

高频线性电子电路

二系 高频电路 教研室编
网络理论

1979.5.

前 言

高频电子电路是无线电通信专业的技术基础课。其主要先修课程为高等数学、电路与信号分析、低频电子电路和网络。

本课程主要内容为：已调信号分析、晶体管及场效应管高频等效电路、宽频带放大、谐振放大、噪声、振荡、调制、解调、倍频、混频以及自动控制技术等。全书分为两部分，第一部分为《高频线性电子电路》，第二部分为《高频非线性电子电路》。

为了培养学生的独立工作能力，能系统地掌握高频电子电路，本书加强了一般的分析方法。在本书线性电路部分，试图将理论网络化。第二章专门讲述分析线性电子电路所必备的网络知识及基带信号通过线性电路的失真。第三章则对无源基本网络函数作了分析。考虑到稳定性是有源电路中的一个重要问题，故专设一章讨论反馈放大器的稳定性。非线性电子电路部分也有专门章节讲述非线性电子电路的一般分析方法。讲述各种电路的章节，则力求引用一般分析方法中的结果进行分析。高频电子电路的种类繁多，书中不可能面面俱到，逐一介绍，只是就若干典型电路进行分析，力求讲清基本概念和基本分析方法，希望使学生通过对这些典型电路的分析，能达到举一反三的目的。

本书包括晶体管（即一般所谓的双极晶体管）和场效应管电路，而以晶体管电路为主。对场效应管电路，着重讲述其与晶体管电路不同之点。

本课程所指“高频”限于电路元件和有源器件可用集中参量表示的频率范围。因此各种典型电路的理论分析均未考虑分布参量的影响。在这个前提下，为了突出主要矛盾，有些电路采用了近似计算，但是这种近似计算也是满足工程设计的要求的。然而不论什么原因，当电路表现出分布参量特性时，则计算结果就会出现较大误差，这时就要依靠在基本概念指导下的实际调测来改变电路的特性。因此本书在结合理论分析的同时，力求突出基本概念。

鉴于本课程为无线电通信专业的公共技术基础课，因此本书内容仅限于无线电通信设备中的基本单元电路，在深度方面仅限于基本电路本身的一些工作原理与计算考虑。有关涉及专用设备对基本单元电路提出的特殊要求或专用设备中的特殊电路以及设备总体方面的电路知识，留待有关专业课程中解决。

模拟电路的集成化，是一个发展方向，考虑到目前国内的具体情况，以及分立元件电路是集成电路的基础等因素。本书大部分篇幅用于讲述分立元件电路，但集成电路也占有一定地位。

考虑到本书的系统性和培养学生自学能力的需要，本书编入的内容并非全部需要在课堂上讲授。有些内容是为了便于和先修课程衔接方便而编入的，例如第一章中基带信号的分析，另有一些是属于学生自学的内容，例如某些计算举例，可以在讲授完基本理论后，让学生自己去看；某些较深入的内容，则是为了便于参考而写进去的。此外，为了精讲多练，将某些可以触类旁通而又必须了解的内容安排在习题中。

目 录

第一章 通信系统和信号

§ 1 通信系统	(1)
1—1 引言	(1)
1—2 模拟通信系统	(3)
1—3 数字通信系统	(4)
1—4 通信系统的质量指标	(4)
§ 2 通信系统中的信号	(5)
2—1 引言	(5)
2—2 周期性信号及其频谱	(5)
2—3 非周期性信号及其频谱	(9)
§ 3 已调信号及其频谱	(22)
3—1 调幅信号及其频谱	(23)
3—2 调角信号及其频谱	(34)
3—3 脉冲调制信号及其频谱	(47)
3—4 各种已调信号的比较	(51)

第二章 基带信号通过线性系统的失真

§ 1 网络函数	(55)
1—1 网络函数的分类	(55)
1—2 网络函数的表示式	(56)
1—3 基本网络函数	(60)
§ 2 网络函数特性的分析方法和基本网络函数的特性	(63)
2—1 简谐波激励时的频域特性分析法	(64)
2—2 基本网络函数的频域特性	(65)
2—3 方波激励时的时域特性分析法和基本网络函数的短时间时域特性	(75)
§ 3 基带信号通过线性网络的失真	(79)
3—1 理想传输特性	(79)
3—2 瞬态失真, 稳态失真和其参量	(81)
3—3 瞬态失真参量和稳态失真参量之间的关系	(84)
§ 4 理想传输特性的近似	(87)
4—1 理想幅频特性的近似	(87)

