如船员的晕船，船的安全（翻船），难于保持航向，速率的降低，甲板的上水，驾驶台上由于水花溅漫而不易瞭望和驾驶，螺旋桨的负载不匀而引起主机的周期性过载以及由于船体与波浪撞击而引起的结构的振动、过载等等。第二，它会影响军舰作为一个武器和其它仪器、设备的运载平台的效能。例如，导弹、火炮、鱼雷等海军武器及其附属仪表都要求在合理的摇摆幅度，摇摆速度和加速度范围内工作。它们的设计者至少需要造船工程师提供他们以摇摆幅度、速度或加速度的平均值以便于配合舰艇条件从事各种器材的设计。

因此，造船工程师应该能从工程角度上解答下列问题：

1． 计算船在波浪中的摇摆参数：摆幅、周期、摇摆速度和加速度等。

2． 估计由于摇摆而产生的在航行性能方面的影响——适航性。

3． 在设计中适当的选择船型和主要尺度，或者安置可能的减摇装置，以避免过份的摇摆。在航行中如何利用航向与航速的配合以减少过份的摇摆。

所谓过份的摇摆不能仅仅理解为摇摆幅度过大，因为前面所讲的许多后果还和摇摆的速度和加速度有关。摇摆的特征经常要用三个参数来表达，即：摇摆的幅（从平衡位置到摇摆的最大值的行程），摇摆的周期或频率，摇摆相对于海波的位相。有了摆幅和频率就可以确

定船上任一部位的摇摆速度和加速度；再有了摇摆相对于海波的位相就可以确定船上任一部位在任一时刻相对于波面的位置，知道甲板是否会上水等等。

船舶设计师从摇摆的角度所追求的目标，一般是摆幅较小而周期较大(摇摆运动比较“安静”而“平滑”)，但是就设计师手中所能运用的技术措施来说，实现第一项要求是比较现实的问题，特别是可以採用减摇设备来减少横摇。第二项要求几乎大部分取决于船的尺寸，而船的尺寸的选择要从许多方面考虑，摇摆周期的考虑至少不是最主要方面，因此各种船的周期几乎是依照其排水量和主要尺度的等级各自落在一定范围以内，不能用技术设备来很大地影响它。虽然如此，以上述目标为背景仍然是有用的。

其次，对于摆幅微小的要求也不能看作是越小越好。除非船的大部分能脱离水面（如水翼艇，气垫艇）或者能潜入水中（如潜艇或半潜的船），可以设想如果一个轻型水面舰艇在波浪中绝对地不摇摆，则它在波浪湧过时所受到的阻力将会很大，而且甲板也可能湧上大量的海水。水面舰艇对波浪的扰动做适当的响应，反而可以改善其航行条件，也是航海家们的经验。近年来有这样的经验，即採用较好的横摇减摇装置的结果虽然改善了横摇，但是对于舰艇逆浪航行时的纵摇反而加大了。提一提这方面的意思主要是说明工程师对于技术问题应该具有辩证的看法。

为了在细緻地学习摇摆以前，能对于摇摆有个概貌的瞭解，下面将在理论力学的自由振动和强迫振动的基础上简单地引述自由摇摆和强迫摇摆的主要概念。

§2. 自由摇摆

我们用一条船模在水池中试验一下，就不难观察到下列现象：

(1) 船模在静水中只有三种摇摆形式，即横摇，纵摇，垂摆；另外三个自由度的摇摆即：纵摆，横摆，摇首，都不能发生。这是因为自由摇摆只能在稳定平衡状态下发生，而不能在随遇平衡状态下发生。在前三个方向上，船在短时间的扰动作用结束以后（例如用手给船模一个横倾），具有企图恢复至原始平衡位置的恢复力或恢复力

