浙江大學

光學儀器理論講義

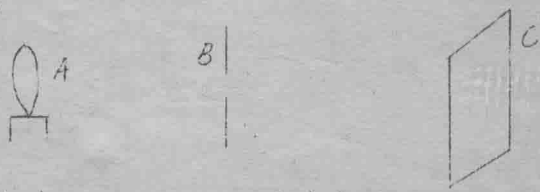
龍槐生先生編

一九五一年度第一學期

第一章 光的傳播定律及其應用

(1) 引論

以前激过光的干涉，绕射，偏极，双折射等现象，对于光的本性——横波已具有相当的瞭解，但若在這基礎上来处理实际问题时，却具有極大的困难。譬若下圖中装置，B为小圓孔，A為蠟燭，求其经过小圓孔在纸屏C上所成的像，若用绕射的方法，



由于数学困难，对于這一個问题，就為不可解，但假使我们用光的直線傳播的概念则很易求出其像為倒立的烛，這种纯粹應用幾何方法而不必討及光的性質的方法即為幾何光學，若欲研究我们常用的望遠鏡、顯微鏡、照相机……等光學儀器的成像與光线经过該儀器之路徑即可應用幾何光學的方法。但其分析則基于下列四个基本定律：

1)、光的直線傳播律

2)、光束各部份相互独立律

3)、反射律。

4)、折射律

從物理光學的观点看、上面所說的四个定律僅々是很逼真的近似，不过我们可以說出在某种限度的上述四定律是準確的，或者說在某种情况下其结果乃與事实相左，如果把幾何光學作為物理學一科来处理而不是当作純数學的演算，則上述的情况必须深放入腦中，固然真正完善的光學儀器理論，僅能從物理光學立场来發展，但是像已指出的，既然幾何光學的定律在很多的例案提供了和事实相近的近似，因此在光學儀器理論的複雜情形中，我们根據這定律来演述，也認為是正当的。

§2) 光的直線傳播．

發光点的概念與物理光學不同，只要發射光的物体的大小與研究此物体的距离比較起来，可以忽略不計時，容為發光点，这發光点是点被考慮為几何的圓点無大小又無体积，但是輻射能的源泉，故其密度為無限大，如圖1之P即為發光点，置不透明体N于点光源能照及区域内，N的後面，必呈現黑暗区域S，此黑暗区域名之曰本影，本影的形状與N的边緣完全一致，其大小由與P的距离定之。

若 N 置于二点光源 P 及 Q 能同時照及的區域內，可得三种不同的影，如圖 2，在 S 區域內，光束被 N 完全遮住與

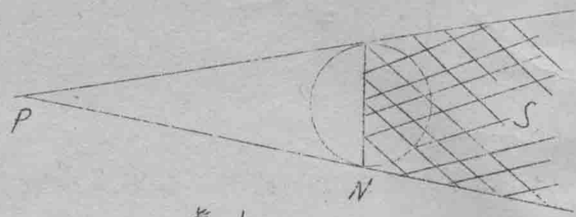


圖 1

圖 1 同，仍名之曰本影。在其上方 H_1 區域內，由 Q 發出的光束雖不能照及，但由 P 發出者，仍可照其上；反之，在 S 下方 H_2 區域內，由 P 發出的光束，不能照及，但由 Q 發出者，仍可照及其上，因之此 H_1 及 H_2 兩區域，固較兩光源同時照及的區域為暗，但較 S 區域為亮，為別與本影，常名此 H_1 及 H_2 區域曰半影。

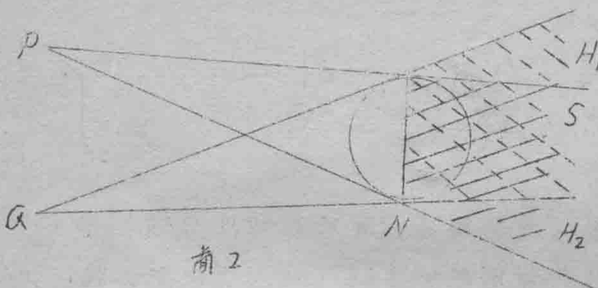


圖 2

同理，在三個点光源 P，Q，R 能照及的區域內，置一不透明体 N，將得一本影區域 S，半影區域 H_1，H_2，H_3，及 H_4 等如圖 3 所示者，設光源為較大物体，其上各点皆可視為点光源。于物体後方，用屏观察所成之影時，將見中央最暗區域，為本影區域，由本影向外伸展，為較暗之半影區域，再向外展為較亮之半影區域；迄全亮區域為止各區域間，並無明顯界限。因而屏上呈現的影，多為模糊不清者。

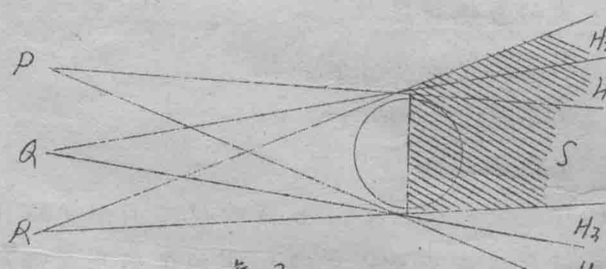


圖 3

天体之蝕為影的实例，當月運行于太陽與地球之間，若地球進入月的影內，太陽為月所遮蔽，遂成日蝕，再者，當地球運行于日月之間，如月進入地球影內，太陽的光不再照及月上，遂成月蝕，当地球進入月的本影內，所見者為全蝕；如進入半影部份內，所見者為偏蝕，又月本影長度，約在地球半徑的 57 倍至 59 倍之間，而地球與月之距離，在地球半徑的 55 倍至 62 倍之間。故月的本影，有時能達于地面，有時則否。當其不能達于地面時，于地球上正对此錐体本影頂点之观者，尚能見及日的外環

种現象曰環蝕，反之，地球本影的長，约為地球半径的216倍，遠在地月之距离以上，因而月的環蝕，永不能發生。

§3、針孔成像.

