

论文汇编

(二)

中国仪器仪表学会机械量测试仪器学会
中国机械工程学会机加工学会切削专业委员会

《 论文汇编 》 第二册

目 录

滚齿加工的运动学分析.....	(255)
代渐开线磨齿法.....	(264)
提高低合金钢插齿光洁度问题的探讨.....	(273)
滚齿齿面棱度成因分析.....	(277)
内齿轮在插齿加工中的干涉.....	(288)
在国产铲磨机床上研制超精度渐开线 齿轮滚刀的技术.....	(306)
用滚刀滚切变位渐开线圆柱齿轮的方法.....	(315)
圆锥齿轮的角度变位及其应用.....	(335)
高精度小模数标准齿轮的制造.....	(386)
采用蜗杆状珩轮的珩齿方法蜗杆式珩齿.....	(396)
高速插齿.....	(407)
关于YB3120高速滚齿机和YG3780高精度 蜗轮滚齿机降低噪声的试验研究.....	(417)
齿轮加工机床传动误差对齿轮加工精度的影响.....	(425)
滚齿机传动链的研究.....	(439)
高速插齿机的振源及其振动特性的初步研究.....	(452)
滚刀刃磨床砂轮成型修整的研究.....	(470)

滚齿加工的运动学分析

—哈尔滨工业大学 刘法权—

〔摘要〕：尽管滚齿机问世已有一百多年，但在滚齿运动关系、无差动滚切调整计算、大质数齿滚切调整计算等方面至今还存在着分歧意见，确定挂轮比允许误差的方法也很不统一，这种情况不但影响滚齿机的正确使用，有时也能导致严重的不良后果。本文从运动学角度出发，对滚齿的运动关系和挂轮调整公式进行了严格的推导，不但找出了产生上述分歧的原因，得出了正确的结论，而且还给出了确定挂轮比允差的正确方法，澄清了现有书刊上的一些错误概念和错误公式。用所述方法对《金属切削手册》的分度挂轮表进行检验，发现有200多组数据不能使用。本文的主要结论都有实验验证。

一、滚齿的运动关系

以滚切斜齿轮为典型情况。如图1，在滚齿机上滚切斜齿轮时，所需的运动主要有：

- 1) 滚刀的切削运动 n_0 (r/min)，
- 2) 工件的分度运动 n_i (r/min)，
- 3) 滚刀沿工件轴向的进给运动 V_f (mm/min)，
- 4) 工件的圆周进给运动，即所谓的“附加运动” n_f (r/min) 等。

这些运动之间的关系是

$$n_i = \frac{z_1}{z} n_0 \quad ①$$

$$V_f = f n \quad ②$$

$$n_f = \pm \frac{V_f}{P_z} \quad ③$$

式中 z_1 —滚刀头数

z —工件齿数

f —工件每转滚刀轴向进给量 (mm/r)

P_z —工件螺旋线导程

n —工件的实际转速 (r/min)

工件的实际运动是分度运动和圆周进给运动之和，即

$$n = n_i + n_f \quad ④$$

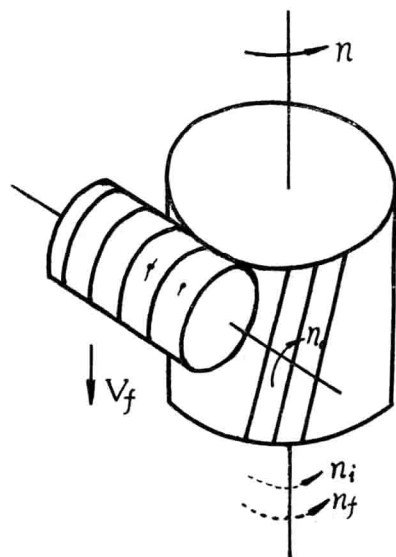


图1

将式(2)代入(3),再将(1)、(3)代入上式得

$$n = \frac{z_1}{z} n_0 \pm \frac{f}{P_z} n$$

解出后得

$$n = \frac{z_1}{z(1 \pm \frac{f}{P_z})} n_0 \quad (5)$$

这就是滚切斜齿轮时滚刀与工件间的运动关系。它只反映滚切斜齿轮的运动要求,与传动链的结构,和运动的获得方法无关。式(3)和(5)中的符号,上面的适用于逆铣、滚刀与工件螺旋方向相同顺铣、滚刀与工件螺旋面向相反的情况,下面的适用于逆铣、滚刀与工件螺旋方向相反或顺铣、滚刀与工件螺旋面向相同的情况。

关于滚齿运动关系的看法至今还存在着分歧,有些文献认为滚刀每转 z/z_1 转工件应转 $(1 \pm f/P_z)$ 转,这与式(5)的关系是不符的,因为按式(5)的关系,滚刀每转 z/z_1 转工件应转 $\frac{1}{1 \pm f/P_z}$ 转才对。也有的文献则认为滚齿的运动关系以滚刀旋转为基础计算是滚刀