矩。这样，船在水中就如同悬掛在弹簧上的物体一样，在偏离平衡点以后会由于恢复力的作用而发生振盪。相反，在后三个方向上，船在受扰以后将停留在最后的位置而沒有恢复至其原始平衡位置的能力，产生不了摇摆。由此可见，船的恢复力或恢复力矩，具体的说，即船舶静力学中的每厘米吃水排水量(吨/厘米)，横扶正力矩与纵扶正力矩，和船的自由摇摆有密切的关系。

(2) 船的横摇周期较大（频率低），纵摇和垂摆的周期较小（频率高）。我们知道，同一物体若悬掛在柔软的弹簧上则振动的周期大，若悬掛在刚硬的弹簧上则振动周期小；原因主要是前者的弹簧系数(恢复力与位移之比)小而后者大。回忆静力学中关于船的横稳心高与纵稳心高的数量级，不难想象摇摆周期的差别也主要是由于这个缘故。当然，还必须注意到船的质量以及它绕纵轴、横轴的转动慣量，就象弹簧下悬掛的物体的质量一样，也分别对于各种摇摆周期有很大影响，这将在后面讨论。

(3) 不论那一种形式的自由摇摆都会扰动自由液面，兴起一定的微幅波，向两舷方向传播。其中横摇的兴波波幅较纵摇和垂摆的波幅要小一些。造波的能量来源于船的摇摆运动，波的传播要靠船不断地供给以能量，因此船的自由摇摆运动会逐渐衰减。兴波阻尼实际上是船在摇摆中所受的水阻尼的一种主要形式，特别对于纵摇和垂摆，兴波阻尼几乎等于其全部阻尼。横摇的衰减慢，主要是由于其兴波阻尼较小的缘故。当然，也还须注意到衰減率不仅和阻尼有关而且也和船的固有周期以及其质量或转动慣量有关，留在后面讨论。

