

雪崩二极管译文集

半 导 体 情 报 编 辑 部

毛 主 席 语 录

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

古为今用，洋为中用。

理论的基础是实践，又转过来为实践服务。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

要采用先进技术，必须发挥我国人民的聪明才智，大搞科学试验。外国一切好的经验、好的技术，都要吸收过来，为我所用。学习外国必须同独创精神相结合。

目 录

一种新提出的高频负阻二极管.....	(1)
P—N结雪崩击穿时的负阻 (一)	(29)
P—N结雪崩击穿时的负阻 (二)	(38)
崩越二极管的雪崩区	(48)
击穿P—N结负阻的多均匀层近似.....	(66)
雪崩二极管振荡器	(84)
崩越器件的大信号等效电路	(111)
崩越二极管的大信号分析	(124)
硅里德二极管振荡器的大信号分析	(138)
里德二极管的饱和电流和大信号工作.....	(156)
里德二极管中少数载流子的储存和振荡效率	(162)
用作崩越振荡器的雪崩二极管的最佳设计	(169)
砷化镓崩越振荡器效率的理论及实验研究	(182)

一种新提出的高频负阻二极管

W.T. Read

本文叙述和分析一种新提出的半导体二极管，所设计的这种二极管它装在适当的微波腔体中可以作为振荡器工作。其频率范围从1千兆赫扩展到50千兆赫，负Q可以低到10，效率高达30%。

二极管反向偏置，以便在比较高阻的区中建立一个固定宽度的耗尽层或空间电荷层，该层为两端低阻区所限制。在空间电荷区的一边，电场有一个最大值，在那里由于内部的二次电子发射或雪崩而产生电子-空穴对。空穴（或电子）以恒定速度越过空间电荷层，因此产生通过二极管的电流。由于雪崩的建立时间以及空穴通过耗尽层的渡越时间，交流电流相对交流电压近似延迟了 $\frac{1}{2}$ 周期。这样功率就被传递到交流信号。当把二极管装在与二极管电容调谐了的电感性微波腔体内，振荡将建立起来。在5千兆赫下连续工作时，获得20瓦以上的交流功率显然是可能的。

一、叙述

本文讨论一种新提出的振荡器，它由装在微波腔体里并反向偏置的半导体二极管所组成。腔体的阻抗主要是电感性的，并与主要为容性阻抗的二极管阻抗相匹配，以形成谐振系统。我们将证明二极管能有一个交流负阻，因此它能把功率从直流偏置传递到振荡。负Q可以低到10，效率可高到30%。

工作原理如下：施加反向偏压，在轻掺杂区内建立一个受重掺杂端区所限制的固定宽度的空间电荷层或耗尽层。一种可能的结构是 $n^+ - p - i - p^+$ 结构，其中 n^+ 表示高掺杂，而*i*的意思是本征。这种结构示于图1(a)。反偏压下的场分布示于图1(b)。该电压总是充分大于穿通电压，因此空间电荷区总是从 $n^+ - p$ 结通过*p*区和*i*（本征）区扩展到*i*- p^+ 结。各区中的固定电荷示于图1(b)。正电荷给出一个从左向右上升的场。正电场使空穴向右运动。最大电场出现在 $n^+ - p$ 结处，为每厘米几百千伏的量级，因此由于内部二次发射（也称倍增或雪崩）产生电子-空穴对。电子立刻进入 n^+ 区，空穴向右运动而通过空间电荷区。整个空间电荷层的电场都是在载流子以与场无关的恒定速度运动的范围之内（约在5千伏/厘米以上）。实际上我们可以忽略空间电荷区内的电子，并认为电流产生在 $n^+ - p$ 结处，因此在空间电荷区中只有空穴的运动。这样，物理图象如下：在 $n^+ - p$ 结处产生空穴电流 $I_0(t)$ 。空穴以恒定速度v向右运动，越过空间电荷区。在硅中v约为 10^7 厘米/秒。空穴通过空间电荷区的渡越时间是

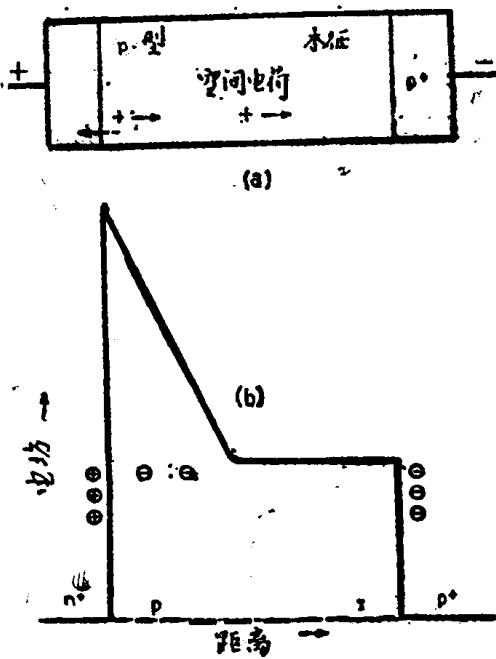


图 1.(a) 结构(b) 反偏压下的场分布

指出(在倍增的讨论中) 电流 $I_o(t)$ 相对交流电压延迟 $1/4$ 周期。这样, 为了得到总延迟是一半周期我们希望由渡越时间而引起的延迟是 $1/4$ 周期。因此腔体应调谐到给出 $1/2\tau$ 的谐振频率。

由通过空间电荷层运动的载流子引起的传导电流 $I_o(t)$ 应与把二极管看做电容器充电与放电的位移电流或电容电流 I_c 相区别。这个电流 I_c 供给空间电荷区边缘处的电荷变化, 该处电场突然变化, 实际上可以认为是不连续的。由于 I_c 与电压的位相差是 90° , 因此它对功率毫无贡献。

1.1 倍增

在靠近 $n^+ - p$ 结的高场中运动的载流子获得足够的能量把价电子撞入导带, 因此产生了电子-空穴对。电子-空穴对的产生率或倍增率是对电场很灵敏的一个非线性函数。适当的掺杂可使电场有一个比较尖锐的峰, 使得倍增限于 $n^+ - p$ 结处非常窄的区域内。倍增率可以认为是峰值场 E_0 的函数。在临界电场 E_0 下将发生击穿; 也就是说, 任何电流都是自激发的; 产生的每一对电子-空穴对平均说来产生另外的一对。我们忽略热产生的反向饱和电流, 此电流与产生的电流 $I_o(t)$ 相比是小的。因此, 当电场超过 E_0 时, 电流 $I_o(t)$ 比自激发电流大而建立起来。当电场低于临界击穿电场 E_0 时, 此电流比自激发电流小而逐渐消失。

