

# 宽筛分颗粒流体动力平均径

李静海 李之光 杨励丹 刘文铁

(中国科学院化冶所) (哈尔滨工业大学)

## 一、引言

在气固两相流中, 固相一般都为大小不均匀的颗粒。因此, 选取合理的平均径是一个非常重要的工作。目前, 宽筛分颗粒平均径计算方法很多, 数值相差甚远, 究竟哪种较合理, 没有形成统一的看法, 也没有可靠的理论根据<sup>[1]</sup>。多数平均径仅考虑几何因素, 不能全面地反映气固相互作用的本质。本文将考虑气固相互作用, 从流体动力等价性角度建立平均径计算方法。

## 二、理论分析

平均径是为计算方便而设计的一个等价参数, 因此, 必须满足如下等价条件:

$$\text{由平均径计算的流体动力参数} \Rightarrow \text{真实的流体动力参数} \quad (1)$$

式中, 左边一项可由已有的适用于均匀颗粒的计算公式得到, 其中的粒径即为待求平均径; 右边的项要由各组分的对应量叠加而成。

根据式(1)给出的等价条件, 可用多种方法推导宽筛分颗粒平均径<sup>[2]</sup>, 其结果是相同的。现仅以多因素综合平均法为例, 来推导平均径表达式。

处于悬浮状态的颗粒, 其重力应等于曳力, 对于宽筛分颗粒, 如果用按重力为等价条件所得的平均径, 则只能计算重力, 不能计算曳力, 因为, 用重力平均径计算曳力不能保证曳力的等价性, 反之亦然。因此, 计算重力要按重力平均径, 计算曳力要用曳力平均径, 所以, 宽筛分颗粒的悬浮条件为

$$g(\rho_p - \rho_f) \frac{\pi \bar{d}_g^3}{6} = \bar{C}_{ss} \frac{\pi \bar{d}_s^2}{4} \frac{\rho_f U_g^2}{2} \quad (2)$$

如能找到一种平均径  $\bar{d}$ , 使它既能表达重力平均, 又能表达曳力平均, 则下式成立

$$g(\rho_p - \rho_f) \frac{\pi \bar{d}^3}{6} = \bar{C}_s \frac{\pi \bar{d}^2}{4} \frac{\rho_f U_g^2}{2} \quad (3)$$

式中  $\bar{d}_g$  重力平均径,  $\bar{d}_s$  曳力平均径,  $\bar{C}_{ss}$  用  $\bar{d}_g$  计算的曳力系数,  $\bar{d}$  待求的颗粒平均径,  $\bar{C}_s$  用  $\bar{d}$  计算的曳力系数。式(2)和式(3)都能反映宽筛分颗粒和均匀颗粒受力的等价性。所不同的是, 前者分别考虑各种因素的等价, 后者则考虑综合等价性。比较式(2)和式(3)可得

$$\bar{C}_s / \bar{d} = \bar{C}_{ss} \bar{d}_g^2 / \bar{d}_s^3 \quad (4)$$

如假设“ $i$ ”组分颗粒的个数、直径和重量份额分别为  $n_i$ 、 $d_i$  和  $x_i$ , 则由重力等价性可得

本文曾于1986年在重庆举行的中国工程热物理学会燃烧学学术会议上宣读。

$$\frac{\pi \bar{d}_s^3}{6} \rho_p g \sum_{i=1}^M n_i = \sum_{i=1}^M \rho_p n_i g \frac{\pi d_i^3}{6}$$

即

$$\bar{d}_s^3 = \left( \sum_{i=1}^M n_i d_i^3 \right) / \sum_{i=1}^M n_i \quad (5)$$

由曳力等价性可得

$$\bar{C}_{ds} \frac{\pi \bar{d}_s^2}{4} \frac{\rho_l U_0^2}{2} \sum_{i=1}^M n_i = \sum_{i=1}^M C_{di} n_i \frac{\pi d_i^2}{4} \frac{\rho_l U_0^2}{2}$$

即

$$\bar{d}_s^2 = \left( \sum_{i=1}^M C_{di} n_i d_i^2 \right) / \bar{C}_{ds} \sum_{i=1}^M n_i \quad (6)$$

将式(5)和式(6)代入式(4), 并注意到  $n_i = V x_i / (\pi d_i^2 / 6)$  ( $V$  为宽筛分颗粒总体积), 可得

$$\bar{d} = \bar{C}_{ds} / \sum_{i=1}^M C_{di} x_i / d_i \quad (7)$$

此式即为用多因素综合平均得到的流体动力平均径的理论表达式。该式表明, 平均径的大小与各组分颗粒的曳力系数有关。在不同的流体速度下, 曳力系数不同, 平均径亦随之发生变化。可见, 平均径不仅与粒度分布有关, 而且与流动参数有关, 这是已有的很多平均径未考虑的问题。