(4) 横摇可以单独地发生，而纵摇与垂摆往往互相伴随发生不能孤立开来。这说明船在垂摆过程中会产生某种纵倾力矩，因而激起了纵摇，反之亦然，称为耦合作用。

船的自由垂摆运动微分方程实际上和悬在弹簧下面的物体的振动方程完全相同。

如图2(a)所示，当物体在振动中的瞬时微位移为 x，速度为$\dot{x}$时，根据牛顿第二定律有，

$$m\ddot{x}=Q_N+Q_B$$

其中，　Q_B—弹簧的恢复力($-Bx$)，B为弹簧系数；

Q_N—阻尼力($-2N\dot{x}$)，$2N$为比例常数。

故振动的微分方程为，

$$m\ddot{x}+2N\dot{x}+Bx=0. \tag{1}$$

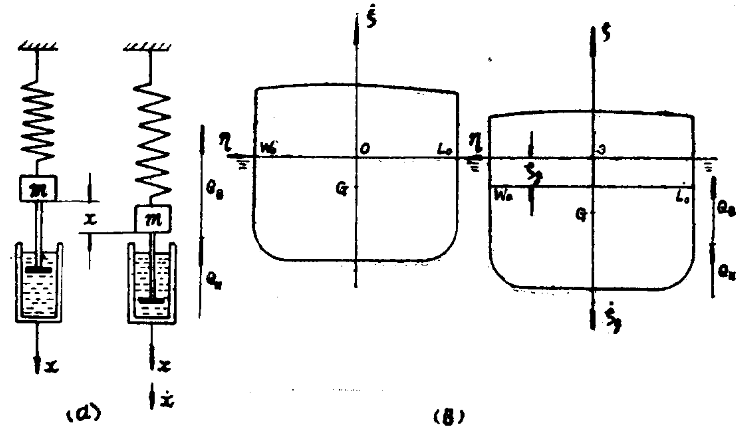

图 2 船在靜水水中的垂直擺动与彈簧的比拟

如图2(b)所示，当船在垂摆中的瞬时微位移为ζ_g，速度为$\dot{\zeta}_g$时，同样有

$$\frac{D}{g}\ddot{\zeta}_g=Q_N+Q_B$$

其中，D—船的重量；

g—重力加速度；

Q_B—水对船的垂向恢复力，在微吃水改变时等于（$-\gamma S\zeta_g$），

γ—水的重度，S—W_0L_0水线面积；

Q_N—水对船的阻尼力（$-2N_{zz}\dot{\zeta}_g$），$2N_{zz}$—比例常数。

故垂摆的微分方程为（相对于固定座标系$\zeta o\eta$）

$$\frac{D}{g}\ddot{\zeta}_g+2N_{zz}\dot{\zeta}_g+\gamma S\zeta_g=0 \tag{2}$$

实际上(2)式还不完整，由于水的附加质量λ_{zz}，在计算时还必须计入水的惯性阻力

$$Q_\lambda=-\lambda_{zz}\ddot{\zeta}_g$$

同时，Q_B，Q_N，Q_λ 等力在任何时刻都必须沿ζ轴作用过重心G才不

会导致船在其它方向上的运动，而仅仅发生所谓单纯的一个自由度的垂直摆动（昇降运动）。

考虑到惯性阻力以后，有：

$$\left(\frac{D}{g}+\lambda_{zz}\right)\ddot{\zeta}_g+2N_{zz}\dot{\zeta}_g+\gamma S\zeta_g=0 \tag{3}$$

（3）式各项的量纲是力[F]。若以$\left(\frac{D}{g}+\lambda_{zz}\right)$除各项,则加速度项之系数为1，各项的量纲是加速度［L/T^2］，这是表达振动的通用形式，即

$$\ddot{\zeta}_g+2\nu_{zz}\dot{\zeta}_g+n_{zz}^2\zeta_g=0 \tag{4}$$

其中 $2\nu_{zz}=\dfrac{2N_{zz}}{\dfrac{D}{g}+\lambda_{zz}}$（秒$^{-1}$），称为垂摆阻尼系数，

$n_{zz}^2=\dfrac{\gamma S}{\dfrac{D}{g}+\lambda_{zz}}$（秒$^{-2}$），$n_{zz}$称为垂摆的近似圆频率。

设船的初始条件是：

当$t=0$， $\zeta_g=\zeta_{g0}$

$\dot{\zeta}_g=0$

不难解出(4)式，得到：

$$\zeta_g=\zeta_{g0}e^{-\nu_{zz}t}\left(\cos\omega_{zz}t+\frac{\nu_{zz}}{\omega_{zz}}\sin\omega_{zz}t\right) \tag{5}$$

其中，$\omega_{zz}^2=n_{zz}^2-\nu_{zz}^2$，称为垂摆的圆频率。当$\nu_{zz}\ll n_{zz}$时，

$$\omega_{zz}\simeq n_{zz}.$$

垂摆的固有周期是

$$T_{zz}=\frac{2\pi}{\omega_{zz}}\simeq\frac{2\pi}{n_{zz}}=2\pi\sqrt{\frac{\dfrac{D}{g}+\lambda_{zz}}{\gamma S}} \tag{6}$$

(5)式的图如图3所示。

从(5)式可以看出振幅的衰减规律：

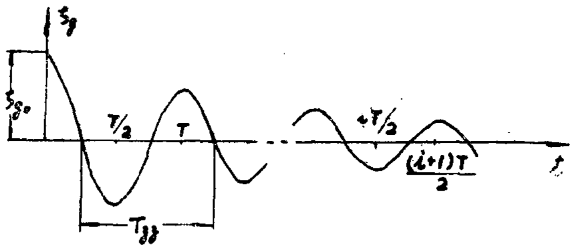

图 3　自由垂摆的时間記录

时 间 t	振　　幅
0	ζ_{z0}
$\dfrac{T_{zz}}{2}$	$\zeta_{z0}e^{-\frac{\nu_{zz}T_{zz}}{2}}$
T_{zz}	$\zeta_{z0}e^{-\nu_{zz}T_{zz}}$
……	……
$\dfrac{iT_{zz}}{2}$	$\zeta_{z0}e^{-\frac{i\nu_{zz}T_{zz}}{2}}$
$\dfrac{(i+1)T_{zz}}{2}$	$\zeta_{z0}e^{-\frac{(i+1)\nu_{zz}T_{zz}}{2}}$
……	……