工作时, 二极管偏置到使得在电压周期的正半周峰值场超过 E_0 , 而在负半周时低于 E_0 。因而在正半周时电流 $I_o(t)$ 建立起来, 在负半周时电流 $I_o(t)$ 逐渐消失。所以在电压周期的中间电流 $I_o(t)$ 达到其最大值或者说它比电压迟后 $1/4$ 个周期处。

迄今我们假设了电场与电压同相变化。如果载流子的空间电荷能够被忽略, 那么这是一个很好的近似。这点可从图 1(b)看出。如果电压超过穿通电压, 电压的增加仅仅使整个耗尽层内的场分布上升。即附加的电荷仅仅出现在空间电荷层的边缘。因此, 各点电场都与电压同相变化。然而, 载流子的空间电荷将影响空间电荷区内场分布的形状。当电流变得很大时, 不能忽略载流子的空间电荷。我们将看到, 载流子空间电荷的影响是减少电压与产生的电流 I_o 之间的延迟。实际上, 这点限制了直流偏置电流。

$\tau = W/v$, 其中 W 是空间电荷区的宽度。整个讨论中我们将在 $W = 10^{-3}$ 厘米的情况下给出各种量的数值。这样 τ 将为 10^{-10} 秒。

通过空间电荷区运动的空穴在外电路中产生电流 $I_o(t)$ 。可以证明 I_o 等于空间电荷区中的平均电流。因为速度是恒定的, 所以 I_o 仅为运动空穴总电荷的 $v/W = 1/\tau$ 倍。(文中假设所有的量都对单位结面积而言)。例如, 假定电荷为 δQ 的空穴脉冲在 $n^+ - p$ 结处突然产生。那么恒定电流 $I_o = \delta Q/\tau$ 在外电路中开始流动。并且在空穴从 $n^+ - p$ 结达到 P^+ 区通过空间电荷区的时间 τ 内连续流动。因此平均来看, 由于运动的空穴而引起的外电流 $I_o(t)$ 相对于在 $n^+ - p$ 结处产生的电流 $I_o(t)$ 延迟了 $\frac{\tau}{2}$ 。我们将

当直流偏置足够小，以致可以忽略载流子空间电荷时，结果归纳如下：峰值场与电压同相变化，并且产生（在耗尽层的一边）一个延迟 90° 的电流，此电流引起的通过二极管的电流相对于产生的电流又延迟了 90° ，因而相对于电压延迟了 180° 。

1.2 二极管和腔体

二极管的电容和腔体的电感决定振荡频率f，我们知道，最佳频率f应使渡越时间 τ 为 $1/2$ 周期。因此角频率 ω 应是

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{\tau} = \frac{\pi v}{W} \quad (1)$$

在 $W=10^{-3}$ 厘米时，频率f应为5000兆赫。

我们知道，流入二极管的电流是 $I_e + I_c$ ，这里 I_e 是由于空穴在空间电荷区运动所引起的传导电流， I_c 是把二极管看成电容器充电所需的位移电流。因此，二极管的作用如同一个电容和负电阻的并联。

电容与耗尽层宽度W的关系是

$$C = \frac{K}{4\pi W} = \frac{1.06 \times 10^{-12}}{W} \quad (\text{对硅来说}) \quad (2)$$

式中电容C的单位是法拉/厘米²，W的单位是厘米。二极管的负电导与 ωC 相比较是小的，所以其导纳主要是电容的电纳。因而在 $W=10^{-3}$ 厘米时，导纳大约是30毫欧/厘米²。

我们把二极管安装在主要是电感性阻抗的微波腔体中，做成一个谐振系统。选择腔体的电感L使得腔体和二极管一起有一个谐振频率 $f=1/2\tau$ 。

图2示出装有二极管的一种可能的腔体，这种二极管应有很窄的端区，以使耗尽层尽可能接近金属基座和腔体的中心导体，这样所产生的热将迅速散开。利用调节形成腔顶的活塞的垂直位置来调谐腔体。腔体某处应该断开，以便施加直流偏压。在图2中这是用与中心导体绝缘的方法实现的。使腔壁与基底绝缘也能实现断开。右边是一个传递交流功率的输出口。

腔体的阻抗 ωL 应该等于二极管的阻抗。如果二极管是半径为R的圆，那么结面积是 πR^2 ，阻抗为 $(\pi R^2 \omega c)^{-1}$ ，因此二极管的面积受到腔体的阻抗能够做到怎样小的限制。设 $\omega L = (\pi R^2 \omega c)^{-1}$ ，并用(1)和(2)，我们得到：

$$\left(\frac{R}{W}\right)^2 = \frac{4}{\pi k v \omega L} = \frac{9.5 \times 10^3}{\omega L} \quad (\text{对硅来说}) \quad (3)$$

其中 ωL 的单位是欧姆，使 ωL 小于约10欧姆是困难的。因此R不可能大于约30W。

1.3 稳态工作

我们认为，二极管能传递功率，所以振荡将建立起来。在第三节中我们将精确地计算全部为线性小信号情况下的Q。对于适当的直流偏置 I_d 值，Q可以成为负的，其数值能像我们所

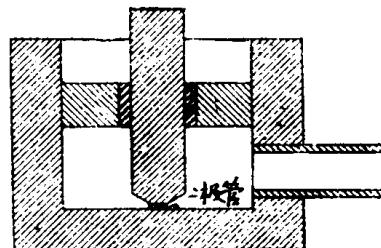


图2. 装在微波腔体中的二极管

希望的那样低。当建立起振荡时，性能就变得高度非线性了。在实际工作范围内，电场将部分地变化——大概小于其平均值的20%，但是电流将有量级的变化。电流 I_a 近似一个方波，此方波在交流电压的正半周时小到可以忽略，而在负半周时几乎不变。因为直流电流 I_d 是平均传导电流，从而 I_a 变化的振幅近似地等于 I_d 。^{*}