每转 z/z_1 转—工件转 $(1 \pm f/P_z)$ 转,以工件旋转为基础计算是工件每转1转—滚刀转 $z/z_1(1 \pm f/P_z)$ 转。尽管其最后一个关系与式(5)相符,但同一个运动用两个相互矛盾的关系来表示,总归是说不通的。上述文献之所以得出与式(5)不相符的结论,主要是因为它们错误的认为滚刀转 z/z_1 转的过程中,其轴向进给的距离是 f ,实际上,由于“附加运动”的存在,滚刀转 z/z_1 转过程中工件并不转1转,因此滚刀轴向进给的距离也并不等于 f 。

二、挂轮调整公式

滚齿的运动关系是通过适当搭配机床各传动链的挂轮来保证。图2是常见滚齿机的传动简图。 Σ 表示差动装置, i_v 、 i_i 、 i_f 、 i_d ,分别表示速度传动链、分度传动链、进给传动链和差动传动链的挂轮及其挂轮比,分下面几种情况讨论其挂轮调整公式:

(一) 差动法滚切斜齿轮

用差动法滚切斜齿轮时,分度运动和圆周进给运动分别由分度传动链和差动传动链来保证。

分度传动链应保证式(1)的关系,因而其运动方程为

$$n_0 i_i l_i = \frac{z_1}{z} n_0$$

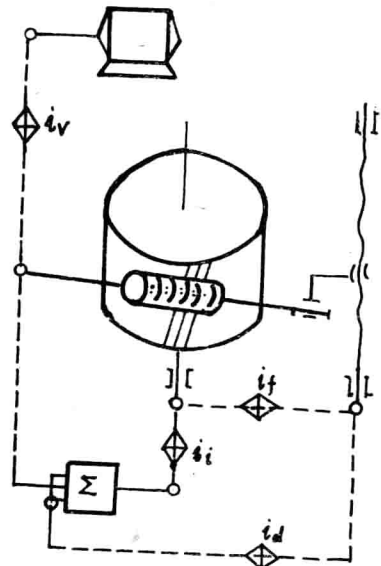


图 2

式中 I_i 为该传动链除 i_i 以外各环节的总传动比。解方程并设 $A_i = 1/I_i$ 得

$$i_i = \frac{A_i z_1}{z} \quad (6)$$

轴向进给运动应保证式(2)的关系,其运动方程为

$$n i_f I_f = f n$$

式中 I_f 为进给传动链除进给挂轮外各环节的总传动比,解方程并设 $A_f = 1/I_f$ 得

$$i_f = A_f i \quad (7)$$

差动传动链应保证式(3)的运动关系,其运动方程为

$$V_f I_d i_d i_i = \pm \frac{V_f}{P_z}$$

I_d 是差动传动链由刀架螺母至工件主轴除 i_d 、 i_i 外各环节的总传动比,将式(6)代入上式,考虑到导程

$$P_z = \frac{m n \pi z}{\sin \beta}$$

并设 $A_d = 1/A_i \pi I_d$ 解出后得

$$i_d = \pm \frac{A_d \sin \beta}{m n z_z} \quad (8)$$

式中 $m n$ 、 β 是齿轮的法向模数和分度圆螺旋角,符号与前面的规定相同,且正号表示差动运动方向与分度方向相同,负号表示相反。

(二) 无差动法滚切斜齿轮

无差动法滚切斜齿轮不需要机床的差动机构,其分度运动和圆周进给运动均由分度传动链完成,因此分度传动链应保证式(5)的运动关系,其运动方程为

$$n_0 i_i I_i = \frac{z_1}{z(1 \pm f/P_z)} n_0$$

解出后得

$$i_i = \frac{A_i z_1}{z(1 \pm f/P_z)} \quad (9)$$

或将 P_z 换成 β 得

$$i_i = \frac{A_i z_1}{z \pm \frac{f \sin \beta}{m_n \pi}} \quad (9a)$$

式(9)和(9a)就是无差动法滚切斜齿轮的分度挂轮调整公式。一些没有差动机构的精密滚齿机如YM3608, YG3612A等都是用无差动法滚切斜齿轮。有差动机构的滚齿机在某些情况下(β 小于 3° 时)由于不便于选配差动挂轮,也要求助于无差动法。无差动法对分度挂轮

比精度要很高,所以通常在选定分度挂轮后要根据其实际挂轮比 i_i' 重新修正进给量,并选配相应的进给挂轮,因此进给挂轮按下式计算

$$i_f = \frac{A f m n \pi}{\sin \beta} \left(\frac{A_i z_1}{i_i'} - z \right) \quad (10)$$

(三) 差动补偿法滚切大质数齿轮

加工齿数大于100的质数齿斜齿轮时,因分度挂轮无法按要求的齿数 z 搭配准确的挂轮,所以选一适当的小数 Δz (其绝对值小于1),按 $z + \Delta z$ 搭配准确挂轮。由此差生的分度偏差可通过差动链加以补偿。因此分度挂轮的调整公式为

$$i_i = \frac{A_i z_1}{z + \Delta z} \quad (11)$$

而差动传动链除实现圆周进给运动外还承担分度补偿运动。工件的圆周进给运动为

$$n_f = \pm \frac{f n}{P_z}$$

分度补偿运动为

$$\Delta n_i = \frac{z_1}{z} n_0 - \frac{z_1}{z + \Delta z} n_0 = \frac{z_1 \Delta z}{z(z + \Delta z)} n_0$$