一般，
$$\frac{\text{第}(i+1)\text{个振幅}}{\text{第 } i \text{ 个振幅}}=e^{-\frac{\nu_{zz}T_{zz}}{2}}$$

或取自然对数后

$$\ln\left[\frac{\text{第}(i+1)\text{个振幅}}{\text{第 } i \text{ 个振幅}}\right]=-\frac{\nu_{zz}T_{zz}}{2}=-\pi\mu_{zz} \tag{7}$$

其中，　$\mu_{zz}=\dfrac{\nu_{zz}}{n_{zz}}=\dfrac{\nu_{zz}T_{zz}}{2\pi}$，称为无量纲衰减系数；

$\pi\mu_{zz}$称为对数减幅系数，表示自由垂摆的衰减率。

以上讨论，可以推及于船的另外两种形式的自由摇摆：横摇、纵摇。我们可以做以下几点结论：

1. 船的微幅摇摆是一种微振动，可以用线性微分方程代表。
2. 摇摆周期的平方正比于船的质量（包括水的附加质量，对于

横摇、纵摇是转动惯量包括附加转动惯量），反比于船的恢复力系数γS（对于横摇、纵摇是横稳性系数Dh与纵稳性系数DH）。

3． 摇摆的衰减系数正比于阻尼比例常数，反比于船的质量（包括附加质量，或转动惯量包括附加转动惯量）的开方根，反比于船的恢复力系数的开方根。这是因为

$$\mu_{zz}=\frac{\nu_{zz}}{n_{zz}}=\frac{2N_{zz}}{\frac{D}{g}+\lambda_{zz}}\cdot\sqrt{\frac{\frac{D}{g}+\lambda_{zz}}{\gamma S}}=\frac{2N_{zz}}{\sqrt{\left(\frac{D}{g}+\lambda_{zz}\right)\cdot\gamma S}} \tag{8}$$

自由摇摆的衰减率不仅取决于阻尼力的大小而且也与船的惯性力以及恢复力有关，这是个很重要的概念。

此外，当$\mu_{zz}=1$，$\omega_{zz}=n_{zz}-\nu_{zz}=0$，$T_{zz}\to\infty$，自由振动将转化为按$\zeta_{g0}e^{-\nu_{zz}t}$规律衰减的非振动过程。

船的固有摆摇周期大致如表1．

船的固有周期 [5]　　　表 1

船　　种	固有周期T	
	横摇（秒）	垂摆与纵摇（秒）
货船	7—12	4—6
客船		
10,000吨以下	10—15	5—7
10,000～30,000	16—20	7—10
30,000～50,000	20—28	10—14
破冰船	6—10	3—5
拖网渔船	6—8	3—4
战列舰，航空母舰	14—18	7—9
巡洋舰	10—16	5—8
驱击舰	8—10	4—5
护卫舰	6—8	3—4
小船与快艇(100吨以下)	3—5	2—3

§ 3. 强迫摇摆

我们用一条船的模型在水池中做波浪中的摇摆试验将会看到下列现象：

1. 当较长的正规波浪（如正弦波）沿船的正横方向袭来时，船会发生垂摆、横摆与横摇。垂摆与横摆的合成使船的重心描绘一个近似圆形的轨跡如图4。从流体力学中我们知道平面进行波的水质点也是做圆形轨线运动，所以当波浪从正横方向袭来(船宽相对于波长是小量)时，船的重心轨跡基本上和波中的质点轨线相同。波的质点和船的重心实际上都不能做完全封闭的轨线运动，而是随着每一次循环有一个微小的沿波浪传播方向的平移。