如果 V_a 是交流电压的振幅，每单位结面积传递的交流功率为：

$$P_r = \frac{2}{\pi} I_d V_a \quad (4)$$

这样如果直流偏置用恒流发生器来供给，则传递的功率与 V_a 成正比。电容内贮存的能量与 V_a^2 成正比。因此 $-Q$ 正比于 V_a 。换言之，如果振幅增加，贮存能量或振荡器能量比每周传递的能量增加的快。这就是稳定振荡所需要的条件。在稳态工作点，二极管的 $-Q$ 等于腔体的有效 Q 。如果振幅增加，二极管传递能量的增加小于腔体损耗的能量，因此振幅减少。用同样的方法减小振幅也是能自行矫正的。

总输出功率是 P_r 的 πR^2 倍，因此与 $R^2 I_d V_a$ 成正比。最大的 R 由(3)式给出。正如我们现在所指出的那样，载流子空间电荷不能太大，这一事实限制了可允许的最大 I_d 值。

1.4 载流子的空间电荷

越过空间电荷区运动的空穴将影响电场的分布。如图1(b)所指出的，正电荷引起电场的上升（从左向右），负电荷使电场下降。因此，空穴的作用与耗尽层中固定负电荷的作用相反，所以使图1(b)中所示的电场分布变平。对于给定的电压，空穴的作用是降低 $n^+ - P$ 结处的电场峰值。倍增率随电场的峰值而增加。因此，产生的电流具有倾向降低电流产生速率的空间电荷。即电流有自动关掉的倾向。不是在电压周期的整个正半周 I_d 都增加，而是 I_d 的增加直到载流子的空间电荷把峰值场降低到激励电场 E_c 以下时为止，然后电流减小。这样，在周期中点之前达到它的峰值。这就减小了延迟因而减小了功率。因此用增加电流的方法增加交流功率只适用到某一点，该点载流子的空间电荷开始破坏相位关系。

我们知道，在实际的工作范围，电流 I_a 近似地按直流 I_d 的值变化。电流 I_d 和空间电荷层中总的载流子电荷 τI_d 相对应（因为 I_d 是空间电荷层的平均电流，并且全部载流子都以 $V = W/\tau$ 的速度渡越）。如果忽略载流子的空间电荷，那它必须小于引起电压变化的电荷 CV_a 。因此，我们要求 $\tau I_d \ll CV_a$ 。实际上，正象我们在第三节将指出的，取 $I_d \tau = CV_a/2$ 是充分的，因为振荡的周期是 2τ ，这样就成为

$$I_d = \frac{\omega}{2\pi} CV_a \quad (5)$$

如果 I_d 不大于这个值，则电流和电压大约相差 180° 相位。对单位面积的功率来说，我们可以使用(4)式。对于比较大的 I_d ，由于载流子空间电荷对相位关系的影响，功率的增加大部分被抵消。

1.5 输出功率

联立(3)式与(5)式，我们得到总的交流输出功率

^{*} 此处应为 $2I_d$ ——译者

$$\pi R^2 P_r = \frac{V_a^2}{\pi^2 \omega L} \quad (6)$$

正象我们已知道的那样，腔体的阻抗 ωL 能够低到10欧姆。现在来考虑最大的 V_a 。这是受直流电压 V_a 所限制。从图1(b)可知，如果 V_a 太大，那么本征区的电场在电压周期为负时将降低到零。仔细掺杂能使穿通时的电压小于击穿时的直流偏压。既使考虑到由于载流子空间电荷所引起的电场降低，我们采用 $V_a = V_d/2$ 也是可靠的。从而得出大约30%的效率。从(6)得到功率为：

$$\text{输出功率} = \pi R^2 P_r = \left(\frac{V_d}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{\omega L} \quad (7)$$

直流电压被以下的考虑所限制：(a)在负半周，电场不应降到5千伏/厘米以下。否则载流子的速度将取决于电场；于是在交流电压负半周时载流子的运动将缓慢下来，因而降低了功率。如果 V_d 至少为 10^4 W伏时，这种情况就可以避免。这里W的单位是厘米。(b)为了局部倍增，除靠近 n^+ -P结处之外，电场必须保持充分低于 E_c ，如果 $V_d = 2V_a$ 小于约 $(2/5)E_c W$ 时，将满足这点。本征区中的最大电场总是小于 $0.6E_c$ 。因此我们得出 $10^4 W < V_d < 0.4E_c W$ 。

在W达到 10^{-3} 厘米的情况下，临界电场约为350千伏/厘米。在W低到 10^{-4} 厘米时，倍增将限制在宽度比 10^{-5} 厘米还要小得多的区域中。这就要求一个稍陡些的电场梯度和一个较高的临界电场——也就是说650千伏/厘米。因此，在W=10⁻⁴厘米或50兆赫时， V_d 应低于26伏。在 $\omega L=10$ 欧的情况下，最大的输出功率小于2瓦。在W=10⁻³厘米或5千兆赫时，最大的 V_a 是140伏，因而给出50瓦的功率。在W=10⁻²厘米或500兆赫时，最大电压是1400伏，最小电压是100伏。从而得出功率在25瓦到5千瓦之间。

1.6 齐纳电流

Chynoweth和McKay指出，在10伏左右或低于10伏的电压下发生击穿的相当窄的结中，电流的产生并不是因为倍增而产生的，而是因为内部场发射而产生的。即电子通过隧道从价带到导带，这就是众所周知的齐纳电流。我们将在第四节和附录E中阐述器件能在齐纳电流下工作，但很少有效。比限制功率更重要的是能够限制最小的W和应用的最大频率。

实验

实验程序保证了制造和测试在雪崩条件下工作的器件。

二、电流和空间电荷

在本节中，我们详细地考虑倍增物理，空间电荷及载流子流动，并且得出支配二极管性能的方程。

2.1 倍增

以速度v运动着的电子，按 $\alpha v n$ 的速率产生电子-空穴对。这里n为电子浓度， α 为电离率。按定义 α 是一个电子运动单位距离时，平均产生的电子-空穴对的数目。因此， α^{-1} 就是电离之间的平均距离。我们将处理每一个电子-空穴对大体上产生另外一对的情况；因此 α^{-1} 约为靠近 n^+ -P结处局部倍增的窄区宽度的量级。对约为600千伏/厘米以下的电场， α 可视为电场的函数， $\alpha=\alpha(E)$ 。对于较高的电场，在两次碰撞之间的平均距离 α^{-1} 之内，电子没有时

间与电场达到平衡。我们将讨论满足 $\alpha = \alpha(E)$ 情况下的电场。

Mckay 对硅中的电子，以电场 E 为函数测量了 α 。图 3 是一个最适合 McKay 数据的曲线图，同时还标有 P. Wolff 计算的理论曲线。同时还标出了斜率为 6 的直线，由此看出在低于约 500 千伏/厘米时这条直线与数据很好的符合。在公式中我们将使用 $\alpha \approx E^m$ 的普遍关系，并且为了数值计算我们取 $m = 6$ 。