即工件由差动传动链得到的总运动应为

$$n_d = \pm \frac{f n}{P_z} + \frac{z_1 \Delta z}{z(z + \Delta z)} n_0$$

因而差动传动链的运动方程为

$$V_f i_d i_i I_d = n_d$$

或

$$f n i_d \frac{A_i z_1}{z + \Delta z} I_d = \pm \frac{f n}{P_z} + \frac{z_1 \Delta z}{z(z + \Delta z)} n_0$$

$$i_d = \pm \frac{1}{A_i I_d} \frac{z + \Delta z}{z_1 P_z} + \frac{1}{A_i I_d} \frac{\Delta z}{z f} \frac{n_0}{n}$$

由式(5)知

$$\frac{n_0}{n} = \frac{z}{z_1} \left(1 \pm \frac{f}{P_z} \right)$$

代入上式并考虑 $A_d = 1/A_i \pi I_d$ 化简后得

$$i_d = \pm \frac{A_d \sin \beta}{m_n z_1} + \frac{A_d \pi \Delta z}{f z_1} \quad (12)$$

式(12)即为补偿法加工大质数齿斜齿轮的差动挂轮调整公式。符号的规定仍然同前,且得正值表示差动运动方向与分度运动方向相同,得负值表示相反。

令 $\beta = 0$,还可以得出加工大质数直齿轮的差动挂轮调整公式

$$i_d = \frac{A_d \pi \Delta z}{f z_1} \quad (13)$$

以上给出了滚齿加工挂轮调整的主要公式。应该指出,不少文献给出的一些挂轮调整公式与上述有明显的分歧,对于无差动法滚切斜齿轮,文献〔1〕,〔2〕曾给出如下公式

$$i_i = \frac{A_i z_1}{z} (1 \pm \frac{f}{P_z})$$

文献〔3〕曾给出如下公式

$$i_i = \frac{A_i z_1}{z} (1 \pm \frac{f \sin \beta}{m_n \pi z})$$

这都是根据对滚齿运动关系的错误认识得出的错误结果。以在Y31型滚齿机上加工 $m_n = 1\text{mm}$, $z = 14$, $\beta = 64^\circ 10'$ (右旋)的齿轮为例,进给量 $f = 0.5\text{mm/r}$,按文献〔1〕、〔2〕的公式计算挂轮,所加工的齿轮螺旋角误差接近 1° ,若按文献〔3〕计算挂轮,则根本切不出齿来,因为文献〔3〕的公式不但所依据的运动关系不对,公式中的符号也不对。

关于补偿法加工大质数斜齿轮,一般文献给出的差动挂轮调整公式基本都是上面的形式

$$i_d = \pm \frac{A_d (z + \Delta z) \sin \beta}{m_n z z_1} \pm \frac{A_d \pi \Delta z}{f z_1}$$

这一结果也是错误的,以在Y31型滚齿机上加工 $m_n = 0.5\text{mm}$, $z = 103$, $\beta = 45^\circ$ (右旋)的齿轮为例,进给量 $f = 0.5\text{mm/r}$, $\Delta z = \frac{1}{2}$,按上式计算挂轮,所切出的齿轮螺旋角误差达到 $18'$ 。我们知道,在滚刀轴向进给一个导程 P_z 的过程中,工件共转了 P_z/f 转,其中有 ± 1 转圆周进给运动,所以计算分度补偿运动时,分度运动的转数应按 $(\frac{P_z}{f} \pm 1)$ 计算,而不应按 P_z/f 计算。上述文献在考虑过程中均忽略了这一点,所以得出了错误的结果。

三、挂轮比允许误差

用差动法加工斜齿轮时,差动挂轮比只能是近似的,其误差影响齿向精度。将式(8)对 β 微分可求出螺旋角误差与挂轮比误差的关系

$$\Delta i_d = \frac{A_d \cos \beta}{m_n z_1} \Delta \beta \quad (14)$$

*注:文献1—“无差动滚齿机加工斜齿轮”《机械工人》1977

文献2—《滚齿加工》,上海第一机床厂资料室1972

文献3—《Справочник зубореза》Машиностроение

式中 $\Delta\beta$ 是实际分度圆螺旋角 β' 与公称分度圆螺旋角 β 之差。但应注意的是：斜齿轮的分度圆直径与分度圆螺旋角直接有关，公称分度圆直径是

$$d = \frac{m_n z}{\cos\beta}$$

实际分度圆直径是

$$d' = \frac{m_n z}{\cos\beta'}$$

齿向误差是在公称分度圆柱上定义的，所以为将 $\Delta\beta$ 换算成齿向误差应将 β' 由实际分度圆折算到公称分度圆上。考虑到同一齿轮在任何圆周上的螺旋线导程都相等，所以有

$$\frac{\pi d'}{\operatorname{tg}\beta'} = \frac{\pi d}{\operatorname{tg}\beta''} = P_z$$