在暗室壁上開一小孔，室外物体發出之光束，経小孔入室，在对面壁上能造成與室外物体完全一致的像，但其形状，上下倒轉。此种現象，可藉直线傳播原理解說之：由物上一点發出的光线，僅可通过孔眼的部分能達到对面壁上。其他光线，均被遮蔽，若孔穴小至一点，物体上每一点，僅放出一條光线到達对壁，且各点發出的光线，皆順次排列于对面壁上，因而壁上現出物体之像。圖4、O為一孔眼，如O增大，由物体P点發出的光束，能入室者不僅一條，而為P'P"界内之一束，同理，由Q点發出能入室者，為Q'Q"之一束。故壁上造成的像，為P'Q'及P"Q"，致像的一部份，互相重叠。O孔愈大，重叠部份亦愈加大。故欲得清晰的像，須用較小的孔。如是較小的孔曰針孔，惟孔眼过小，能通过的光量亦少，因而像的亮度減弱。如孔的半径约在5×10^{-5}厘米以下时，光線四散，使得光在這种情况下，不可能是直线的。

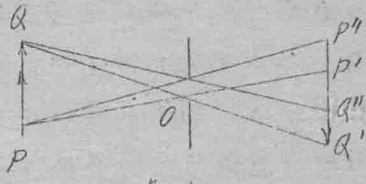


圖4

用不透光物体代替上述透光小孔而考察它在幕上印出的暗影，亦可以得到同样的結果，即當S'够小時，從P点發出的光不是依直线傳播的，所以我们必須記住，光的直线傳播定律僅在它所通过的開孔或遮屏不太小時成立。

繞射現象的詳细研究是在物理光学中，我们這裡不準備深入討論，不过几何光学完全不考慮繞射現象，這由于对于一般的光学儀器，只有在特別的情形，繞射現象才能被觉察到，因此，儀器理論不必考慮繞射現象而直接建築在光直线傳播的基礎上。

§3) 光束相互独立律

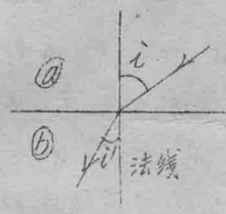
假設不同的光束，沿不同的方向経过空間中某点，而几何光学假設，不同的光线相互間是不影响的。換言之，這光线的傳播，猶若所有其他的光束不存在的一般，特别的若在空間某点有二条光线相交，其作用是相加的，這是幾何光学中的第二个基本定律，若相交的光线是由不同的光源(或不同的發光点)來的，則上定律是正確的。物理光学研究了各种現象。

現由同一發光点射出的光线，経过不同的路徑而在某点相交，其作用甚

振幅，可以相互抵消。——即物理光学上的干涉现象。

同心光束（即球面波）过光学仪器有变形（即不完全是球面波）
这样，在像面上所得的不是一点而是一個弥散圈，而其亮度分布甚为
… 适合某些條件，弥散圈還是認為点的圓滿的像，而像的性質即由
散圈的大小所决定的，事实上在該处集中了大半能量，因此，多少有些
明的界限的。不过在極大多数情况下，僅々由几何光学出发，不能够得
在弥散圈处的能量的分佈的正確結論，当然几何的計算可以给出焦散
断面。但由于有干涉（二支光可在同一点相互抵消变為暗的了）不能決
亮度的分佈，因此在研這些问題時，不能够用几何光学的基本假設，对于
像的性質嚴格的討論亦應該基于物理光学的干涉與绕射的理論。

§4) 光的折射定律



根据实验的証明可导出折射定律若下

(一) 入射线 折射线與入射点法线均在同一平面内。

(二) 入射角正弦，與折射角正弦之比，与数與角大小無関，而只與二介質有関，若二介質間压力與温度不変，对于某一定波長，則上比值為一常数称相对折射率若光线所过之二介質相继為 ⓐ 與 ⓑ，而令 n_{ab} 表示相对折射率，則 $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{ab} =$ 介质 b 对介质 a 之相对折射率。

实験指出，对于每三种介質（以数目字 1, 2, 3 表示之），其相对折射率是适合下方程式的，即 $n_{13} = n_{12} \cdot n_{23}$ ①

一個介質对于真空之相对折射率，称為绝对折射率，（或者简称為折射率）以字母 n（右下角註一個数字）表示之，由公式 ① 可导出二個重要性質、若第一個與第三個介質相对，則公式 ① 变為 $1 = n_{13} = n_{12} n_{21}$ 或 $n_{21} = \frac{1}{n_{12}}$ ②

由 ② 知，将光路倒回去时，入射光與折射光方向相反，但其與法线夹角仍不変，此即光路可逆性。

若第一介質為真空則 $n_{12} = n_2$ 與 $n_{13} = n_3$，式中 n_2 與 n_3 皆為绝对折射率，由公式 ① 得 $n_3 = n_2 n_{23}$． $n_{23} = \frac{n_3}{n_2} =$ 第三介質对第二介質相对折射率，這样第三個介質对于第二介質之相对折射率等于第三个介質與第二個介質 ③ 绝对折射率之比，這样我们在應用折射定律時，不必需所有相对折射率表而只要晓得所有介質绝对折射率之数值即可，在公式 $n_3 = n_2 n_{23}$ 中，若2為空气第三介質绝对折射率 $= ($

空氣的絕对折射率）X（第三介質对空气之折射率），在20°時，空氣的折射率為1.00028

則得 $n_3=(1.00028)n_{23}$，由此可見，介質之絕对折射率與其对空氣的相对折射率相差甚微。故我們常可用在空氣中實驗求出的折射率來表示該介質的折射率。不过当該介質折射率之精度甚高時，必須考慮上因子；若 n 與 n' 各為第一介質與第二介質折射率，則折射定律可寫為

$n\sin i = n'\sin i'$。

玻璃的折射率是波長的函數，見下表所可知的例（K2）玻璃。

符 号	A'（紅色）	C（紅色）	D（黄色）	F（藍色）	G'（藍色）	h（紫色）
波 長	7682 Å	6563 Å	5898 Å	4861 Å.	4340 Å.	4047 Å.
折射率	1.51013	1.51325	1.51593	1.52234	1.52752	1.53145