假设

我们做简化假设，对电子和空穴二者来说 $\alpha = \alpha(E)$ 是相同的。但实际上并不如此。然而， α 对电场是如此的灵敏，以致对同样的 α 电场的差是很小的。 α 的任何差异都将改变载流子和电场的分布，以利于具有较低 α 的载流子。因而我们相信，这个假设不会给出使人迷惑的结果。

我们还假设，在所需要的高电场中，电子和空穴以同样的速度运动。这并不会引起严重的误差，因为一种类型的载流子运动总是起很小的作用。

2.2 直流情况

我们取 X 轴垂直结，在 $n^+ - P$ 结处 $x=0$ 以及在 $i - P^+$ 结处 $X=W$ ，如图 4 所示。可以证明，直流电流 I 与热产生的反向饱和电流 I_s 之间的关系为：

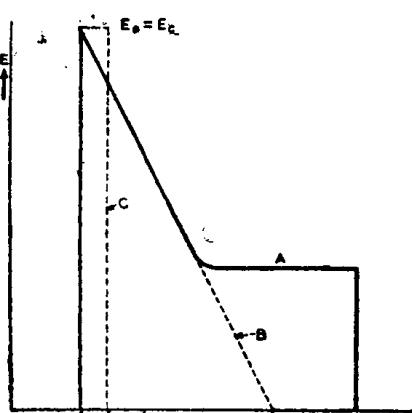


图 4. 击穿时的电场分布

$$\frac{I}{I_s} = 1 - \int \alpha(E) dx \quad (8)$$

其中积分在整个空间电荷区进行。例如可参见 McKay 资料 [2]。我们所讨论的空间电荷区是大多数倍增在靠近 $X=0$ 处很窄的区域内，此窄区我们称之为倍增区。所以 (8) 式中我们仅需从 $X=0$ 到 $X=X_1$ 积分，其中 $X_1 \ll W$ 是窄倍增区的宽度。

当 $\int \alpha dx = 1$ 时发生击穿，即直流变成无穷大。其物理意义是在倍增区中产生的每一电子-空穴对将平均地产生另外的一对。对包含在图 4 所示的各种不同电场分布，我们现在来考虑积分 $\int \alpha dx$ 如何依赖于峰值电场 E_0 。

(a) 最简单的情况是：窄倍增区中的电场 E_0 为恒定值。这相当于一个高恒定电场的短区紧接着突然下降到一个很低电场的情况。

那么

$$\int c dx = \int_0^{x_1} \alpha(E_0) dx = x_1 \alpha(E_0)$$

如果 α 与 E^m 成正比，则

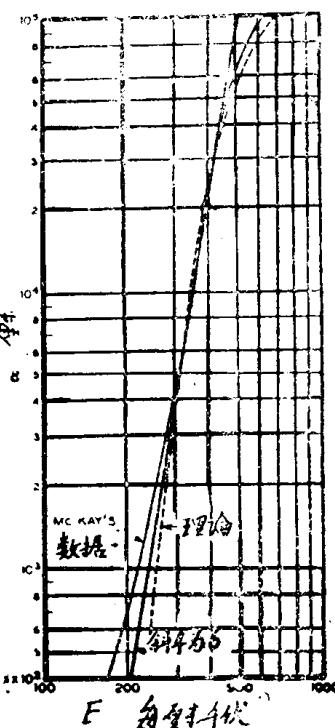


图 3. 电离率 α 与电场关系曲线

$$\int \alpha dx = \left(\frac{E_0}{E_c} \right)^m$$

其中 E_c 是由 $\alpha(E_0) = 1/x_1$ 给出的击穿临界电场。

(b) 其次，考虑图 4 中示出的线性电场分布。曲线 A 是击穿时的电场分布，在倍增区我们取 $E = E_0 - kx$ ，斜率 k 与 P 区的电荷成正比。我们将忽略载流子空间电荷的影响，因此 k 将与 P 区的固定电荷成正比，并且是与电流无关的常数。实际上 k 远超过 E_c/W 。为了使载流子产生与此类似的电场梯度，电流应为 $Kv/4\pi (EC/W)$ ，或 $KA/\text{厘米}^2$ 的量级。实际的电流要比这个小的多。

在图 4 中电场平的部分对倍增的贡献可以忽略，所以我们可以用切线 B 来代替实际的电场分布 A。所以有

$$\int \alpha dx = \left(\frac{E_0}{E_c} \right)^{m+1} \quad (9)$$

其中 E_c 由 $\alpha(E_c) = (m+1)/L$ 给出， $L = E_c/K$ 是击穿切线 B 的零截距。因此，在击穿时的峰值电场 E_c 等于宽度为 $1/(m+1)$ 的不变电场区（如图 4 中曲线 C 所示）的击穿电场。

(c) 对一个线性缓变结，电场随 x 按抛物线变化，并且

$$\int \alpha dx = \left(\frac{E_0}{E_c} \right)^{m+1/2}$$

鉴于下述情况，我们使用线性电场或突变结所用的(9)式，如果认为 m 是适宜的，一般讲来这将是正确的。 $m = 6$ 所获得的结果对线性缓变结来说是一个很好的近似。因为在 m 中，7 与 6.5 之间的差异是在实验的不可靠性之内。

例如考虑一个突变结，使 $m = 6$ ， $W = 10^{-3}$ 并令 $I = 0.7W$ ，则由 $\alpha(E_c) = 7/1 = 10^{4-1}* \text{ 厘米}$ 给出临界电场 E_c ，从图 3 可得 $E_c = 350 \text{ 千伏}/\text{厘米}$ 。

2.3 时间关系

在直流情况下， $\int \alpha dx$ 不可能大于 1。就是说我们不能得到超过击穿的情况。对于迅速变化的电场来说则不必如此。现在我们把电流作为时间的函数来推导微分方程。直流情况下可化到(8)式。

假定 P 和 n 分别为空穴和电子密度，那么对应的电流是 $I_p = qvP$ 和 $I_n = -qv n$ ，其中 q 为电子电荷。以 $\alpha v(n+P)$ 的速率产生电子-空穴对。这个速率比热产生率大得多，以致可以忽略后者。因此连续方程为

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial I_p}{\partial x} + \alpha v(n+p) \quad (10)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial I_n}{\partial x} + \alpha v(n+p) \quad (11)$$