β'' 是 β' 折算到公称分度圆上的数值。由上式变化后得

$$\operatorname{tg}\beta'' = \frac{d}{d'} \operatorname{tg}\beta' = \frac{\frac{m_n z}{\cos\beta}}{\frac{m_n z}{\cos\beta'}} \operatorname{tg}\beta' = \frac{\sin\beta'}{\sin\beta}$$

或

$$\operatorname{tg}\beta'' = \frac{\sin(\beta + \Delta\beta)}{\cos\beta}$$

图3是实际齿轮公称分度圆柱的展开示意图，虚线为公称齿向线，实线为实际齿向线，根据齿向误差的定义可写出

$$\Delta F_\beta = (\operatorname{tg}\beta'' - \operatorname{tg}\beta)b$$

$$\text{即 } \Delta F_\beta = b \left[\frac{\sin(\beta + \Delta\beta)}{\cos\beta} - \operatorname{tg}\beta \right]$$

上式展成 $\Delta\beta$ 的台劳级数并略去高次项得

$$\Delta F_\beta = b\Delta\beta$$

或

$$\Delta\beta = \frac{\Delta F_\beta}{b}$$

将式(15)代入式(14)便可得出差动挂轮比误差与齿向误差的关系

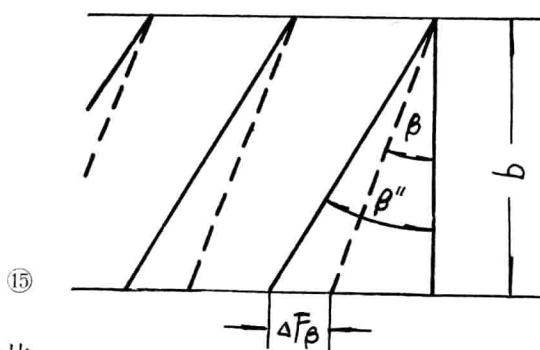


图3

*注 日本《精密机械》29卷11号(1963)

$$\Delta i_d = \frac{A_d \cos \beta}{m_n z_1} \quad (16)$$

上式不但适用于普通斜齿轮,同时也适用于大质数斜齿轮,因为将式(12)对 β 微分变少后也得同样结果。对普通斜齿轮,考虑到 $i_d = \frac{A_d \sin \beta}{m_n z_1}$ 上式还可改写成

$$\Delta i_d = i_d \operatorname{ctg} \beta \frac{\Delta F_\beta}{b} \quad (17)$$

齿向误差不但与挂轮比误差有关,同时还受毛坯端面跳动及机床几何精度等因素的影响,毛坯端面跳动的影响较为严重,通常已占去齿向公差的 $\frac{1}{2}$,所以计算挂轮比允许误差时建议取 $\Delta F_\beta = \frac{1}{4} F_\beta$ 。

有些文献给出的计算挂轮比允许误差的公式与上式有明显分歧,如两角宗睛*[4]给出的公式是

$$\frac{\Delta i_d}{i_d} = \operatorname{csc} \beta \cos^3 \beta \frac{\Delta F_\beta}{b}$$

与式(17)相差 $\cos^2 \beta$ 倍。这主要是它们在推导 $\Delta \beta$ 与 ΔF_β 的关系时没有注意到 β' 与 β'' 的微妙区别,从而得出了错误的结论,如Танн给出的公式

$$\Delta F_\beta = \Delta \beta \frac{b}{206 \cos^2 \beta}$$

与(15)就恰好差 $\cos^2 \beta$ 倍(式中206是考虑单位变换加上的)。至于公式(17)的正确性,业已由实验证实。

用无差动法滚切斜齿轮时,分度挂轮比往往也是近似的,将式(9a)对 β 微分得

$$\Delta i_i \approx \frac{A_i z_1 f \cos \beta}{m_n \pi z^2} \Delta \beta$$

利用式(15)变化后得

$$\Delta i_i = \frac{A_i z_1 f \cos \beta}{m_n \pi z^2} \frac{\Delta F_\beta}{b} \quad (18)$$

或

$$\Delta i_i = \frac{A_i z_1 f}{\pi z d} \frac{\Delta F_\beta}{b} \quad (18a)$$

以上是分度挂轮允差的计算公式,计算时仍取 $\Delta F_\beta = \frac{1}{4} F_\beta$ 。需要说明的是上式不但适用于无差动法,也适用于任何其他情况(包括 $\beta = 0$ 即直齿轮的情况)。如,用差动法加工斜齿轮时,如果分度挂轮比有误差,则可将 i_i 对 z 微分