由此知波長越短，其折射率越大，若白光斜射到玻璃表面上去。

由于各色光之折射率不同在玻璃中，各色光分開，此現象稱為色散。紅光與紫光折射率相差越大，則其色散越大，因此我們以折射率差來表示色散的大小，我們称 A' 與 h 二波長之折射率的相差為「完全色散」。而 F 與 C 二波長之折射率的相差為「平均色散」

b）全反射

当光射到介質表面时，折射與反射現象同時發生的，特别有重要实用意义的為入射光线全部反射而沒有折射。這現象只有当 $n>n'$ 时才可能發生。

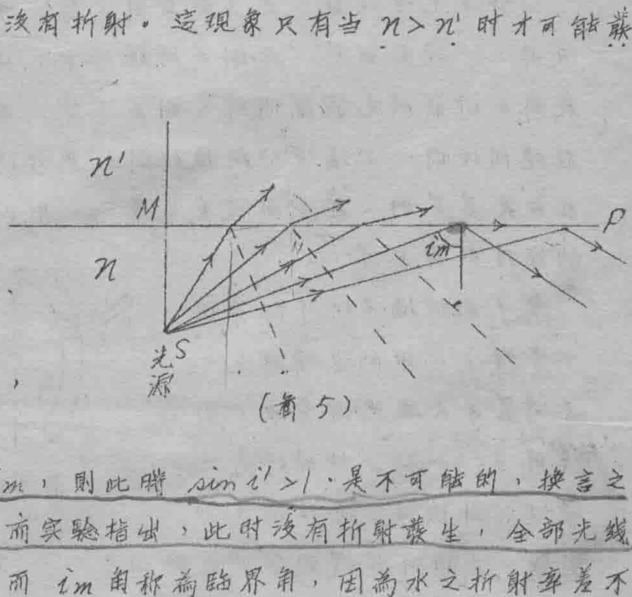
由于 $n>n'$ 故 $i<i'$

若我們增加入射角，可使折射线沿折射表面，換言之折射角為 $90°$，或 $\sin i'=1$。

代入折射公式得 $\sin i_m=\frac{n'}{n}$

若第二介質為空氣，則 $n'=1$，

于是 $\sin i_m=\frac{1}{n}$ （4）



（圖5）

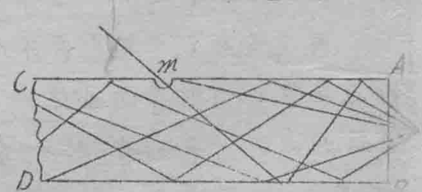
再增大入射角 i 使 $i>i_m$，則此時 $\sin i'>1$，是不可能的，換言之此时折射定律失去意義了。而实驗指出，此时沒有折射發生，全部光线都反射。這現象称為全反射，而 i_m 角称為臨界角，因為水之折射率差不多為 $\frac{4}{3}$，故水之臨界角為 $48°36'$。若玻璃的折射率為1.5 則其臨界角為 $42°$。

（圖5）表示的發光点 S 在折射率 n 介质中所射出之光束，MP 為折射面，其上之折射率為 n'.（$n>n'$），在折射时，每一入射光都分為两份，一部份反射，一部份折射，当入射角等于 i_m 时，則折射線沿 MP 方向，当入射大于 i_m 時，光線全部反射，没有折射。

全反射現象之應用很多，尤其是在全反射稜鏡当中，其優点有：因对光為全部反射，故光之損失較少，比塗銀的鏡子還要少，而且鏡常要发黃色，使反射率更降低，而反射稜鏡不会变色，還有全反射稜鏡比較容易装配，角與面之质量亦能保持得很好，故軍用儀器中应用得很多也。

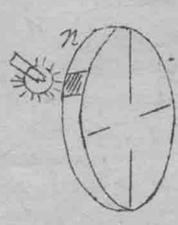
描準器中軍用十字线的观察亦應用全反射原理

若圖6，自光源 S 照亮的平行玻板，几乎全部以大于臨界角的角度到 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 表面上去，經过多次反射射不出去，因此沿垂直 $\overline{AC}$ 面观察，其像為黑的，若在 AC 面上以金剛鑽在其上劃出一条痕来，則光线由此处進入空氣，標記 m 似發光物体，若标記 m 為不透明的黑，則自下向上看，白天為黑的，而晚上由于光的漫射則為亮的。



（圖6）

許多光学仪器，尤其是軍用仪器，不僅在白天使用，亦在晚間照明下使用，一般在白天，在明亮的視場中，分劃板刻线可以看到很清楚，但在夜间用微弱的光源照明時，則不清楚，為了使仪器既能在白天使用，又能在晚间使用，必須使分劃板的刻线與視场的亮度無関，這种分劃板的线在白天是黑的，在夜间暗黑背景时，則如同日熾电灯灯丝一样發亮，其構造的原理則若上述。



（圖7）

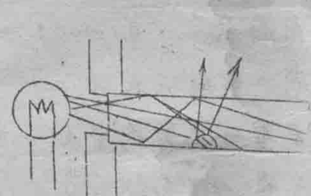
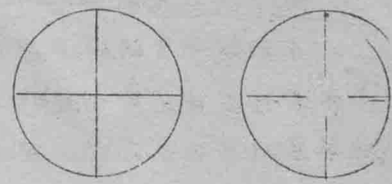

（圖8）

圖7為玻璃平板（即軍用十字线），板的边缘磨光，并将置于人造光源旁边，刻线用 3.5→24 伏特的灯光，經过分劃板架上特殊的窗口照明，為使十字线的照明比較均匀，照明窗应放在十字线的对角线上，使灯光的亮度可変，則在线路上還串联着変阻器，為使光线散射均匀，刻线塗以顏色，通常用鋇鋅白墨和粘合剂的混合物，射到刻线上的光线

面散射，而主要的是向分划板的有刻线平面的相对方向進行，因此欲有最好的可見度，刻线应在物鏡方面．而不是用作夜间照明用的分划板 把刻线放在目鏡方面較合適，為使亮度增大，則除出入射处以外．其他地方皆塗銀。



（圖9）

瞄準器中的分划板是不用圖9(a)的十字线，而用圖9(b)的形状，因這时刻线不遮蔽目标，使瞄準方便，這种型式的分划板的瞄準準確度較大，至于十字线间的缺口的大小是與瞄準器的角度分度有關。

近来為夜间观察的划板，其刻线塗以發光物質，這样的分划板的优点是可省去照明用的电灯設備，同時亦可省去点燃灯炮的蓄电池或其他电源，但這种分划板的线条的寬度不小于 0.3 → 0.5 m.m，比上述的 0.1 mm 要大得多。

§6) 反射定律，平面鏡；

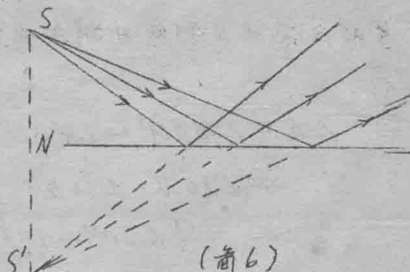
根据實驗，反射定律，可寫成下形式，即

(一)入射线 反射线，及入射点法线，均位于同一平面内。

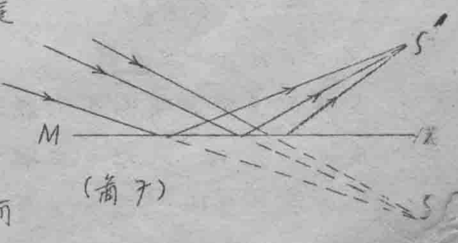
(二)就绝对值言，入射角等于反射角，不过差一符号．若 i＝入射角 i'＝反射角．則 $i=i'$．這負号表示出入射线與反射线．位于法线之二边。