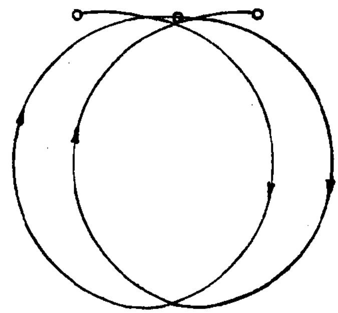

图 4 波中質点运动軌跡

除了重心的轨线运动外，船还作绕纵轴的摇摆即横摇。三种摇摆的周期都与波的周期相同。

2. 当变更造波机的频率时，船一般会在某一范围的较高频率的短波中突出其垂摆现象，这时重心的轨线近似于具有豎向长轴的不封闭椭圆。另外，在一定范围的较低频率的长波中又会使船的横摇表现极为突出；对于一条沒有舭龙骨的潜艇模型横摇幅度（一舷的最大倾斜）可达40°～50°。这表明波与垂摆和波与横摇的谐振分别发生在两种摇摆的固有周期附近。（註：以上结论只适用于正横方向的波所引起的摇摆。）

3. 如果模型是一条潜艇模型，则当增加压载以使潜艇大部分潜入水中，仅留指挥台在水面上时，横摇与垂摆在各种波浪频率下都比潜艇浮在水面状态时有很大的降低。详细的原因，我们在以后会理解，这里只想指出波浪的干扰是外部条件，外部条件要引起船的摇摆还必须通过船的内部条件而起作用；改变了船的条件相应地会改变船对同一波浪的响应情况。

船在波浪中的强迫摇摆也可以与物体在弹簧下面的强迫振动相比

拟。

如图 5 所示的装置，设弹簧的悬掛点（基础）作简谐运动：

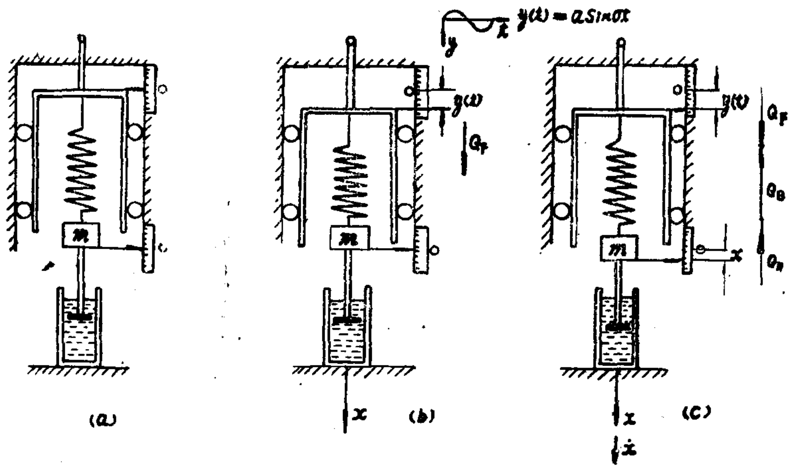

图 5　由基础扰动而引起的强迫振动

$$y(t)=a\sin\sigma t. \tag{9a}$$

悬掛点的瞬时位移通过弹簧而作用于物体一个干扰力（图5b）

$$Q_F(t)=By(t)=Ba\sin\sigma t.$$

当物体不受约束地在此干扰力作用下振动时，对应于任一瞬时状态（图5c）写出其运动微分方程有，

$$m\ddot{x}=Q_B+Q_N+Q_F$$

其中，Q_B—由物体绝对位移 x 而引起的弹簧作用于物体上的恢复力（$-Bx$）；

Q_N—由物体绝对速度 $\dot{x}$ 而引起的阻尼力（$-2N\dot{x}$）。

故物体的运动微分方程是：

$$m\ddot{x}+2Nx+Bx=Ba\sin\sigma t \tag{9}$$

现在检查一下船在相对于船宽为很长的从正横方向来的正规波浪中的强迫垂摆。为了避免把问题复杂化，进一步设波长如此之大以致于对于船来说只看到水面的垂直起伏，而不感受其波面斜率的作用（横摇作用）。