$$\Delta i_i = \frac{A_i z_1}{z^2} \Delta z$$

齿数偏差在进给过程中将导致齿向的偏移,如图4,设工件每转由 Δz 引起的齿向偏移量为 $\Delta \tau$,则

$$\Delta \tau = m_n \pi \Delta z = \frac{m_n \pi}{\cos \beta} \Delta z$$

又, $\Delta \tau / \Delta F_\beta = f/b$

所以

$$\Delta z = \frac{f \cos \beta}{\pi m_n} \frac{\Delta F_\beta}{b}$$

代入上式得

与式(18)完全一样。

比较式(18)与式(16)可知,由于式(18)的分母有一项 z^2 ,分度挂轮比误差对齿向的影响要比差动挂轮比的影响严重的多,尤其是当齿数较多的情况。因此,无差动法滚切斜齿轮时,在选定分度挂轮后必须根据实际的挂轮比重新计算进给量并选配相应的挂轮。这样做的实质是把分度挂轮变成了准确挂轮,而把进给挂轮转化为近似挂轮。进给挂轮比误差对齿向的影响不如分度挂轮严重。将式(10)对 β 微分变化后可得

$$\Delta i_f = i_f \operatorname{ctg} \beta \frac{\Delta F_\beta}{b} \quad (19)$$

式(19)与式(17)在形式上完全相同,即进给挂轮对齿向的影响与差动挂轮有同样的数量级。

用补偿法加工大质数齿轮时,其挂轮的选配比较麻烦,因为 Δz 要用试算的方法确定。因此有人建议不用补偿法而用近似分度的方法加工。《金属切削手册》就将100~500间的大部分质数及其倍数的齿轮按小数第5位的精度配出了近似的分度挂轮列入表中,共220多组,供加工者选用。用式(18)验算可以发现,所推荐的数据没有一个可以使用。以在Y3150滚齿机加工101齿的齿轮为例,表中给的分度挂轮为 $93/40 \times 21/95 = 0.23763157$,而理论挂轮比为 $i_i = \frac{24 \times 1}{101} = 0.23762376$, $\Delta i_i = 0.0000078$ 。对 $m_n = 1\text{mm}$, $b = 15\text{mm}$ 的直齿轮若 $f = 0.2\text{mm/r}$,按式(18)计算, $\Delta F_\beta = 0.774\text{mm}$,实际加工的齿轮已变成螺旋角近 3° 的斜齿轮。如果注意到 Δi_i 对齿向的影响是与 z^2 成正比的话,其他各组数据的问题就无需进一步实验验证了。

四、简要结论

1、滚齿机虽然已普遍使用百余年,但对滚齿运动关系的认知至今还十分混乱,这主要是人们在分析滚齿运动关系和推导挂轮公式时过于自信和轻率,本文用谨慎的方法对滚齿的运动学进行了系统的分析,不但得出了正确的结论,而且也有利于在生产中统一认识,清除分歧。

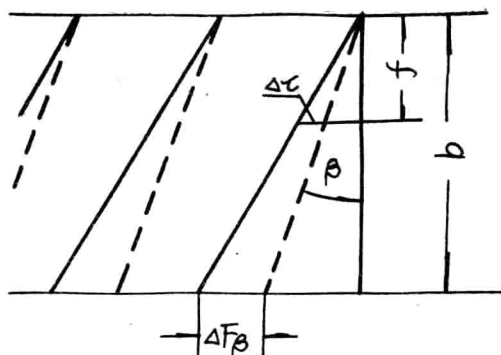


图4

2、滚齿的运动关系是唯一的，不论以工件旋转为基础计算还是以滚刀旋转为基础计算都应得出同样的结果。

3、有些文献给出的无差动法加工斜齿轮的挂轮公式和补偿法加工大质数斜齿轮的公式是错误的，在某些情况上会给生产带来严重的后果，必须予以纠正。

4、滚齿挂轮比误差所引起的工件螺旋角误差和齿向误差之间存在着一种微妙的关系，由于没有发现这一关系，某些文献给出的计算挂轮比允差的公式与实际相差 $\cos^2\beta$ 倍，用本文给出的公式则能得出正确的结果。

5、分度挂轮比误差对齿向误差的影响十分严重，以分度挂轮为近似挂轮很少达到预期的精度要求；不论加工直齿轮或斜齿轮都应避免采用。《金属切削手册》在滚齿机分度挂轮表中增补大于100的质数齿轮数据的作法是不适当的。

代渐开线磨齿法

重庆大学 梁锡昌

〔摘要〕本文采用较小基圆渐开线代替齿轮渐开线，创造出新的渐开线成形砂轮修正器。它的优点是能同时修砂轮两个齿面，能同时修基圆以下的非渐开线齿形部分，能磨修缘齿形，能共用基圆板，修正器结构简单。而为高效、经济的成形磨齿加工展示了新前景。

磨齿是淬火齿轮的主要精加工方法。是影响机器产品质量的关键之一。磨齿方法分为展成法与成形法两大类。从加工精度来说，由于展成法的展成运动链长，刚度差，展成机构重量大，被磨齿轮重量变动大，因而，所能达到的精度有限；而成形法的修正器尺寸小，可以加工到很高的精度，结构亦较简单，国外近年研究表明，成形法较展成法的精度高。此外，从生产效率来说，展成法加工时，工作台要往复多次才能包络出一个渐开线齿面；而成形法只要往复一次就能磨出一个齿槽，故成形法的效率要高数倍。而且，加工成本亦可降低数倍。