在折射定律 $n \sin i = n' \sin i'$ 中，置 $n=-n'$，則得 $i=-i'$ 換言之，反射定律是折射定律的一种特殊情况．

由S点發出的光束，被平面鏡反射後，其反射线的延長线通过 S'点，這一点是為S点的虛像，位于平面鏡後面，在S点到平面鏡的垂线SN上，且像到鏡的距離等于物到鏡的距離，即 $SN=NS'$，平面鏡可使同心光束轉變到由另一点發出之同心光束的這种性質，在高中物理中已講过，這裡不再討論．若為虛物，平面鏡亦可生實像，例若圖7中，S点為由另外光组所生的会聚同心光束，若在其路途中，置一個平面鏡 MN，使所有光束反射，而



（圖6）

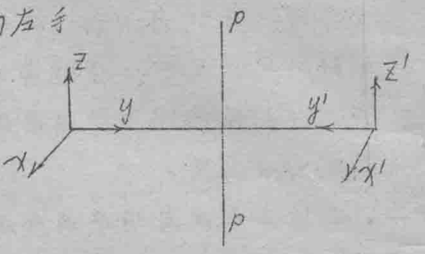


（圖7）

会聚到 S'点 S'点乃为座物 S 的实像。

平面镜是最简单的光学仪器，而且是其他的全部的真正的光学仪器当中，能生完善像的唯一的一种。

平面镜所生的像与原物同样大小，没有放大，亦没有缩小，但像空间并不与物空间完全相同的，而只是对称的，犹若人的左手与右手一般，在物方空间的右手座标，被平面镜反射后成为左手座标，例若（图8）中 $OXYZ$（为右手座标），被 PP（为平面镜）成像为 $OX'Y'Z'$（为左手座标），这样我们观察钟的转动方向与其在平面镜中的像的时针转动方向。发现上二個转动方向相反的平面镜中所生的像空间并不是完全倒转的，是随观者与平面镜之相对位置而定的，例若垂直的镜，上下不倒转，而水平方向有倒转，右边成像于左边，左边的在右边。而水平平面镜则只有上下有倒转也。



（图 8）

§7）平面镜的转动及其在光学仪器中的应用

镜 M 转某一角度，其法线必随转等量角度，令入射线的方向不变，反射线所转的角度，必二倍于此值，因入射角及反射角，各增大此值故也。即反射线所转的角度，二倍于镜面所转者。此定理应用颇广，再用图9証明之，图中各实线，表镜 MM 转前的情形，虚线表镜转 α 角后的情形。应用反射定律，求出反射线所转的角度 ROR' 为

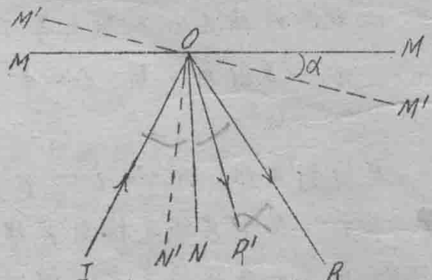


图 9

$$
\begin{aligned}
\angle \alpha &= \angle MOM' = \angle NON' \\
&= \angle ION - \angle ION' \\
&= \frac{1}{2}(\angle IOR - IOR') \\
&= \frac{1}{2}\angle ROR'
\end{aligned}
$$

即 $\angle ROR' = 2\angle\alpha$

电学测量所用镜和尺即根据此理制成者。图10内，M 为电表中能转动的小镜，其正前方置一望远镜 T，于其上方或下方

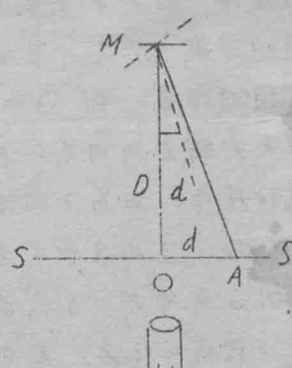


图10

固定一尺 SS，同也流射通过，使 M 轉一适當角度 α，致反射光綫沿 MA 方向射向。且 $\angle AMO = 2\angle\alpha$，令 OA 的長度 d，可由T讀出，設 $OM = D$

則 $$\tan 2\angle\alpha = \frac{d}{D}$$

$\angle\alpha$ 常為較小值，D值頗大，故

$$\angle\alpha = \frac{d}{2D}$$

六分儀，亦根據上述原理製成者，于鐵架上裝置一圓标度 AB（圖11），AB 弧長約為 60 度，其主要部分為二平面鏡 M_1 及 M_2，M_1 樣配製，可以轉動轉动的角度微自 AB 上指标 R 的位置讀得；M_2 固定誆，其上半部為透明玻璃，下半部前面塗以銀層，用以反射光綫，遠方二物体 C 及 D，與观者地点所張成的角度，可以測出。于測量之前，宜先增你