其中 $\alpha = \alpha(E)$ ，三个变量 p 、 n 和 E 由 (10) (11) 和泊松方程以及结处的边界条件来确定。严格地求解是不实际的。然而根据产生的大多数被限制在接近 $x=0$ 处的窄倍增区中这一事实，

* 原文误为 10^{-4} 厘米——译者

可用一个近似代替，如图 5 所示。倍增区是从 $X = 0$ 到 $x = x_1$ ，宽度 x_1 是空间电荷区 W 的一小部分。

2·4 假设

我们假设：(a) 全部倍增发生在比较窄的倍增区中。b 倍增区中的总电流 $I(x, t) = I_p(x, t) + I_n(x, t)$ 仅是时间的函数，即 $I(x, t) = I_o(t)$ 。

当然这点无论在交、直流任何一种情况下，对单独的 I_p 和 I_n 都是不成立的。如果 P 区的净受主浓度足以使电场急剧下降并且使倍增局部化，则假设 (a) 是适当的。如果在载流子渡越倍增区所需要的时间 $\tau_1 = x_1/v$ 内，电流没有多大的百分率变化，那么第二个假设将是一个很好的近似。在大振幅时不是这样。然而，因电流的上升和下降而引起的误差趋于抵消，所以平均说来，这个方程是正确的。正象我们将了解的那样，在大振幅时只包含平均的意义。

2·5 $I_o(t)$ 的微分方程

使用假设 $I_p + I_n = I_o(t)$ ，加上 (10) 和 (11) 式，并从 $X = 0$ 到 $X = X_1$ 积分给出：

$$\tau_1 \frac{dI_o}{dt} = -[I_p - I_n] \int_0^{x_1} \alpha dx + 2I_o \int_0^{x_1} \alpha dx \quad (12)$$

其中 $\tau_1 = X_1/V$ 是渡越倍增区的渡越时间。图 5 示出了边界条件。在 $X = 0$ 处的 I_{ps} 空穴电流，完全是由 n^+ 区中热产生的，并由于扩散已运动到 $n^+ - P$ 结处的空穴反向饱和电流 I_{ps} 所组成。因此，在 $X = 0$ 处， $I_p - I_n = 2I_p - I_o = 2I_{ps} - I_o$ 。在 $X = X_1$ 处，电子电流由空间电荷区和 P^+ 区中热产生的电子反向饱和电流 I_{ss} 所组成。所以 $I_p - I_n = -2I_{ss} + I_o$ ，用这些边界条件，(12) 式则成为

$$\frac{\tau_1}{2} \frac{dI_o}{dt} = I_o \left(\int_0^{x_1} \alpha dx - 1 \right) + I_s \quad (13)$$

在直流情况下， I_o 是直流电流 I ；因此便简化为 (8) 式。

击穿的条件是 $\int_0^{x_1} \alpha dx = 1$ 。如果满足这个条件的电场突然的施加， I_o 将以 $2I_s/\tau_1$ 的比率线性地增加，并成为无穷大。如果施加一个更大的电场， I_o 将指数地趋于无限大。对于一个比较小的电场， I_o 将趋向一个有限值。

在倍增区积分 $\int \alpha dx$ 与载流子空间电荷关系很小。所以这个积分受交、直流两种情况之间载流子分布上微小差异的影响可以忽略不计。因此我们可以把 (9) 和 (13) 式联立起来，得到微分方程

$$\frac{\tau_1}{2} \frac{d}{dt} \ln I_o = (E_o/E_c)^{m+1} - 1 + \frac{I_s}{I_o} \quad (14)$$

这就是倍增区电流 $I_o = I_o(t)$ 与峰值电场 $E_o = E_o(t)$ 相关的微分方程。

在大多数实际情况中，电流 I_o 比 I_s 大得多以致可以忽略 I_s 的影响。为了估计其影响，附录 D 中给出了有关 I_s 的修正及详细式子。

2·6 例子

在振荡的幅度足够低时，我们可以按 $E_o/E_c - 1$ 的幂把 E_o/E_c 展开，并且只保留线性

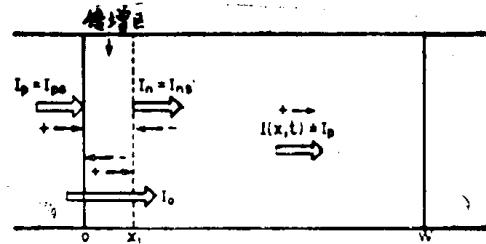


图 5. 倍增区的边界条件

项。然后，忽略 I_s ，方程 (14) 便成为：

$$\frac{d}{dt} \ln I_0 = \frac{2(m+1)}{\tau_1} \left(\frac{E_0}{E_c} - 1 \right) \quad (15)$$

如果 I_0 是周期性的，那么 E_0 也一定是周期性的，并且直流偏压一定是这样：即 E_0 的平均是 E_c 。假设我们用一个适当偏置的周期变化的电压使得 $E_0 = E_c + E_s \sin \omega t$ ，其中 ω 是最佳频率 π/τ ，那么

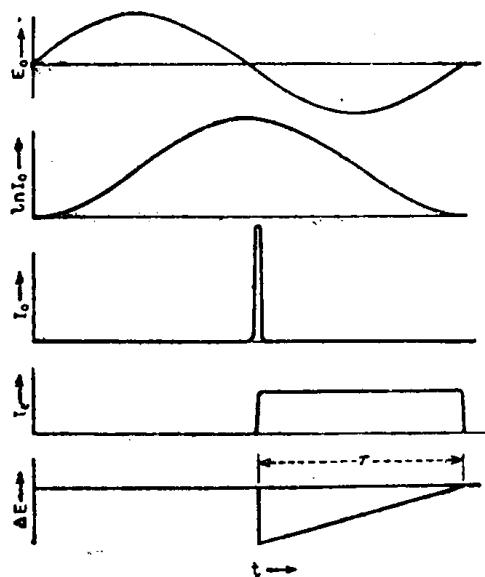


图 6. 尖脉冲电流的情况

实际上电流的空间电荷将影响 $E_0(t)$ 的曲线，对正弦电压来说 $E_0(t)$ 并不精确地为正弦的。然而，这并不影响小的电场和电压信号能给出大的电流信号；以及当交流幅度增加时，电流 I_0 近似为一个脉冲的结论。