经分析知, 在确定的粒度分布下,  $\bar{d}$  具有一最大值和最小值。当颗粒雷诺数较大时, 大小颗粒曳力系数相等, 此时, 平均径达到最大值, 该最大值为比表面积平均径, 即

$$\bar{d}_{max} = \left( \sum_{i=1}^M x_i / d_i \right)^{-1} \quad (8)$$

如雷诺数很小, 大小颗粒曳力系数都处 Stocks 阻力区, 此时, 平均径达到最小值

$$\bar{d}_{min} = \left( \sum_{i=1}^M x_i / d_i \right)^{-0.5} \quad (9)$$

通常情况下, 平均径介于最大值和最小值之间, 随雷诺数的增加, 平均径也增大。以  $d_1 = 7.255$  (mm),  $d_2 = 4.255$  (mm) 和  $d_3 = 1.480$  (mm) 的颗粒按重量比 2:3:4 混合为例, 由式(7)计算的平均径随气体速度的变化规律如图 1 所示。由于式(7)中的  $\bar{C}_{ds}$  隐含有  $\bar{d}$ , 所以计算需用迭代法。曳力系数计算公式见文献 [2] 也可使用别的公式。

### 三、实验验证

试验在  $\phi 200$  (mm) 的流化床中进行, 将多组分玻璃球混合均匀后, 装入床内, 测量风速和固定床对应的压降, 将实测压降和用式(7)确定的平均径代入压降公式计算的结果比较。

设计如表 1 所列两组试验。

1# 和 2# 试验结果和相应的计算结果如图 2 和图 3 所示。图中包括了用式(7)确定

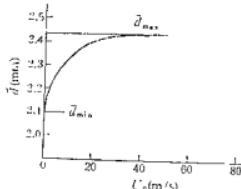


图 1 颗粒平均径随流体速度的变化

表 1 验证实验设计表

编 号		$d_1$ (mm)	$d_2$ (mm)	$d_3$ (mm)	$d_4$ (mm)	总重 (kg)	$\bar{d}_{\max}$	$\bar{d}_{\min}$
1#	粒径	18.16	7.274	4.255	1.480	9	2.810	2.260
	重量	1.5	2	2	3.5			
2#	粒径	7.274	4.255	1.480	—	9	2.440	2.110
	重量	2	3	4	9			

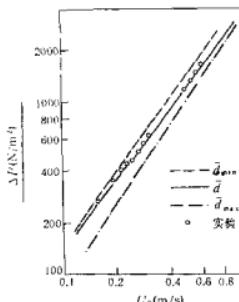


图 2 1#试验结果与计算值的比较

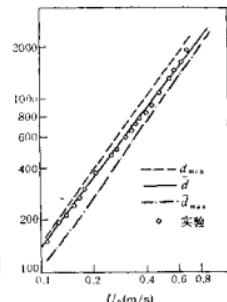


图 3 2#试验结果与计算值的比较

的平均径  $\bar{d}$  以及  $\bar{d}_{\max}$  和  $\bar{d}_{\min}$  计算的压降值(用厄贡方程)。

由图可见,用式(7)确定的平均径计算的压降与实测压降误差最小。此外,还可发现,用  $\bar{d}$  计算的压降与实测压降的偏差与速度无关,而由  $\bar{d}_{\max}$  和  $\bar{d}_{\min}$  计算的偏差随流速而变化,这说明平均径确实是随气体速度变化的。计算值与实测值相对误差随气体速度的变化如图 4 和图 5 所示。

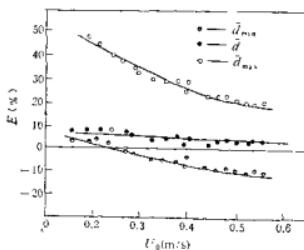


图 4 1#试验结果与计算结果的误差随气体速度的变化

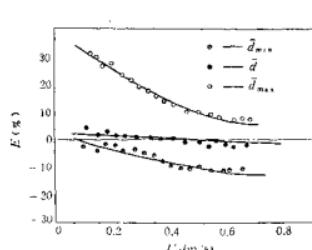


图 5 2#试验结果与计算结果的误差随气体速度的变化

这些实验结果与理论预测是一致的，证明了式(7)的合理性。

#### 四、结论

1. 本文所得到的流体动力平均径，比较真实的反映了宽筛分颗粒与流体的相互作用规律，所以，对于混合均匀的物料，平均径应按下式计算：

$$\bar{d} = \bar{C}_d / \sum_{i=1}^M C_{di} x_i / d_i$$

2. 平均径不仅与粒度分布有关，而且与流动参数有关，对于给定的粒度分布，平均径有一最大值和一最小值，随流体速度的增加，平均径由最小值增加到最大值，该最大值即为常用的表面积平均径。只有在雷诺数很小或很大时才可把平均径似为定值。

#### 参 考 文 献

- [1] G. H. 盖格：《冶金中的传质传热现象》，冶金工业出版社，北京，(1981).  
 [2] 李静海：“流化床流体动力相似律与流体动力平均径”，哈尔滨工业大学硕士论文，(1984).

## HYDRODYNAMIC MEAN DIAMETER OF PARTICLES WITH A WIDE RANGE OF SIZE DISTRIBUTION

Li Jinghai

*(Institute of Chemical Metallurgy, Chinese Academy of Sciences)*

Li Zhiguang Yang Lidan Liu Wentie

*(Harbin Institute of Technology)*

#### Abstract

A method has been proposed for calculating the mean diameter of particles with a wide range of size distribution, taking the hydrodynamic balance as the equivalent condition. It is indicated that the mean particle diameter varies not only with the size distribution of particles, but with the relevant flow parameters. With the increasing Reynold number, The mean particle diameter varies from a minimum to a maximum. Experimental results are in agreement with the theoretical analysis.