国内现场生产中，几乎都采用展成法。由于成本太高，限制了磨齿工艺在生产中的广泛应用。使生产的机器，传动效率差，寿命短，噪声大。因此，迫切要求创造效率高，成本低的新磨齿法。

既然成形法的优点多，为何生产中又不用呢？主要问题是成形砂轮修正器未获解决。虽然在这方面，近年作了大量研究，亦未找到实用的办法。图1示按渐开线形成原理的修正器，带有金刚笔4的滚动尺3经钢带2在基圆板1上滚动时，就可将砂轮修成渐开线形。为防止砂轮磨坏基圆板及钢带，齿轮根圆必须大于基圆，设若大2毫米时，对 $m4$ 的齿轮，齿数必须大于58，而没有生产意义。

目前国内生产采用的渐开线修正器，采用基圆板与砂轮在空间让开的双层结构。它的主要问题有：不能同时修砂轮的两个渐开线成形面；不能修齿形基圆以下的非渐开线段；结构复杂。故仅限于工具车间使用，而无法用于大量的齿轮产品生产。

本文发展了代渐开线磨齿法，利用较小直径的基圆板产生的渐开线代替齿轮渐开线，克服了上述缺陷、给成形磨齿加工展示了新的前景。

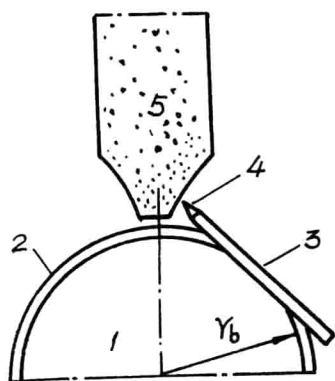


图1

一、方法说明

设在坐标系 oxy 中(图2)，欲磨齿轮的中心为 O ，顶圆半径为 r_a ，根圆半径为 r_f ，基圆半径为 r_b ，齿轮渐开线段为 AB 。

设修正器代用基圆半径为 r_{b0} ，基圆板中心为 O_1 ，在坐标系 O_1XY 中，它所产生的渐开线为CED。渐开线起点C为Y轴与基圆 r_{b0} 的交点。我们知道，渐开线CD的曲率半径是愈往外愈大。AB亦具同一特性。设想把CD线沿着AB线滑动，总能找到一个位置，使CD最接近AB。假设图2就是两者最接近的位置。由图看出，这时的代用基圆坐标系 O_1XY 相对于齿轮坐标系 oxy 作了一次平移及一次旋转。这里，水平移位为 a ，垂直移位为 b ，旋转角为 β 。

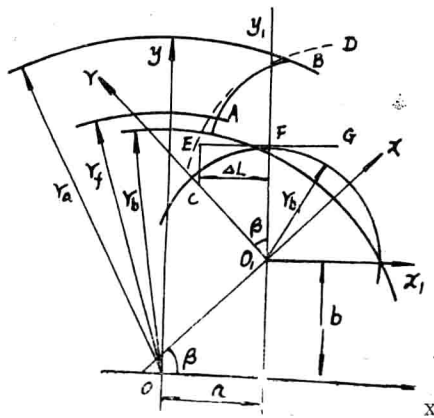


图 2

在加工某给定齿轮时，渐开线段AB是已知的。设代用基圆半径 r_{b0} 已选定，则只要能求出CD最接近AB的 a 、 b 及 β 值，就能计算出CD与AB的代替误差及砂轮与基圆板的间隙，从而判断其可行性。

二、优 化 计 算

这里的已知条件为：模数 m ，齿数 z 压力角 α ，变位系数 ξ ，齿侧间隙 ΔS ，代用基圆半径 r_{b0} 欲求调整参数为 a 、 b 及 β 。

在建立优化模型时，首先应将齿轮渐开线AB数字化为由 n 个坐标点组成的数组 (x_i, y_i) ，

$$\begin{cases} x_i = r_b [\sin(\phi + \omega_0) - \phi \cos(\phi + \omega_0)] \\ y_i = r_b [\cos(\phi + \omega_0) + \phi \sin(\phi + \omega_0)] \end{cases} \quad (1)$$

式中 ϕ 为渐开线的展开角， ω_0 为基圆齿间中心半角。

设想坐标平移及旋转值 a 、 b 及 β 已经求出。就可将渐开线AB的坐标转换到代用基圆坐标系 O_1XY 中去，得坐标系组 (X_i, Y_i) ，

$$\begin{cases} X_i = (x_i - a) \cos \beta + (y_i - b) \sin \beta \\ Y_i = (y_i - b) \cos \beta - (x_i - a) \sin \beta \end{cases} \quad (2)$$