4-2	勃脱瓦兹(Butterworth)网络函数	(90)
4-3	理想相频特性的近似	(95)
4-4	汤姆逊(Thomson)网络函数	(97)
4-5	幅频特性和相频特性的综合考虑	(102)

第三章 无源基本网络的分析和特性

§ 1	RC 和 RL 电路	(108)
1-1	低通 RC 单时间常数电路	(108)
1-2	多级低通 RC 单时间常数电路的级联	(110)
1-3	低通多电容梯形网络的传输函数及其近似	(114)
1-4	高通网络	(121)
1-5	RL 网络	(125)
1-6	$RC(RL)$ 网络传输函数的近似分解	(126)
§ 2	单振荡回路	(129)
2-1	串联振荡回路和并联振荡回路的基本概念和对偶关系	(129)
2-2	单振荡回路的三种传输函数和特点	(132)
2-3	单振荡回路的窄带带通特性	(133)
2-4	复杂形式的单振荡回路阻抗变换	(136)
§ 3	双振荡回路	(148)
3-1	双振荡回路的基本形和特性	(148)
3-2	双振荡回路频率特性的定量分析	(150)
3-3	双振荡回路的耦合理论和实用形式	(156)
3-4	小结	(164)
3-5	双振荡回路的实用电路设计	(165)
§ 4	多级振荡回路和多振荡回路	(168)
4-1	多级振荡回路	(168)
4-2	多振荡回路	(172)

第四章 有源器件小信号高频等效电路

§ 1	引言	(174)
§ 2	有源器件的小信号四端网络参量的等效电路	(174)
2-1	y 参量的等效电路	(175)
2-2	z 参量的等效电路	(176)
2-3	h 参量的等效电路	(177)
2-4	g 参量的等效电路	(177)
§ 3	晶体三极管的小信号高频等效电路	(178)
3-1	晶体三极管共基极小信号高频 T 型等效电路	(180)

3-2	晶体三极管共发射极小信号高频混合 π 型等效电路	(183)
3-3	用混合 π 型参量表示的 y 参量	(186)
§ 4	场效应晶体管的小信号高频等效电路	(188)
4-1	场效应晶体管的内部物理现象	(188)
4-2	MOS 场效应晶体管的小信号高频等效电路	(190)
4-3	场效应晶体管小信号高频等效电路参量的测量	(190)

第五章 宽频带放大器

§ 1	单管放大级的高频特性	(193)
1-1	共发射极和共源极放大级的高频特性	(193)
1-2	共集电极和共漏极放大级的高频特性	(206)
1-3	共基极和共栅极放大级的高频特性	(213)
§ 2	混合连接放大器	(219)
2-1	共射—共射两极放大器的高频特性	(220)
2-2	共射—共基两级放大器的高频特性	(223)
2-3	共射—共集两级放大器的高频特性	(225)
§ 3	负反馈宽频带放大器	(227)
3-1	四种典型反馈电路的分析方法	(227)
3-2	负反馈对放大器高频特性的影响	(234)
3-3	电流反馈串联电路的高频特性	(236)
3-4	电压反馈并联电路的高频特性	(242)
3-5	电流反馈并联电路的高频特性	(246)
3-6	电压反馈串联电路的高频特性	(253)
§ 4	高频特性的补偿	(258)
4-1	简单的两端网络补偿法	(259)
4-2	四端网络补偿法	(260)
§ 5	集成宽频带放大器简介	(262)
§ 6	多级放大器	(264)
6-1	中间的多级放大器	(264)
6-2	输入级的特殊考虑	(267)
6-3	输出级的特殊考虑	(267)

第六章 反馈放大器的稳定性

§ 1	自激的理论和判别法	(273)
1-1	自激的理论	(273)
1-2	特征方程求根判别法	(275)
1-3	霍尔维茨(Hurwitz) 多项式和霍尔维茨判别法	(275)