如图 6 所示，当水面按简谐规律昇起

$$\zeta_B = r_B \sin\sigma t$$

时，把船考虑作受约束（图6b），则水对船的干扰力是

$$Q_F(t) = \gamma S \zeta_B(t) = \gamma S r_B \sin\sigma t$$

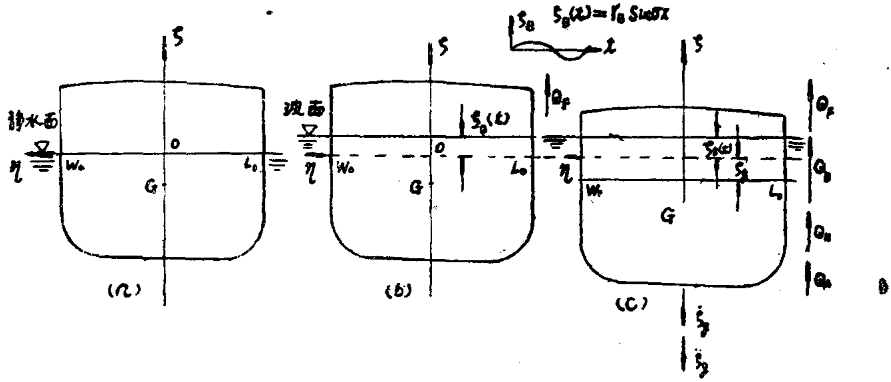

图 6　船在正横波中的垂摆

当船不受约束地在此干扰力下垂直摆动时，对应于任一瞬时状态（图6c）可以写出其运动微分方程（相对于固定座标系 $\zeta o \eta$）

$$\frac{D}{g}\ddot{\zeta}_g = Q_B + Q_N + Q_\lambda + Q_F$$

其中Q_B，Q_N，Q_λ的意义同前。整理以后，得

$$\left(\frac{D}{g} + \lambda_{zz}\right)\ddot{\zeta}_g + 2N_{zz}\dot{\zeta}_g + \gamma S \zeta_g = \gamma S r_B \sin\sigma t \quad . \quad (10)$$

(9)，(10) 二式完全相似。式子的左边和自由振动中的各项相同，代表物体在运动中的惯性力$\left[-\left(\frac{D}{g} + \lambda_{zz}\right)\ddot{\zeta}_g\right]$、阻尼力$(-2N_{zz}\dot{\zeta}_g)$ 和恢复力$(-\gamma S \zeta_g)$。式子的右边代表由于外界干扰通过水介质而作用于物体的干扰力。

检查一下干扰力的组成，不难看出对于船的摇摆，波浪的干扰力总包含一个不取决于船的外部条件——这里是水面的变化ζ_B，和一个取决于船本身的内部条件——这里是水线 W_0L_0 的面积S．干扰力实际上是由于水面升降改变着船的浮力而产生的，通过S而与船的特性相联。因此，当潜艇下潜到大部分水线面积已经消失只剩下一个指

挥台的水线面积时，波浪所能引起的浮力改变很有限，作用在船上的干扰力就大为降低。当潜艇全部潜没在水面以下时，上面所说的主要干扰力将等于0，不过由于波浪中水动压力的周期性变化，所以还会有少量的水动干扰力存在，引起潜艇的摇摆。水线面积S的减少还会大大增加潜艇的固有周期T_{zz}，使之与一般波浪的周期相差很大，这也会减弱潜艇对波浪干扰的响应。这就解释了前面所看到的试验现象。近年来，国外有人正在进行"半潜船"的试验，就是根据这种思路考虑的。半潜船不同于潜艇，因为它有个窄、短的上层建筑穿出水面，不可能全部没入水下。半潜船又不同于水面船，因为它的上层建筑较小，较短，贮备浮力很低。