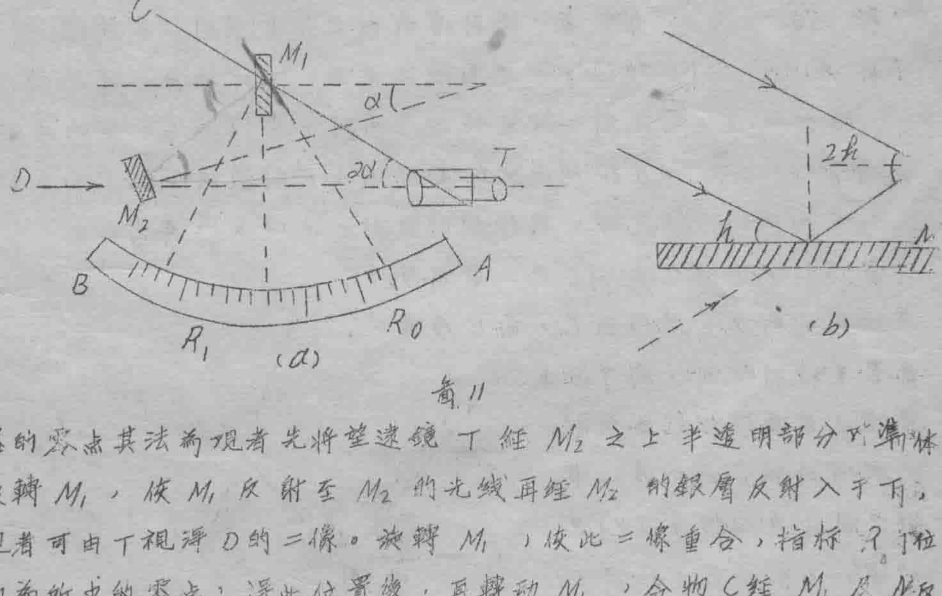


圖11

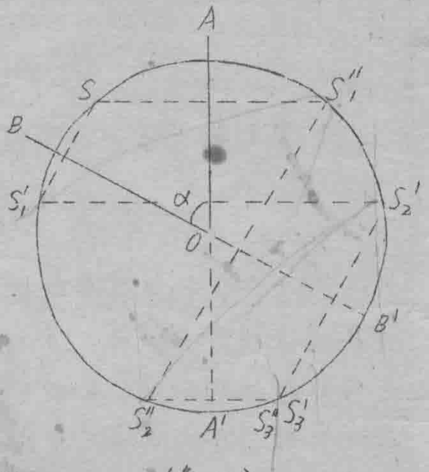
用儀器的零点其法為观者先将望遠鏡 T 經 M_2 之上半透明部分对準物体 D，旋轉 M_1，使 M_1 反射至 M_2 的光綫再經 M_2 的銀層反射入于T，如是观者可由T視得 D 的二像。旋轉 M_1，使此二像重合，指标 R 的位置，即為所求的零点，得此位置後，再轉动 M_1，令物 C 經 M_1 及 M_2 反射的像與直接透过 M_2 上半部 D 的像相叠合。讀出此時指標 R_1 值若 $R_1 - R_0 = \alpha$，二物所張的角度，必為 2α，常刻成标度 AB 值為其值的二倍，以便計算。

六分儀，可用以量出太陽的高度，置平面鏡 M 于地平面上（最用水銀面，因水銀受地心吸力的影响，其表面為真正水平故也。）观者退数步，由 T 内視得太陽光綫經 M_1 反射後，再直接透出 M_2 上半部透部份的像，而後旋轉 M_1，令反射之太陽的像與前者叠合，如此時指標位

算為 R_2，太陽的角高度 h，當為 $2h = R_2 - R_0$，其理不难由（图11b）看出之。

§8) 二傾斜平面鏡

（图12）為二個平面鏡 OA 與 OB 其二面角為 α，棱边為 O，在二面鏡当中有一点光源 S，被鏡 B 成像于 S_1'。又 S_1' 為平面鏡 OA 的虛物，成像于 S_2'，這样一直下去，成第一系列像 S_1' S_2' S_3'。除上外還存在第二系列像 S_1'' S_2'' S_3''（這一系列像是光由平面鏡 OA 先成像的）。



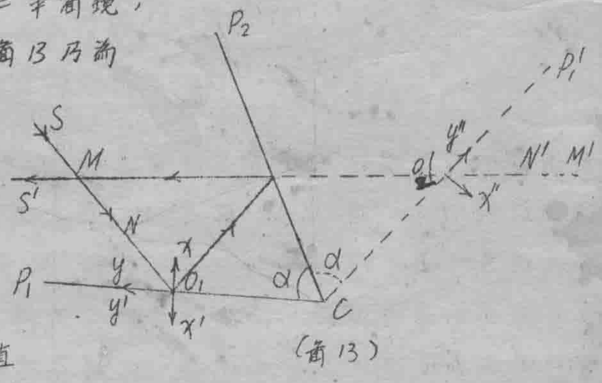
（图12）

由像的發生，很顯明的可以看出点光源 S 及其像皆位于以 O 為心的圓周上，因為所有像到中心 O 的距离皆相等的，即 $\overline{SO} = \overline{S_1'O}$ 等，每一系列像的数目是有限的。因為像 S_3' 與 S_3'' 位于角 $A'OB'$ 中间，即位于二平面鏡之後面，而不能再由平面鏡反射出来。

若 $\alpha = 0$，則此時二平面鏡相互平行，由理論言，其所生的像的数目是無限的，不过由于像的亮度的逐渐减少，到最後其几乎為黑的了

下面我们只研究被二面鏡相继反射一次時成像情况也。

（图13）中，P_1C 與 P_2C 為二平面鏡，其二面角為 α，其棱為 C，图13乃為垂直于棱的断面，為了能求出被二平面鏡相继各反射一次時的物空间的像，求物空间直角座标系 O_1XYZ 的像，O_1X 垂直于鏡面 P_1C O_1Y 在希平面内，而 O_1Z 垂直于希平面。



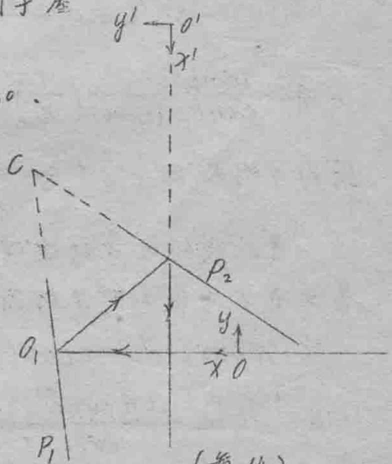
（图13）

右手座标系 O_1XYZ 经过第一面鏡反射後，成為左手座标系 $O_1X'Y'Z'$。而 O_1Y' 與 O_1Z' 各與 O_1Y 與 O_1Z 重合，最後被第二面鏡成像于 $O_1'X''Y''Z''$。（$O_1'Z''$ 垂直于希面，不画出来）。$O'X''Y''Z''$ 仍為右手座标系，因此可以與物方座标系重合，因為 CP_1' 是 CP_1 对 CP_2 的像。$O_1C = O_1'C$，很顯然的以 C 為軸旋轉 O_1XYZ 系 2α 角即可得到 $O_1'X''Y''Z''$ 系。