在代用基圆坐标系 O_1XY 中(图3)，渐开线CD的方程为：

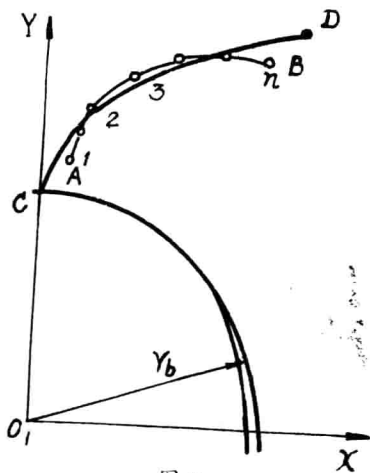


图 3

$$\sin \sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{r_{b0}^2}} - 1 - \sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{r_{b0}^2}} - 1 \cos \sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{r_{b0}^2}} - 1 - \frac{X}{r_{b0}} = 0 \quad (3)$$

此时, 齿轮渐开线AB由1、2、……n个坐标点代表。设第1点(X_1, Y_1)在CD线上, 则代入(3)式后, $f(X_1, Y_1) = 0$ 。设第2点(X_2, Y_2)不在CD线上, 则代入(3)式后, 得 $f(X_2, Y_2) \neq 0$, 其值 $\varepsilon_2 = f(X_2, Y_2)$, 表示第2点的误差。由此求出n个点的误差 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ 。总误差 ε 为各点误差的平方和,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\sin \sqrt{\frac{X_i^2 + Y_i^2}{r_{b0}^2}} - 1 - \sqrt{\frac{X_i^2 + Y_i^2}{r_{b0}^2}} - 1 \cos \sqrt{\frac{X_i^2 + Y_i^2}{r_{b0}^2}} - 1 - \frac{X_i}{r_{b0}} \right)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

当a, b及 β 的值改变时, ε 的值随着变化, 当a, b及 β 为最优值时, 误差 ε 为极小值, 此时, 代用渐开线最接近AB。

此处, 由图2得到, 代用渐开线CD也可由坐标系 $O r_{x_1} y_1$ 中, 增长了 Δl 的滚动尺EFG产生。这里 $\Delta l = EF = r_{b0} \beta$, 也就是说, 可由伸长金刚笔 Δl 代替转角 β , 而不需要转角参数。这就使修正器结构简化。而目标函数变为,

$$\varepsilon = f(a, b, \Delta l) \quad (5)$$

在电子计算机上, 利用最优化方法来寻查调整参数a, b及 Δl 。

表 1

序 号	齿 轮			参 数			代用基圆参数		调 整 参 数			公 差		精 度
	模数	齿数	压力角	变位 系数	齿侧 间隙	基圆半径	半 径	基圆比	水平移位	垂直移位	伸出量	f_t	ε	
1	2	35	20	0	0	32.889	30	1.10	1.121	2.691	0.153	8	4.76	0.50
2	2	70	20	0	0	65.778	60	1.10	2.097	5.392	1.647	9	0.50	0.05
3	4	35	20	0	0	65.778	67.1	0.98	-0.509	-1.234	-2.488	11	2.54	0.23
4	4	70	20	0	0	131.557	120	1.10	4.194	10.785	3.295	11	1.01	0.09
5	4	50	20	0.1	0.05	92.388	84	1.10	3.437	7.667	2.749	11	1.13	0.10
6	6	35	20	0	0	98.667	97	1.02	0.639	1.557	-2.308	11	2.93	0.26
7	4	50	20	0	0	93.966	96.9	0.97	-1.088	-2.730	-2.663	11	0.89	0.08
8	4	50	20	0	0	93.969	85.4	1.10	3.180	7.984	1.696	11	2.52	0.23
9	2	17	20	0	0	15.975	14.5	1.10	0.639	1.348	-0.584	8	3.90	0.48
10	2	25	20	0	0	23.492	21.4	1.10	0.848	1.939	-0.262	8	5.60	0.70
11	2	50	20	0	0	46.985	42.7	1.10	1.590	3.992	0.848	8	1.26	0.15
12	2	100	20	0	0	93.969	85.7	1.10	3.058	8.010	3.050	9	0.23	0.02
13	4	100	20	0	0	187.938	170.8	1.10	6.117	16.020	6.100	11	0.45	0.04
14	4	50	20	0	0	93.669	78.3	1.20	5.805	14.601	4.377	11	4.46	0.40
15	6	50	20	0	0	140.954	128.1	1.10	4.770	11.976	2.543	11	3.78	0.34
16	6	70	20	0	0	197.335	179.4	1.10	6.509	16.737	5.165	12	1.57	0.13
17	6	100	20	0	0	281.908	256.3	1.10	9.140	23.937	9.113	12	0.68	0.05

三、计 算 结 果

计算出一些齿轮的调整参数及误差如表 1 所示。表中的基圆比 $\phi = r_b/r_{b0}$ ，误差系数 k 为计算误差 e 与 6 级齿形公差 f_r 之比。