2.7 载流子空间电荷

刚才我们已经讨论了倍增区，并得到了关于 I_0 和 E_0 的方程。尚待考虑的是可以忽略电流产生的其余空间电荷区。我们同样忽略电子的反向饱和电流 I_{ss} ，它与总电流 $I(x, t)$ 比较是很小的。由泊松方程我们可以推导出 I_0 和 E_0 之间的另外一个关系式。此式也包括电压 $V(t)$ ，并与 (14) 式一起对任何一个 $V(t)$ 将唯一地确定 $I_0(t)$ 和 $E_0(t)$ 。

2.8 物理图象

物理图象表示在图 7(a) 中，窄倍增区的宽度与空间电荷区的总宽度 W 相比是很小的。因此在处理电流、空间电荷、整个空间电荷区的电场分布时，我们假设倍增区的宽度为零，使得全部电流发生在 $X=0$ 处。那么 $I_0(t)$ 就是从 $X=0$ 处流出的空穴电流，而且在空间电荷

$$\ln \frac{I_0(t)}{I_0(0)} = \frac{2(m+1)}{\pi} \frac{\tau}{\tau_1} \frac{E_s}{E_c} (1 - \cos \frac{\pi t}{\tau}) \quad (16)$$

图 6 示出以时间为函数的电场和 $\ln I_0$ ，设 $\tau/\tau_1 = W/X_1 = 20$ 和 $m = 6$ 。即使 E_0 变化的幅度 E_s 为 E_c 的 1.3% 那样小， I_0 每周将变化 10 倍。这样我们就能够说电场和电压是小信号，而电流是大信号。我们称之为振幅的中值范围。

从 (16) 式可知 I_0 的最大值发生在周期的中间，在那里 $t=\tau$ 。因此，如果 I_0 改变一个大因子，那么在交流电压周期的中间基本上以脉冲方式产生电流（如图 6 所示）。

实际上电流的空间电荷将影响 $E_0(t)$ 的曲

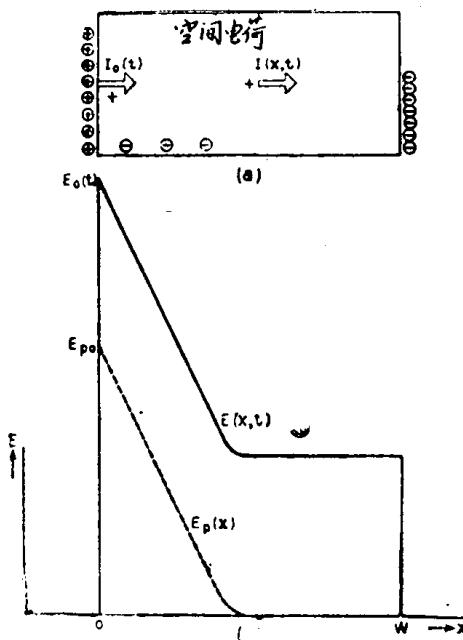


图 7. (a) 空间电荷区中的电流 (b) 电场

区中唯一的载流子是空穴。

在任何一点X和时间t的电流I(X, t)是

$$I(x, t) = I(0, t - x/v) = I_0(t - x/v) \quad (17)$$

这样，利用 $I_0(t)$ 给出了整个空穴和电流的分布。其次来考虑空穴对空间电荷和电场的影响。在图7(b)中虚线表示穿通时的电场分布 $E_p(x)$ 。如果没有电流流动，那么在超过穿通电压的任何电压下的电场分布，可以简单地在 $E_p(x)$ 上加一个由电压决定的常数。在p型材料中固定的负电荷使跨越空间电荷区或耗尽层的电场下降。空穴的正空间电荷抵消了受主的电荷减小了电场的下降。因此对一个给定的电压，随着通过空间电荷区电流的增加， E_0 将减小，并且使电场分布变平。

2·9 外电流

通过空间电荷区的空穴在外电路中引起电流 $I_e = I_e(t)$ 。 I_e 等于流过空间电荷区的平均电流。(对平面平行几何形状的这种情况，在附录A中给出了严格而简单地证明)。因此，

$$\begin{aligned} I_e(t) &= \frac{1}{W} \int_0^W I(x, t) dx \\ &= \frac{1}{W} \int_0^W I_0 \left(t - \frac{x}{v} \right) dx \\ &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t I_0(t') dt' \end{aligned} \quad (18)$$

换句话说，外电路中的电流 I_e 是空间电荷区中的总电荷除以渡越时间 τ 。图6所示 I_e 是在第三节末尾所讨论的情况，在那里 I_0 为周期中间的尖脉冲。由(18)式可见， $I_e(t)$ 的平均值等于 $I_0(t)$ 的平均值。

除由载流子通过空间电荷区移动所引起的 I_e 外，还有一个电容电流

$$I_c = C \frac{dv}{dt} \quad (19)$$

在外电路中流动。当加在二极管上的电压 $V(t)$ 超过穿通电压 V_p 时，由(2)式给出的电容是一个常数。象早先所讨论的那样， I_c 是把二极管看作一个电容器时所需要的充电和放电电流。这个电流供给空间电荷区边缘电荷的变化。

2·10 电流对电场的影响

现在我们说明对给定的电压，空穴的空间电荷如何降低峰值电场。器件的稳定性是由下述情况决定的，即当 E_0 增加时，电流倍增也跟着增加，但电流载流子给出降低 E_0 的空间电荷。

如果没有电流流动，那么在 V_p 以上 V 的任何增加将以 $(V - V_p)/W$ 的量简单地提高整个电场的分布。图8(a)是在一给定的时间，电场差值 $E'(x, t) = E(x, t) - E_p(x)$ 曲线。 $E'(x, t)$ 曲线的斜率完全由空穴的空间电荷来确定。固定

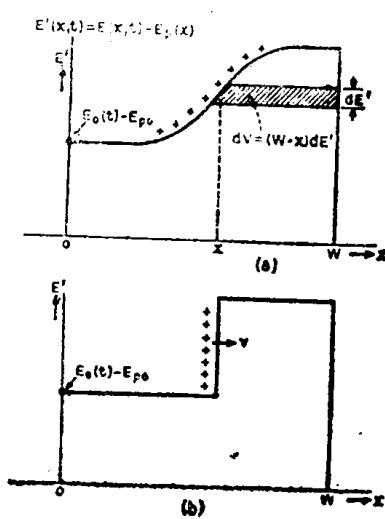


图8. 载流子空间电荷对电场的影响

电荷的影响已经包括在 $E_p(x)$ 中。空穴给出一个电荷密度 $I(x, t)/v$ 。这样泊松方程是

$$\frac{\partial E'}{\partial x}(x, t) = \frac{4\pi}{kv} I(x, t) = \frac{4\pi}{kv} I_0(t - x/v) \quad (20)$$