若 M N 為像空間中二点，过 M 與 N 点作入射光线 SO_1，而其像方空間所对应光线乃為 $S'O_2$，应該經过 M 與 N 的共軛点 M' 與 N'，這样上面所述之結論仍舊是对的，即以平面鏡相交的棱边為軸，对入射光线旋轉 2α 角（α ＝平面鏡二面角）就得到像方空間的共軛光线也，即入射光线 SO_1 與出射光線 $S'O_2$ 成 2α 角，因為入射光的旋轉（或整个空間之旋轉）的角度與入射光的位置無關的，更清楚的說，只要平面鏡之交线保持不动，α 角保持不动，以 C 為軸整個旋轉二面鏡，观察不到物体的運动，因為对于這旋轉像空間保持不动也。

若在同一圖中，先求出 $\overline{P_2C}$ 平面鏡的像，然後求平面鏡 P_1C 的像，換言之，在相反的次序，則上面所講的仍舊是对的，不过這时要求得像空間是对平面鏡的棱，同样旋轉 2α 角，但在逆時針方向，（即由 $O_2 \to O_1$），一般說来，逆时針所得到像方空間，不與順时針所得到的像方空間重合的。這样我们在双鏡前，可以看到書的二面，

若平面鏡間夹角為 90°，則其角度的旋轉為 180°，二个像方空間重合了。观察可以看到自己臉孔的同一像，猶若普通平面鏡一般，不过其與普通平面鏡有二点不同，第一点即像空間與物空間完全相似的，物体向左边移动時，我们看起来，其像亦向左边移动也，第二点為鏡光組对其「棱」旋轉時，其像的位置仍不动的，這原理特別用于屋脊棱鏡中，使像完全倒轉也。



（圖14）

若二個平面鏡間角度為 45°，則 $2\alpha = 90^\circ$．物空間对軸 C 轉 90° 即可求得像空間，只要 C 軸保持不动，則像的位置仍舊不动的，若 C 軸平行移动，則像空間亦平行移动，上述的光组在測遠仪有重要的應用也。

以上所討論的銀层都在鏡子的前面，若銀層在玻璃板後面所成的鏡子有二个像，（一為前面反射，一為後面反射）；光学仪器中一般都不能應用銀层在後面的鏡子。

§9）平行平面板：

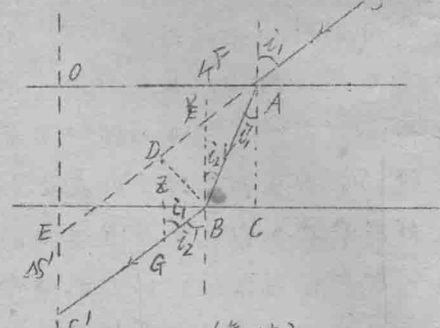
下面考慮光过平行面板的最重要情况，（圖15）表示出入射光 SA 经过二次折射成為 BS' 的方向，在 A 点的入射角與折射角為 i_1 與 i_1' 在 B 点的為 i_2 與 i_2'．由折射定律求得 $\sin i_1 = n\sin i_1'$　　$n\sin i_2 = \sin i_2'$

由于二面平行，故 $i_1' = i_2$ 即 $\sin i_1 = \sin i_2'$

或 $i_1 = i_2'$ 故 $BS' // SA$。換言之，光線經過平行平面板後，方向不变，但有側向移動 $BD = Z$。令 e = 玻璃板之厚度，由三角形 ΔABD 與 ΔABC 得

$$Z = \overline{AB}\sin(i_1 - i_1') \quad 與 \quad \overline{AB} = \frac{e}{\cos i_1'}$$

由此得 $$Z = \frac{e\sin(i_1 - i_1')}{\cos i_1'} \qquad (7)$$



(图15)

由公式(7)知：側向位移與入射角有關，不同的入射角有不同的 Z。

若入射光線為同心光束（沒有玻璃板時，是会聚到 E 点的），即虚物 E 的位置為 $\overline{OE} = S$，經過玻璃板後，其相交于 S' 点。此时交点的座标增大了 $(\Delta S')$。由图知 $\Delta S' = \overline{BF} - \overline{Fh} = e - \overline{AF}\cot i_1 = e - e\tan i_1' \cot i_1$

$$= e\left(1 - \frac{\tan i_1'}{\tan i_1}\right) \text{--------} (8)$$

因為照折射定射 $\frac{\sin i_1'}{\sin i_1} = \frac{1}{n}$ = 是一個常数，這样 $\frac{\tan i_1'}{\tan i_1}$ 不会為常数，換言之，同心光束經過玻璃板折射後，不再是同心光束了，对于沿 OE 軸方向入射的会聚于 E 点之狭小光束，沿光傳播方向移動

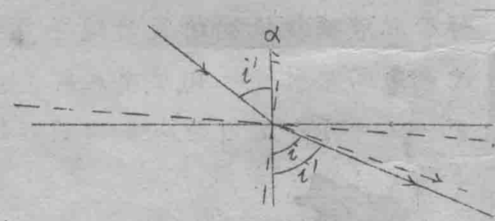
$$\Delta S' = e\frac{(n-1)}{n} \text{---------} (9)$$

上因 $\frac{\tan i_1'}{\tan i_1} \xrightarrow[(i_1 \to 0)]{} \left(\frac{1}{n}\right)$。公式(8)不宜于对数的計算，此时須好將其寫為下形式即 $$\Delta S' = \frac{e\sin(i_1 - i_1')}{\sin i_1 \cos i_1'} \qquad (10)$$ 便于对数計算

當光線經過平行板時，射到第二面上的入射角為 i' 而折射角為 i，若第二面不與第一面平行而成一微小的角度 α，則 $(di') = \alpha$，因 $n\sin i' = \sin i$

故 $n\cos i' di' = \cos i\, di$ 或 $(n\cos i')\alpha = \cos i\, di$

或 $$di = \frac{\alpha n \cos i'}{\cos i}$$



$\therefore (i' - i - \alpha)$ = 方向的偏轉

$$= (i + di) - i - \alpha = di - \alpha$$

$$= \frac{\alpha n \cos i'}{\cos i} - \alpha = \alpha\left[\frac{n\cos i'}{\cos i} - 1\right]$$

當光線垂直入射于光劈上时，光線的偏轉為 $= \alpha(n-1)$

§10) 具有全反射面的稜鏡：

前面講过反射稜鏡具有很多的优点，但在19世紀，光学仪器中還不能廣泛的應用稜鏡，這主要的原因為当时玻璃的透明度不夠的，直等到光在玻璃中的吸收係數小于或等于每一个 cm 光路為1%時才能在光组中应用極多种类的稜鏡也，稜鏡的主要用处有二：