1—4 奈奎斯特(Nyquist)判别法	(277)
§2 自激的防止	(279)
2—1 奈奎斯特图的禁区和安全边界	(279)
2—2 突出主极点(或多宽一窄)法	(280)
2—3 简单校正法	(282)
2—4 波特(Bode)理想切割曲线和校正法	(294)

第七章 线性谐振放大器

§1 晶体管共射极线性谐振放大器	(296)
1—1 电路简述	(297)
1—2 内反馈与中和	(297)
1—3 谐振放大系数	(301)
1—4 中和不完善时的放大特性	(302)
1—5 最大容许增益	(304)
1—6 晶体管及负载与振荡回路的连接	(307)
1—7 极限工作频率	(310)
§2 级联线性谐振放大器	(312)
2—1 共射—共基电路	(312)
2—2 共集—共基电路	(313)
§3 宽带放大器加集中滤波的选频放大器	(315)
§4 集成化选频放大器	(316)
§5 线性谐振多级放大器的设计计算	(318)
5—1 一般考虑	(318)
5—2 计算举例	(320)

第八章 已调波信号通过线性电路的失真

§1 几个失真的表示方法	(330)
1—1 群时延	(330)
1—2 微分增益	(331)
1—3 微分相位	(333)
§2 已调波通过线性系统的线性失真与解调信号失真的关系	(333)
2—1 单一频率调制信号调幅波的失真	(333)
2—2 多频调制信号调幅波的失真	(338)
2—3 脉冲调制信号调幅波的失真	(340)
2—4 平衡调幅波的失真	(346)
§3 调频波通过线性系统的线性失真与解调信号的失真的关系	(346)
3—1 调频信号传输系统线性失真与解调信号失真关系的研究方法	(346)

3—2	用瞬时频率法分析调频波线性失真与解调信号失真的关系	(347)
3—3	用付里叶法分析调频波线性失真与解调信号失真的关系	(348)
3—4	调频波通过幅频特性不平坦的传输系统, 经理想解调器解调时, 解调信号的失真	(354)

第九章 放大器的噪声

§ 1	引言	(356)
§ 2	起伏噪声的成因	(357)
2—1	电阻的热噪声和噪声等效电路	(357)
2—2	阻抗的热噪声	(357)
2—3	晶体三极管的噪声和噪声等效电路	(358)
2—4	场效应晶体管的噪声和噪声等效电路	(360)
§ 3	放大器的噪声系数	(361)
§ 4	晶体三极管共发射极放大器的噪声系数	(364)
§ 5	场效应晶体管共源放大器的噪声系数	(368)
§ 6	晶体三极管共发射极放大器噪声系数的计算	(371)

第一章 通信系统和信号

§ 1 通信系统

1-1 引言

通信的方法很多可以说数不胜数。人们对面交谈就是一种最简单的通信方法。交谈是在互通消息，而消息是通过声音表达的，因此声音称为信号。声音通过空气传到对方，其传送的途径称为信道。对方听到声音后获得消息，完成了互通消息的过程，也就构成了一个通信系统。

这种简单的通信方法远远不能满足近代通信的要求。因为只用声音不能表达复杂的消息，并且也受到距离的限制。目前，从消息的种类来看，除声音、文字、图象、数码等外，甚至出现彩色活动图象；从通信的距离来看，除洲际通信以外，已经发展到星际通信；从通信的对象来看，除人与人之间的通信以外，出现了机器与机器之间的通信。为了满足这些要求，近代通信大量使用了电通信的方式——电信系统，并且正在向着更先进的通信方式——光通信系统发展。