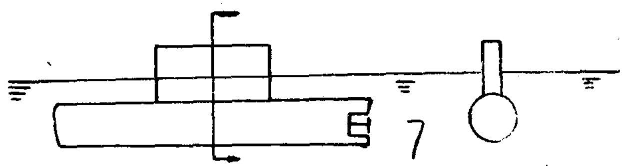

图 7　半潜船

用第一项的系数除(10)式中其它各项以后，化为

$$\ddot{\zeta}_g+2\nu_{zz}\dot{\zeta}_g+n_{zz}^2\zeta_g=n_{zz}^2 r_B\sin\sigma t \tag{11}$$

其中，ν_{zz}，n_{zz} 的意义同前。(11)式的通解包含其齐次微分方程的解和一个特解。齐次微分方程的解即自由垂摆的解（见5式），它取决于初始条件并且在一定时间之后衰减至0。后一个特解乃是代表强迫摇摆的稳定运动的解。由于干扰力是简谐的，所以摇摆也是简谐的，设其解为

$$\zeta_g=\zeta_{g0}\sin(\sigma t+\varepsilon) \tag{12}$$

代入式(11)并分别置左右两边的$\cos\sigma t$与$\sin\sigma t$的系数相等，可得

摆　幅：
$$\zeta_{g0}=\frac{n_{zz}^2 r_B}{\sqrt{(n_{zz}^2-\sigma^2)+4\nu_{zz}^2\sigma^2}} \tag{13}$$

位相差：
$$\varepsilon=\mathrm{tg}^{-1}\frac{-2\nu_{zz}\sigma}{n_{zz}^2-\sigma^2} \tag{14}$$

引入相对频率 $\Lambda_{zz}=\dfrac{\sigma}{n_{zz}}$和无量纲衰减系数$2\mu_{zz}=\dfrac{2\nu_{zz}}{n_{zz}}$，式(13)与(14)可以写成

$$K=\frac{\zeta_{g0}}{r_B}=\frac{1}{\sqrt{(1-\Lambda_{zz}^2)^2+4\mu_{zz}^2\Lambda_{zz}^2}} \tag{15}$$

$$\varepsilon=\operatorname{tg}^{-1}\frac{-2\mu_{zz}\Lambda_{zz}}{1-\Lambda_{zz}^2} \tag{16}$$

$\frac{\zeta_{g0}}{r_B}$代表垂摆幅与波幅之比，它说明对于这条船摆幅是波幅的几倍，所以也称为放大系数K．从(15)，(16)可以看出K与ε象一般二度自由强迫振动一样，是相对频率Λ与无量纲衰减系数2μ的函数，其图