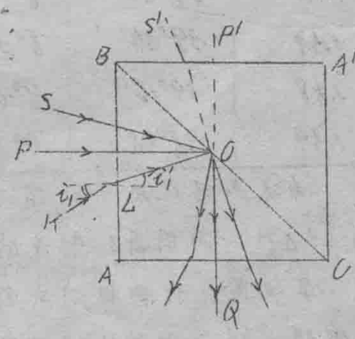
a) 改变光线的方向（例若潛望鏡、瞄準器中的稜鏡）

b) 把透鏡的所成像改变方向，除此以外，亦有特殊的用处的稜鏡，例若測远仪中分隔視場的稜鏡。

假使经过稜鏡的光线被反射奇数次，則其像與原物為鏡面对称的，但不與原物相似的，若经过稜鏡的光线被反射偶数次則其像與原物為相似的。一般经过稜鏡的光线，不僅有反射，而且還有折射，若在折射处光线的方向的改变超过几分，則不可避免的有色散發生。為了補償光线在第一面折射時所生的色散，必須在光线穿出稜鏡第二面時有相反方向的色散，上面这句話，我们亦可以這样說，对于入射光束反射稜鏡必須「等值」于一个平面平行板，雖然反射稜鏡等效于一平行板，但這並不是說会聚光束过平行板沒有什么發生，（例若有像散發生，这在以後將討論的）因此設計物鏡時，必須考慮稜鏡的影响。

只因為稜鏡的作用甚多，下面我们只考慮几种最常用到的稜鏡

a) 直角稜鏡——其主截面為等边直角稜鏡。若入射光线在直角的对边（即斜边）反射一次，這称為一次反射直角稜鏡，而等于一平面鏡一样。若入射光的光线在直角的二隣边相继的反射各一次，則称為二次反射直角稜鏡，這等价于双面鏡，我们這裡只討論一次反射的直角稜鏡（图16）表示光线经过稜鏡时的情况。



（图16）

SPK 表示入射的会聚光束，先在 $\overline{AB}$ 面折射，再被 BC 面反射，最後穿出 $\overline{AC}$ 面，若我们画出稜鏡本身 $\overline{ABC}$ 與入射光线 $\overline{SO}$ 與 $\overline{PO}$ 平面鏡 $\overline{BC}$ 所成的像，則就得到 $\overline{A'BC}$ 與 $\overline{S'O}$ 及 $\overline{P'O}$，$\overline{AB}$ 边亦成像于 $\overline{A'B}$，且 $\overline{A'B}$ 平行于 $\overline{AC}$，因此這等价于一平行平面板的。所以光线穿出這稜鏡是沒有顏色的

在圖16中，所有在 $\overline{PO}$ 上面入射的光束，因為在 $\overline{BC}$ 面的入射角大于 45°，所以一定是全反射的，但在 $\overline{PO}$ 光线下边的入射的光束，例若舒上的 $\overline{KO}$，在 $\overline{BC}$ 面上之入射角很可能是不大于臨界角的，因此就不發生全反射了．令

$i_1 = \overline{AB}$ 面上的入射角，当光线大于 i_1 角時，光不在 $\overline{BC}$ 面發生反射．

$i_1' = \overline{AB}$ 面上的折射角　　即 $\sin i_1 = n \sin i_1'$

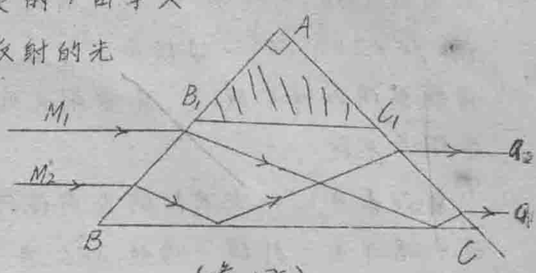
$i_m = \overline{BC}$ 面上之入射光线的臨界角 $= 45^\circ - i_1'$

由所用的玻璃的折射率 n，求出臨界角 i_m，(用公式 $\sin i_m = \frac{1}{n}$)，然後用上公式求出 i_1 與 i_1'，对于各种不同的玻璃，i_1' 與 i_1 的數値枯下：

折射率 n	臨界角 i_m	i_1	折射率 n	臨界角 i_m	i_1
1.50	$41^\circ 48'$	$4^\circ 47'$	1.60	$38^\circ 41'$	$10^\circ 8'$
1.51	$41^\circ 28'$	$5^\circ 20'$	1.61	$38^\circ 24'$	$10^\circ 40'$
1.52	$41^\circ 08'$	$5^\circ 52'$	1.62	$38^\circ 7'$	$11^\circ 12'$
1.53	$40^\circ 49'$	$6^\circ 25'$	1.63	$37^\circ 51'$	$11^\circ 42'$
1.54	$40^\circ 30'$	$6^\circ 57'$	1.64	$37^\circ 34'$	$12^\circ 14'$
1.55	$40^\circ 11'$	$7^\circ 29'$	1.65	$37^\circ 18'$	$12^\circ 46'$
1.56	$39^\circ 52'$	$8^\circ 1$			
1.57	$39^\circ 34'$	$8^\circ 33'$			
1.58	$39^\circ 16'$	$9^\circ 05'$			
1.59	$38^\circ 58'$	$9^\circ 37'$			

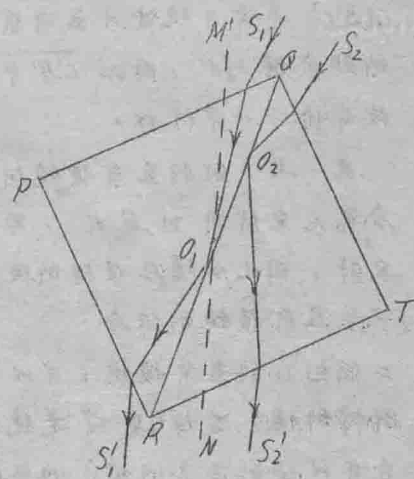
由这表可以看出，用 $n = 1.50$ 的玻璃来製造棱镜，其與軸的交角最大為 $4^\circ 47'$，而用高折射率的火石玻璃，其 i_1 值可達 $13^\circ 7'$ 具有稜鏡望遠鏡，其边際光线與軸的夹角為小于 8°，因此用折射率大于 1.56 的玻璃乃為必要的，總之由所需之的角度来适当的選取玻璃，角度越大，所選取玻璃之折射率越大，但由于折射率有限制，更大的角度必須在斜边面上塗銀．若射到直角稜鏡 AB 面上的光线剛好為 45°，則這時射出稜鏡的光线是與入射的光线平行的（見圖17），因其只経过一次反射，故像是與物体以鏡面对称的，但並不相似的．圖17中，M_1 與 M_2 為平行于底边 $\overline{BC}$ 入射的光线，射出稜鏡後乃平行于底边，但 Q_1 在下而 Q_2 在上，這样观者所見到的像空间在垂直平面 BC 方向上與原物是倒轉的，這棱鏡視场是隨