电信系统的一般构成方法可以用图 1-1-1 的通信系统模式描述。图中信源就是消息

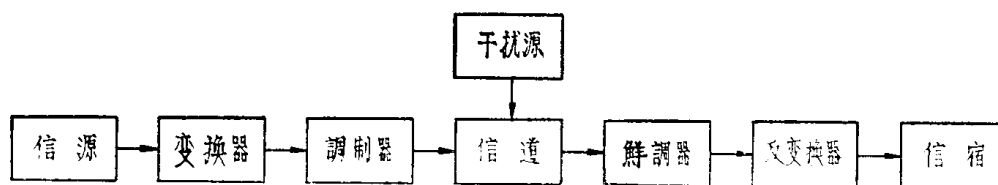


图 1-1-1 通信系统的模式

源。变换器将信源发出的消息变为电信号。但是这种电信号往往不能直接利用信道传送，还须进行调制。调制器改变了电信号的频率或其他性能，产生已调制的电信号，使它适合于信道传送。信源、变换器、调制器属于通信系统的发送端。解调器将信道传来的已调制的电信号进行处理，从而恢复出调制前的电信号。反变换器再将电信号变为原来的消息，并送至消息的接受者信宿。解调器、反变换器、信宿属于通信系统的接收端。实际的电信系统中不可避免地会受到干扰。干扰可能从任意部位侵入，但是我们通常将一切干扰折合成信道干扰，而以干扰源的形式影响信道。

电信道是利用电磁波的传播来传送电信号的。电磁波的传播有两种方式，一种是沿导体传播，如架空明线、电缆、波导管等，称为有线电信道。另一种是在自由空间传播，称为无线电信道。由无线电信道构成的通信系统称为无线电通信系统。

我们以电话通信为例，说明无线电通信系统的主要组成部分。此时，无线电话发送设备

的方框图如图 1—1—2 所示。无线电话接收设备的方框图示于图 1—1—3，

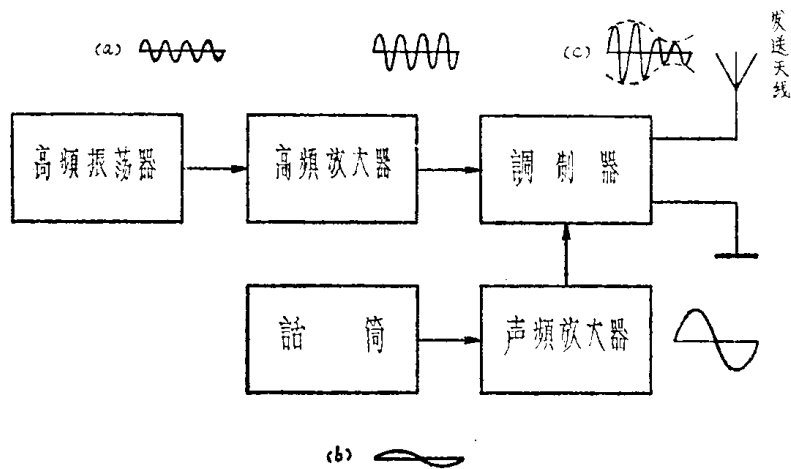


图 1—1—2 无线电话发送设备方框图

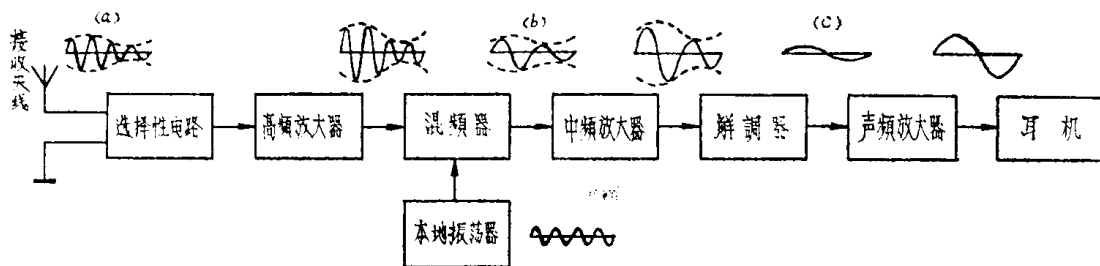


图 1—1—3 无线电话接收设备方框图

无线电话发送设备的主要组成部分包括高频振荡器，它产生如图 1—1—2, *a* 所示的高频正弦信号。高频信号经高频放大器放大后加于调制器。话筒将声音变为声频电信号，图 1—1—2, *b*，为了简单以单音的声频正弦信号为例，声频信号经声频放大器放大后也加于调制器。调制器基本上是一个高频放大器，它在放大高频信号的同时，还使声频信号控制高频信号的某一参量，从而产生已调制的高频信号。如控制高频信号幅度时则产生调幅信号，如图 1—1—2, *c* 所示。发送天线将已调制的高频信号转换为相应的电磁波辐射到自由空间中去。