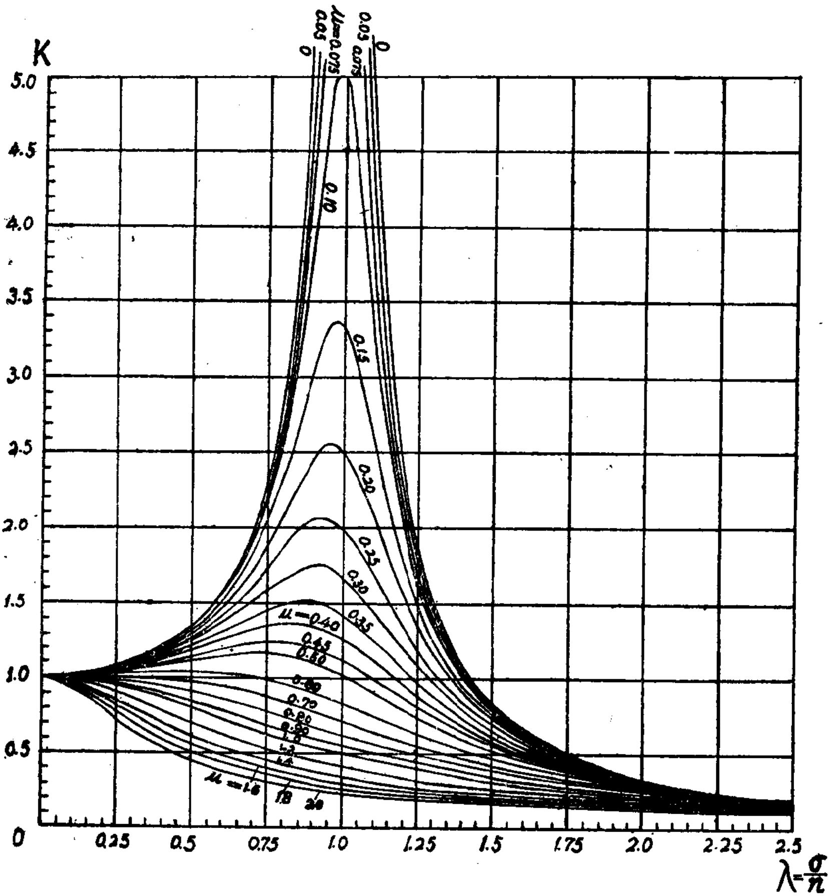

图 8　$K=\frac{1}{\sqrt{(1-\Lambda)^2+4\mu\Lambda^2}}$的曲綫（图中曲綫上数字代表$\mu$）

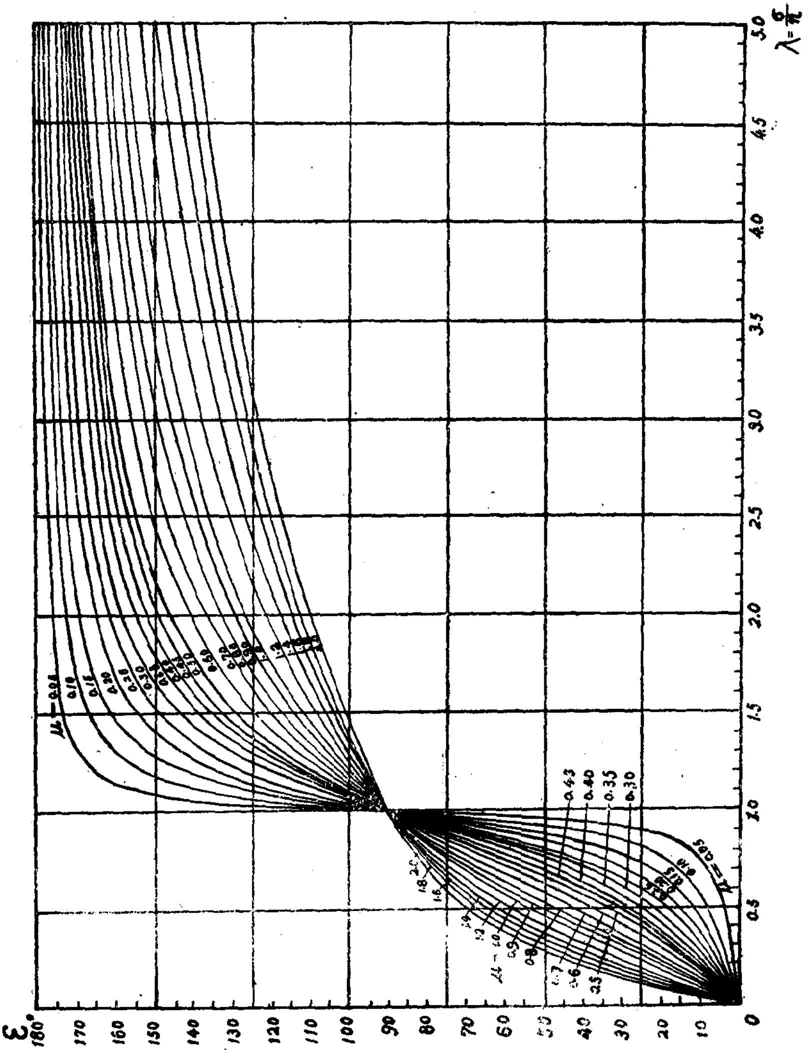

图 9　$\varepsilon = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{2\mu\lambda}{1-\lambda^2}$ 的曲线（图中曲线上数字代表 μ）