稜鏡的大小及 $\overline{BB_1}/\overline{BC}$ 之比值而决定的，由于入射角較大，因此被 $\overline{BA}$ 边及 $\overline{AC}$ 边反射的光相当多，因此光束的亮度有很大的減少也，稜鏡上面的一部份，一般是割去不要的，而割去後的稜鏡又称為多夫稜鏡，多夫稜鏡比平面鏡的优点，在于鏡後有一部份空间，并能看到在潛望鏡中，为了觀察天空中的飛机，即便于觀察頂的天空，常常用立方体稜鏡，不过這時將上二个直角稜鏡斜边塗銀，然後膠合而成一個立方体，（若圖18）所示。



（圖17）

S_1、S_2 為由遠处射来的二支光线，各經过稜鏡 QPR 與 QTR，而穿出稜鏡後亦相互平行的（即 S_1' S_2' 二支光线），但與原来的入射方向並不一致的，這稜鏡置于潛望鏡物鏡的前面，潛望鏡的光軸為 $\overline{MN}$ 是鉛垂向上的，若稜鏡繞其中心旋轉，使斜边 $\overline{QR}$ 沿光軸 $\overline{MN}$ 方向，這時，其作用于一個簡单的直角稜鏡相同的，其像是與物体鏡面对称的，而不是完全倒轉的，不过其比单个直角稜鏡有下列优点，即若為同样的視场角時，用立方体稜鏡，其体積可較小，在稜鏡中的光路可減少一半，当稜鏡的斜边偏离光軸 $\overline{MN}$ 方向時，則（若圖18）則可看到不在 MN 方向上的物体（S_1 方向）的像，当稜鏡的旋轉角度很大時，則左边稜鏡 PQR 通过較少的光而右边的稜鏡通过較多的光束到某一個角度時，進到物鏡的光束完全是由右边稜鏡来的，若稜鏡轉向左边時，則此時與上述剛好相反的，二個膠合直角稜鏡的這种性質可使我們能見到整个天空中的物体，這稜鏡的最大缺点（亦是其最大困难）是在于很难使膠合的二面相互平行也，否則有二個像，尤其是在高倍数物鏡時。

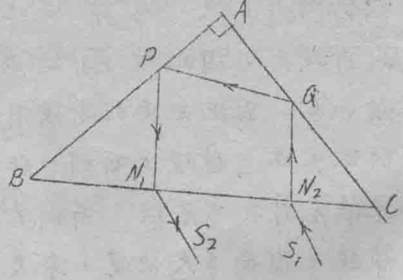


（圖18）

5）二次反射的直角稜鏡

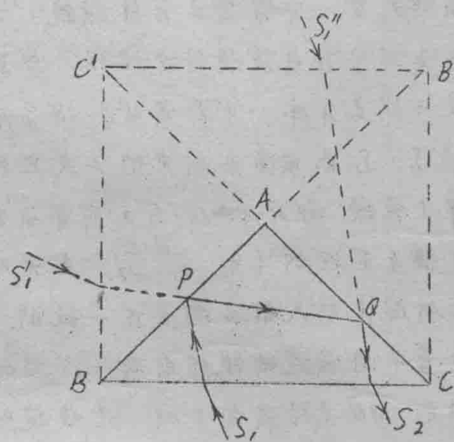
這時光线在直角稜鏡 $\overline{ABC}$ 内反射二次，圖19表示出這時的情形，在（§7）中曾討过光线 $\overline{M_2Q}$ 經过二相互垂直的平面鏡連續反射二次後，

其出射光线 $\overline{PN_1}$ 与原来入射的方向 $\overline{QN_2}$ 成 $90\times2=180^{\circ}$ 即相互平行也，因此棱镜外的入射光线 S_1 与出射光线 S_2 亦相互平行也。



（图19）

图20表示出二次反射的直角棱镜亦相当一個平面平行板，棱镜ABC与入射光线 $\overline{S_1P}$ 被镜面 $\overline{AB}$ 反射成像 $\overline{ABC'}$ 反光线 $\overline{S_1'P}$。然後被镜面 $\overline{AC}$ 面反射成像于 $\overline{AB'C'}$ 反光线 S_1''。而最後像 $\overline{AB'C'}$ 是等于绕过A点而垂直于纸面的翻旋轉 180°，因此 $\overline{C'B'}$ 平行于 $\overline{BC}$，故等价于一平行板。



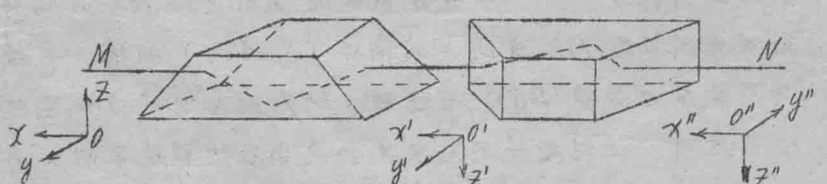
（图20）

与一次反射的直角棱镜相似，对于会聚光束所用 n 要大，否则其不全反射，因此必須在棱镜的後面塗銀。

B) 二个直角棱镜的組合。

二個組合的直角棱镜，可以得到完全倒轉的像，這样与望远镜的物镜組合可以得到正立的縮小的实像，以代替光组的正立透镜系统

（例1）若二个多夫棱镜能組合成一個棱镜光組，將多夫棱镜的反射面 $\overline{BC}$ 相互垂直，這样我们亦可得到完全倒轉的像，若將这二个多夫棱镜



（图21）

固定，並且对视线方向 $\overline{MN}$ 旋轉，則我们看到像並不轉动（見图21），若以右手座标 $OXYZ$ 表示物体，經过第一个多夫棱镜後所見的像為 $O'X'Y'Z'$ 經过第二個多夫棱镜後所見的像為（$O''X''Y''Z''$）

二個組合的多夫棱镜並不合宜的，第一由于光路太長，第二由于入射角等于 45°，因此这是等价于一個表面与光束成 45° 的玻璃板，对于会聚