无线电话接收设备的主要组成部分包括接收天线，它接受自由空间传播来的电磁波以后将它转换为已调制的高频信号。但是接收天线同时接受了许多不同发送设备发出的无线电信号——已调制的高频信号，所以要用选择性电路将所要接收的已调制的高频信号选出。选出后的信号常常是十分微弱的，如图 1—1—3, *a* 示出的调幅信号。因此必须放大，然后送入解调器。解调器从已调制的高频信号中解调出声频信号。图 1—1—3, *c* 示出这一过程。解调后得出的声频信号经声频放大器放大后加于耳机就可以发出所传送的声音。但是在无线电话接收设备中还有混频器、本地振荡器和中频放大器，它们是用以降低已调制的高频信号的频率为较低的中频频率，如图 1—1—3, *b* 所示。然后再一次由中频放大器放大后再解调。采用这三部分可以改善无线电接收设备的性能，其理由将在以后加以阐述。

上述无线电通信系统中，除声频范围以外的主要组成部分都属于高频电子电路课程的内容。

信源输出的消息是十分复杂的，但是可以分为离散的消息和连续的消息。离散的消息是

用一系列符号表示的消息，如图 1—1—4 所示。有时有符号存在，有时就没有，然后在时间轴上依次排列起来成为一系列符号。符号在时间上是不连续的，所以是离散的消息。早期离散消息如莫尔斯电码。它是用短的符号作为“点”，长的符号作为“划”各符号之间有间隔，然后依靠不同的“点”“划”组合表示不同的消息——字母或数字。此时，变换器是人工控制的电键——

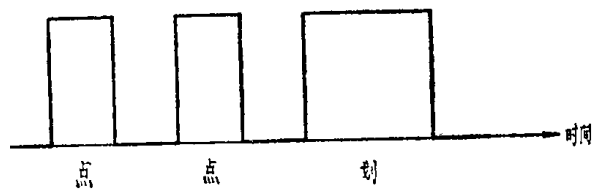


图 1—1—4 离散的消息

电的开关。通过电键控制电路的通断，将符号组成的字母或数字变为电信号——电压或电流的时断时续的脉冲序列，它是离散的信号。这种传送文字消息的通信方式称为莫尔斯电报。后来为了避免人工直接控制电键引起的差错和提高单位时间内传送符号的数目。出现了电打字机等电报通信方式。

近代数字电子计算机之间的通信，也是传送离散的消息——数字，只不过单位时间内传送的符号很多而已。一般不再称为电报通信系统，而称为数字通信系统。

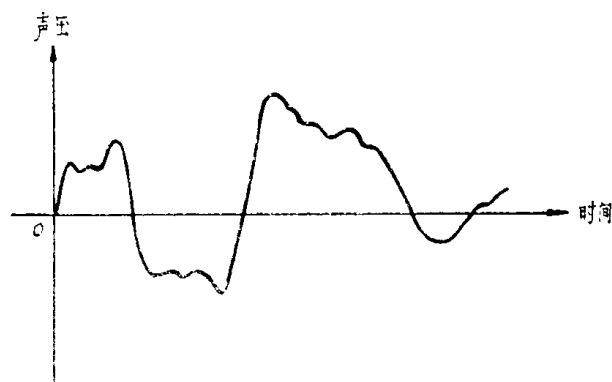


图 1—1—5 连续的消息——声音

连续的消息是时间的连续函数。声音就是连续的消息。它可以用声压对时间的函数表示。图 1—1—5 是代表一句话或一段音乐的声压对时间的曲线。这种传送声音消息的通信方式，例如电话。电话通信系统的变换器是话筒，它将声音消息转变为电信号——随时间连续变化的电压或电流，它是连续的信号，又称为模拟信号，因为它是模拟原有消息的，所以通常称这种通信系统为模拟通信系统。

离散信号传送时有很多优点，它的抗干扰性强；信号又可以再生，这样就可以避免噪声的累积。所以近代通信出现了将连续信号转换为离散的数字信号来传送。这种技术措施称为模拟信号的数字化，它现在已成为一种很好的通信方式。