图 4 示 $m4$ 齿轮的误差系数 k 与基圆比 ϕ 的关系。当代用基圆与设计基圆差别愈大时，

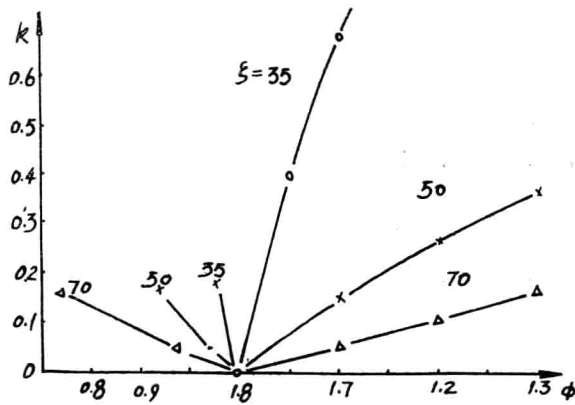


图 4

逼近误差将增大。故在保证砂轮与基圆有一定的间隙的条件下，应尽量使代用基圆接近计基圆。由图亦示出齿数愈少时，代用误差愈大。此外，有时还可用较大的基圆代替设计基圆。

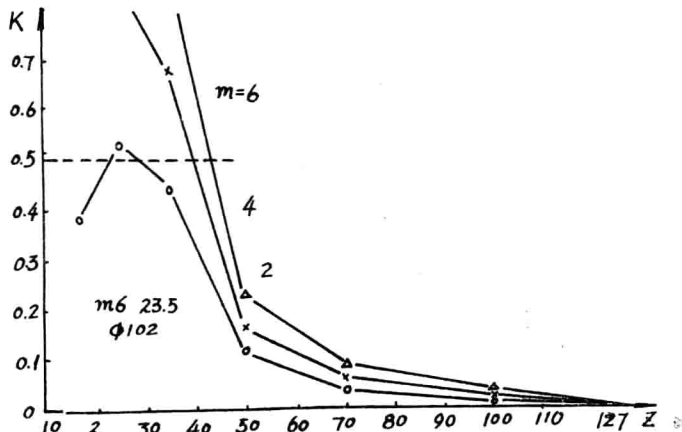


图 5

图 5 示齿轮齿数及模数对计算误差的影响。图中曲线是按 $\phi = 1.1$ 作出的。由图看出，齿数对误差影响很大。当 $z > 50$ 后，计算误差极小。当 $z = 25$ 时，由于根圆接近基圆，渐开线起始段的曲率半径变化很快，使代替曲线难于逼近，计算误差最大。这时应使代替基圆尽量接近设计基圆，以减小误差。

模数增大后，渐开线长度增大，误差亦将增大。

四、试 验

接图 2 原理设计的代渐开线修形器如图 6 所示。当滚动尺 3 绕基圆板 2 滚动时，金刚笔 1 将砂轮修成代渐开线形。滚动运动是由转动手把 8 经钢丝 7 带动滚动尺 3 实现的。为防止滚动尺在基圆板上滑动，而装有钢带 11，它的中段经螺钉 13 固定在滚动尺上。它的一端固定在

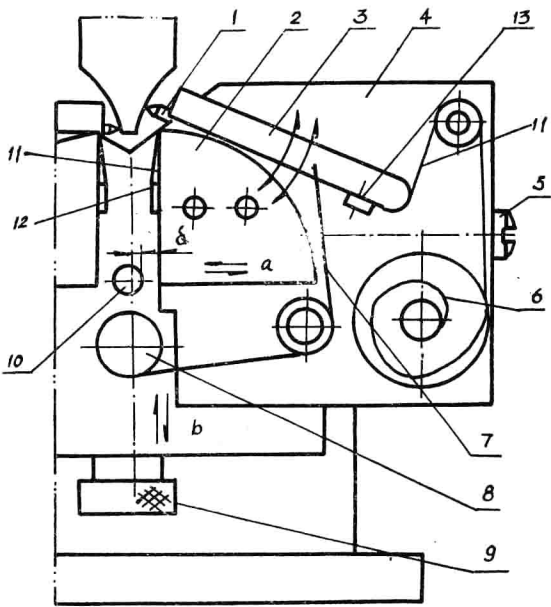


图 6

在基圆板的支板 12 上。另一端与平面弹簧 6 连接。钢带由 12 绕过基圆板，贴着滚动尺底面，再绕过滚轮，而被弹簧 6 张紧。当手把顺时针转动时，由钢丝 7 带动滚动尺作顺时针滚动，修正砂轮。放松手把时，由弹簧 6 使滚动尺作逆时针滚动，再修正砂轮。基圆板的水平移位 a 用块规测量中心销 10 与板 4 的间隙，调动丝杆 5 实现。垂直移位 b ，由转动螺帽 9 经丝杆实现。

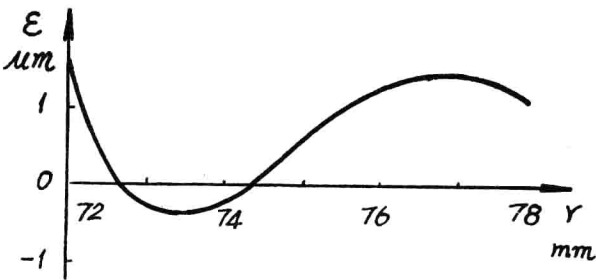


图 7