V 大于 V_p 的量等于图 8(a) 中曲线下的面积，就是等于 $WE'(0, t) = W[E_0(t) - E_{p0}]$ 加上若干像已示出的水平条带面积之和，这样一个条带的面积是 $(W - X)dE'$ 。所以

$$V(t) - V_p = W[E_0(t) - E_{p0}] + \int_0^W (W - x) \frac{\partial E'}{\partial x} dx$$

把 (20) 式代入此式，并设 $t' = t - X/V$ 得出

$$E_0(t) = E_{p0} + \frac{V(t) - V_p}{W} + \Delta E(t) \quad (21)$$

$$\Delta E(t) = -\frac{4\pi}{k\tau} \int_{t-\tau}^t I_0(t') [\tau - t + t'] dt'$$

这里 $\Delta E(t)$ 表示电流对电场的影响。 ΔE 这个量总是负的。

2.11 电流脉冲的影响

为了说明 (21) 式的物理意义，让我们再来看看图 6 中已说明的例子。在靠近一个周期的中间产生电流的尖脉冲。由于这个脉冲使 E_0 降低 $-\Delta E$ 也表示在图 6 中。如果这个脉冲是瞬时的，那么 $-\Delta E$ 立刻就跳到它的最大值，然后在脉冲通过空间电荷区所需要的时间 τ 内线性地下降到零。这个现象的物理解释很容易由图 8(b) 看出，图 8(b) 表明除了载流子空间电荷集中在一点即集中在一个脉冲之内而外，它与图 8(a) 是相同的情况。对一给定的电压（曲线下的面积）， E_0 的降低量随着脉冲向右运动通过空间电荷区而从其最大值下降到零。根据整个瞬时电流脉冲对 E_0 的影响，任何任意电流脉冲的影响可以把它分解成许多瞬时脉冲并迭加其结果来求得。 δQ 电荷的瞬时电流脉冲，使电场有一个 $4\pi\delta Q/k$ 的瞬时下降。

三、分 析

现在我们得到了关于电流 $I_0(t)$ 、电场 $E_0(t)$ 和电压 $V(t)$ 的两个方程 (14) 和 (21)，因此原则上对任何应用的电压都能求出电流来。实际上除极限的情况外，精确的解是不现实的。在本节中我们提出 (a) 对线性小信号情况的精确解，(b) 对大振幅的近似分析，(c) 一个迅速收敛的渐近方法，这个方法能够得到任何理想精度的解。

3.1 电压

我们将假设电压是正弦变化的， $V(t) = V_a + V_s \sin \omega t$ 。当二极管在线性小信号范围内，这的确是一个很好的假设。在所有的振幅下腔体是线性的，在大振幅的振荡时，正弦电压给出一个正弦电容电流 I_c 加上一个传导电流 I_s ，当振幅增加时此传导电流近似一个方波。因此我们假设，当电流包含着比较高的频谱时，通过腔体的电压是正弦的。对如图 2 所示的腔体来说，此假设可能是一个较好的近似。如果把腔体调谐在基频上，对于较高的频率几乎是短路的。

3.2 无量纲变量

所有的量都用表征器件的参数作为单位的无量纲变量来表示，这样能够简化我们的讨

论。例如，以W为长度单位， τ 为时间单位，以及 E_c 为单位电场。那么载流子将以单位速度 $V = W/\tau = 1$ 运动。正像在图1中看到的那样，电压是 WE_c 的量级，但是比单位电压 WE_c 要小些。选择单位电荷使 $4\pi/k = 1$ 是方便的。则单位电荷产生单位电场梯度。因为 $V = 1$ ，所以单位电荷在空间电荷区里运动给出单位电流。由此可知，空间电荷区中的单位电流产生单位电场梯度。并且空间电荷区中的平均电流 I_0 等于由载流子空间电荷引起的电场总降落。实际的电流将比单位电流小。这是因为电流产生电场的下降比交流电场的变化小，而它又依次比 E_c 小。

根据单位的选择，二极管有单位电容和最佳频 $\omega = \pi$ 。下表简要列出各种单位，并对 $W = 10^{-3}$ 厘米的硅二极管给出典型值。画在图3中的McKay数据给出 $E_c = 350$ 千伏/厘米，击穿时倍增区的有效宽度取为 10^{-4} 厘米。

量	单 位	例 子
长度	W	10^{-3} 厘米
时间	τ	10^{-10} 秒
电场	E_c	3.5×10^5 伏/厘米
电压	WE_c	350伏
电流密度	$\frac{kE_c}{4\pi\tau} = v_c E_c$	3.7×10^3 安/厘米 ²
功率密度	$\frac{kv}{4\pi} E_c^2$	1.3×10^6 瓦/厘米 ²

因电压单位与W成比例而电流单位与 $1/W$ 成比例，所以功率单位相对与W无关。（一个给定的电流在跨过比较宽的空间电荷区的电场中引起较大的下降）。

3.3 支配方程

因为峰值电场围绕 E_c 变化，所以定义一个无量纲的场是方便的。

$$E(t) = -\frac{E_0(t) - E_c}{E_c} \quad (22)$$

因此，对正弦变化的电压，方程(21)成为无量纲的项。 $E(t) = E_b + V_s \sin \omega t + \Delta E$ ，

$$\Delta E = - \int_{t-1}^t I_0(t') [1 - t + t'] dt \quad (23)$$

这里 ΔE 是电流对E的影响，和 E_b 是直流电压 V_d 的影响，令 E_p 是穿通时的峰值电场。那么，在穿通时E是 $(E_p - E_c)/E_c$ 。如果没有电流流通，在穿通电压 V_p 之上直流电压的任何增加将把整个电场分布提高 $(V_d - V_p)/W$ （见图7）。这样，借助有量纲的量给出无量纲的参数 E_b 为

$$E_b = \frac{E_{p0} - E_c}{E_c} + \frac{V_d - V_p}{WE_c} \quad (24)$$

E_b 的值与1相比是很小的。

在方程(14)中我们忽略 I_0 ，并且利用 $E = E(t)$ 的幂展开右边，展开式取到 E^2 项就足够了，则有

$$\frac{d}{dt} \ln I_0 = \frac{2(m+1)}{\tau_1} \left(E + \frac{m}{2} E^2 \right) \quad (25)$$