连续的消息除声音以外还有静止和活动的图象——黑白或彩色的。

显而易见，传送离散消息和连续消息的方法有所不同，影响通信质量的因素也不完全一样，所以需要分别进行讨论。

1—2 模拟通信系统

模拟通信系统包括传送电话、传真、黑白和彩色电视等消息的通信系统，这些消息都是连续的。

电话通信系统的信源是人的“口腔”发出的声音。变换器是话筒，它将声音转变为电信号——通常称为原始信号。原始信号经过调制、信道传输和解调后传送到反变换器。反变换器是耳机，它将原始信号恢复为声音，而信宿是人的“耳朵”。

我们要求话筒和耳机的模拟效果好，即要高效率不失真地完成消息的变换和反变换任务。怎样体会模拟效果的好坏呢？例如话筒输出的原始信号要尽可能的强一些，电压和电流

随时间变化的波形要和图 1—1—5 所示的声压随时间变化的曲线一样。实际上，因为信宿是人的耳朵，以耳朵的听觉特性来看，频率高于 15000 赫以上的声音是听不见的。尤其是电话通信时传送的是语言。我们只须听懂语言的含义和听出是谁在讲话就可以了。这样对话筒模拟特性的要求就低得多了。实践证明，这时所传送的原始信号的频率范围只须 300~3000 赫就可以了。近代研究证明，上述语言的频率范围还可以压缩，即所谓的频率压缩技术。这样在多路通信时可以使更多的电话信号通过同样的信道，提高了通信的效率。

传真、黑白和彩色电视等的通信系统，信源是静止或活动的图象。信宿是人的“眼睛”，这里也要充分地利用眼睛的视觉特性。这种通信系统的变换器和反变换器要复杂得多。但是变换器的作用仍是模拟原有消息，致于怎样模拟等更具体的一些问题，则留待有关专门课程去解决。

总之，模拟通信系统是依靠“模拟”这一特点来传送连续的消息。最后接收消息的信宿往往是人的耳朵或眼睛，只要能满足耳朵的听觉，眼睛的视觉要求，利用模拟特点变换原有消息为电信号（或相反）的方法是多种多样的。因此，我们要想使通信系统的质量更好，可以探索的途径是很多的。

1—3 数字通信系统

数字通信系统有二个分支，一是数据通信系统，另一个是模拟信号数字化的通信系统。

数据通信系统是由电报通信发展起来的。早期的莫尔斯电报是由人工用电键控制电路的通断拍发的。电键按下的时间有短有长，因此在电键控制的电路中产生持续时间不同的电压或电流脉冲。持续时间短的称为“点”，时间长的称为“划”。不同的字母（标点）或数字是由不同数目的点、划组成。

莫尔斯电码的符号有长有短，故称为不均匀电码。这在人工拍发和抄收的情况下，它容易区分。但是在近代机器和机器之间通信时反而不便，它用的是均匀电码，也就是每个符号占用的时间相同，且多为二进制（即每个符号只有两种状态——有或无）。它是用符号的不同组合表示不同的消息内容。从设备上来看已脱离电报通信的方式，故称为数据通信了。

模拟信号数字化的通信系统所传送的消息是模拟信号，但是在传送以前先要将连续的模拟信号变为离散的数字信号。例如信号及电路分析课程中所介绍的脉码调制制式，它利用抽样、量化、编码等方法将模拟信号变为二进制的数字信号。然后利用数字通信系统进行传送。在通信系统的接收端得到数字信号后再经过译码、低通滤波器等过程再还原出所传送的模拟信号。这样既传送了模拟信号又发挥了离散信号传送时的优点。虽然设备复杂了，但考虑到多路通信时，时分多路通信的设备是比较简单的，所以现在已成为一种很好的通信方式。

1—4 通信系统的质量指标

通信系统的质量问题概括地说，可以分为两方面。一方面是我们总是希望在一定的时间内传送的消息越多越好，也就是通信效率的问题；另一方面是在通信设备不够理想和存在干扰的情况下，如何不失真地传送消息，也就是通信的可靠性问题。但是在通信效率和通信可靠性之间存在着矛盾。一般采用的方法是在满足一定的通信可靠性的基础上尽量提高通信的效率。因此我们今后研究通信系统时会经常遇到通信效率和通信可靠性的问题以及它们之

间的矛盾。显然，不同的通信系统在这两方面的要求也不一样。

模拟通信系统中，传送的是连续的原始信号。原始信号的波形模拟了消息的形态。即传送的是取值连续变化的某个电参量。这时，要求这种通信系统在同一信道和单位频带内传送更多的原始信号。于是出现了原始信号的频率范围限定、多路化和频带压缩等措施；还要求接收端能够不失真地复现原消息的形态，衡量标准是失真系数和输出信号、噪声比等。因此模拟通信系统的基本问题是连续信号波形的参量估值问题，它的理论基础是参量估值理论。

数字通信系统中，传送的是离散的原始信号，也就是一系列符号中某一符号存在与否的离散值。这时要求通信系统在单位时间内要传送更多的符号。目前，每一符号的持续时间已经短促到毫微秒级；还要求接收端能够在一定干扰存在的情况下，正确判决当时发出的是哪一个离散值。至于复现的原始信号波形则不重要，只要不影响上述判决就没关系。因此，数字通信系统的基本问题是错误判决的概率，即出现错误符号的概率，它的理论基础是统计判决理论。

§ 2 通信系统中的信号

2-1 引言

无线电通信时需要将欲传送的消息——声音、文字、图象、数据等——转换为相应变化的电压或电流，这种变化着的电压或电流称为原始信号，或简称为信号。

由于消息是各式各样的，所以由消息转换而成的原始信号也就十分复杂了。为了分析信号的特性，通常将信号分为规则信号和不规则信号。规则信号的电压或电流是一个确定的时间函数，当给定某一时间值时，函数有确定的数值。不规则信号的电压或电流，则不是一个确定的时间函数，当给定某一时间值时，其电压或电流的数值并不确定，通常只知道它取某一数值的概率，所以不规则信号是一个随机过程。规则信号可以应用付里叶分析法分析。不规则信号则需要利用概率和统计的方法分析，本节将不涉及。

规则信号又可分为周期性信号和非周期性信号。周期性信号的电压或电流是一个周期性的时间函数。非周期性信号的电压或电流是单一的脉动变化，不是周期性的时间函数。

2-2 周期性信号及其频谱

周期性信号的电压或电流是一个周期性的时间函数，如图 1-2-1 所示。它满足

$$f(t) = f(t + nT) \quad (1-2-1)$$

的关系，式中 n 是任意整数， T 是重复周期。

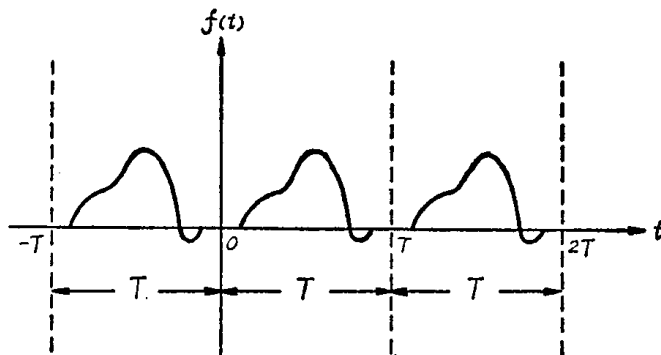


图 1-2-1 周期性信号

最简单的周期性信号就是正弦信号，但是一般的周期性信号都不是幅度随时间按正弦规律变化的正弦信号。非正弦的周期性函数，在满足狄里赫利条件时，可以展开为付里叶级数的形式。付里叶级数的各项代表周期性信号的各次谐波，而周期性信号可视为各次谐波之和。

1. 付里叶级数的表示式及其意义

周期性信号可以展开为付里叶级数，三角形式的付里叶级数为

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t) \quad (1-2-2)$$

式中，函数 $f(t)$ 代表周期性信号， $\Omega = 2\pi F = \frac{2\pi}{T}$ ， Ω 是基波角频率， F 是基波频率。系数 a_0 、 a_n 、 b_n 可分别由下列各式求出。

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \quad (1-2-3, a)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\Omega t dt \quad (1-2-3, b)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\Omega t dt \quad (1-2-3, c)$$

式(1-2-2)还可以归并为

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos (n\Omega t + \Phi_n) \quad (1-2-4)$$

式中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (1-2-5, a)$$

$$\Phi_n = -\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right) \quad (1-2-5, b)$$