通过二极管的电流为电容电流

$$I_c = C \frac{dv}{dt} = \omega V_a \cos \omega t \quad (26)$$

加上传导电流 I_s ，由 (18) 可得

$$I_s(t) = \int_{t-1}^t I_s(t') dt' \quad (27)$$

平均值或直流值

我们将令 $\langle \cdot \rangle$ 表示对时间的平均，并且定义直流电流 $I_d = \langle I_s + I_c \rangle = \langle I_s \rangle = \langle I_0 \rangle$ ，其中最后一步从 (27) 式推出。平均 (23) 式给出

$$\langle E \rangle = E_b - \frac{I_d}{2} \quad (28)$$

或 $\langle \Delta E \rangle = -\frac{I_d}{2}$ 。因为 $I_0(t)$ 是周期性的，从 (25) 式可得：

$$\langle E \rangle + \frac{m}{2} \langle E^2 \rangle = 0 \quad (29)$$

这样，在小信号范围内，平均电场 $\langle E \rangle$ 消失，而 $I_d = 2E_b$ ，其中 E_b 由 (24) 式给出。

3.4 线性小信号情况

当所有的量按其平均值少量的变化时，则方程可分成一个直流部分和一个很容易解的线性交流部分。现在，对最佳频率 $\omega = \pi$ ，我们推导以直流电流 I_d 为函数的阻抗。交流电压为 $V_a \sin \pi t$ 或用复数形式 $V_a e^{i\pi t}$ 。我们写 $I_0 = I_d + I_{da} e^{i\pi t}$ 其中 I_{da} 是复数。对 I_s 和 E 可以写成类似的方程式。方程 (23)，(25)，和 (27) 给出交流关系：

$$\begin{aligned} i\pi I_{da} &= \frac{2(m+1)}{\tau_1} I_d E \\ I_{da} &= -\frac{i\pi}{2} I_{da} \\ i\pi(V_a - E_d) &= I_{da} - I_{da} \end{aligned} \quad (30)$$

根据方程 (30)， $V_a = Z I_{da}$ ，其中

$$Z = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\pi^2 \tau_1}{2(m+1) I_d} \right] + \frac{1}{\pi} \quad (31)$$

通过二极管的电流有两部分 I_s 和 I_c ，其中 I_c 是纯电容电流。这样等效电路由一个单位电容与一个阻抗 Z 并联组成，其中 I_s 通过 Z 。阻抗 Z 由一个固定电抗和一个随直流偏压变化的电阻组成。从考虑二极管的导纳 y 着手，能给出一个比较简单的等效电路。因电容和阻抗是并联的 $y = i\pi + 1/Z$ 。二极管的 Q 是 y 的虚部 y_i 与实部 y_r 之比。从 (31) 式

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{\pi^2 \tau_1}{2(m+1) I_d} \right] \\ y_r &= \frac{\pi Q}{1 + Q^2} \end{aligned} \quad (32)$$

$$y_i = \frac{\pi}{1+Q^2} *$$

由此可知， Q 随 τ_1/I_a 线性变化，并且当 I_a 比 $[\pi^2 \tau_1 / 2(m+1)]$ 小时 Q 是负的。当 I_a 等于这个临界值时；对这个频率来说二极管是开路的。这个意思是说在倍增区中产生的交流电流完全没有流出二极管。更恰当地说，产生的交流电流，流进了空间电荷区的两边缘，从而提供了二极管充、放电的电流（把二极管看成为一个电容器）。换句话说，器件的作用象是一个在内部产生它自己电荷的电容器，因此当电压变化时没有外部的交流电流。

3.5 等效电路

方程 (32) 描述一个由固定的单位电容与一个电导 πQ 串联所组成的简单等效电路，其 Q 值取决于直流偏压。等效电路提出了下述结论：如果设计腔体使其作用如同一个电感与一个可变负载电阻串联，那么可以使负载电阻等于二极管的负阻，使两个电阻抵消，结果等效电路由二极管的固定电容和腔体的电感组成。因此在小振幅时，其谐振频率与直流偏压无关。

3.6 尖脉冲近似

当振荡一旦建立起来，其线性特性立即消失。因此严格求解方程是不可能的了。然而正如我们已看到的那样，当振幅增加时，对 $\omega = \pi$ 的最佳频率，电流 $I_o(t)$ 接近一个尖脉冲，同时 $I_o(t)$ 近似一个方波，如图 6 所示。平均电流 I_a 为其最大值的一半。在尖脉冲的极限情况下问题又变得简单了。现在我们对这种情况推导一些近似关系，并且指出如何稳定振荡。给出的功率 P_r 是

$$P_r = -\frac{V_s}{2} \int_0^2 I_o(t) \sin \pi t dt$$

用 (27) 式代入此式中的 $I_o(t)$ ，并用分部积分把重积分化为单积分。结果是

$$P_r = -\frac{2V_s}{\pi} \langle I_o(t) \cos \pi t \rangle \quad (33)$$

这里再次用括号 $\langle \rangle$ 表示一个周期内的平均。

因此，如果在靠近周期的中间产生一个脉冲电流 I_o ，此时 $\cos \pi t$ 是负的，因而 P_r 将为负的，这样将把功率传递给交流信号。

我们定义二极管的 Q 为电容贮存的能量与一个周期中损耗能量之比的 2π 倍。单位电容贮存的能量为 $V_a^2/2$ 。损耗的能量为负的传递功率 P_r 乘以 $2\pi/\omega = 2$ ，所以有

$$\frac{1}{Q} = \frac{4}{\pi^2} \frac{\langle I_o(t) \cos \pi t \rangle}{V_s} \quad (34)$$

令电流脉冲发生在时间 t_1 ，那么在一个瞬时脉冲范围内 (34) 式变为

$$\frac{1}{Q} = \frac{4}{\pi^2} \frac{I_a}{V_s} \cos \pi t_1 \quad (35)$$

对 $t_1 = 1$ 的情况相位关系将是理想的；即脉冲出现在一个周期的中间。在这种情况下，对恒定的直流电流， $-Q$ 随着 V_s 增加，所以振荡是稳定的。

现在我们考虑 t_1 如何取决于 V_s 和直流偏压。当 V_s 增加及 τ_1 减小时，电流脉冲变得比较

* 此处原文有误应是 $y_i = \frac{\pi}{1+Q^2}$