指数形式的付里叶级数为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\Omega t}, \quad (1-2-6)$$

系数 F_n 可由下式求出

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt \quad (1-2-7)$$

式中， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ 。

三角形式的付里叶级数和指数形式的付里叶级数的系数之间有如下关系

$$a_0 = F_0 \quad (1-2-8, a)$$

$$a_n = F_n + F_{-n} \quad (1-2-8, b)$$

$$b_n = j(F_n - F_{-n}) \quad (1-2-8, c)$$

$$F_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) \quad (1-2-8, d)$$

式(1-2-4)示出,任何周期性信号,只要满足狄里赫利条件,就可以分解为直流分量和许多正弦(或余弦)分量之和,这些正弦分量的频率是基波频率 F 的整数倍,即谐波。各次谐波的幅度和相位决定于原周期性信号的性质。

式(1-2-5)示出,各次谐波的幅度 A_n 和相位 ϕ_n 都是 $n\Omega$ 的函数。 A_n 和 ϕ_n 对 $n\Omega$ 的函数关系即周期性信号的幅度频谱和相位频谱。因此,如果给定周期性信号,就可求出它的频谱。反之,如果频谱为已知时,就可以求出相应的周期性函数。

周期性信号的付里叶级数展开式使用式(1-2-6)(1-2-7)的指数形式时将得出复数频谱。由于上式中不仅包括 $n\Omega$ 项,而且还包括 $-n\Omega$ 项,所以复数频谱对纵轴是对称的,而且每一谱线的长度等于 $\frac{1}{2}A_n$ 。这两种频谱实质上是一样的,其不同之处仅在于:三角形形式付

里叶级数展开式得出的频谱中每一条谱线代表一个谐波分量。而指数形式付里叶级数展开式得出的频谱中正负相对应的两条谱线合并起来才代表一个谐波分量。正因为这个关系,它的谱线长度只有前者谱线长度的一半。这样我们就有了两种表示周期性信号的方法:将周期性信号表示为时间函数 $f(t)$ 的时间域表示法,以及表示为相应频谱 A_n 、 ϕ_n 或 F_n 的频率域表示法。

2. 周期性矩形脉冲信号的频谱

我们以周期性矩形脉冲信号为例,将其展开成付里叶级数并求出它的频谱,然后再分析脉冲周期和脉冲宽度对频谱分布的影响。图1-2-2示出周期性矩形脉冲信号。脉冲宽度为 τ ,重复周期为 T ,脉冲幅度为 E 。它的表示式可以写成

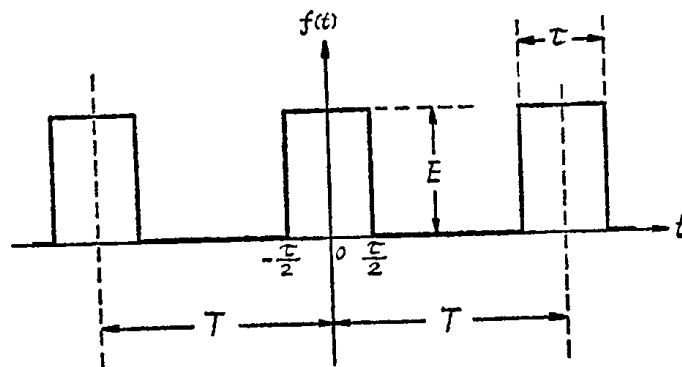


图 1-2-2 周期性矩形脉冲信号

$$f(t) \begin{cases} E & -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ 0 & \frac{\tau}{2} < t < T - \frac{\tau}{2} \end{cases} \quad (1-2-9)$$

下面我们研究脉冲宽度 τ 和周期 T 为一些指定值时的频谱,设 τ 取为 $\frac{1}{20}$ 秒, T 分别取为 $\frac{1}{4}$ 秒, $\frac{1}{2}$ 秒和1秒。

我们引用式(1-2-6)表示的指数形式的付里叶级数展开式

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\Omega t}$$

而 F_n 根据式(1-2-7)为

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt。$$

我们将周期性矩形脉冲信号的表示式, 式(1-2-9)代入上式后就得出它的频谱。

$$F_n = \frac{E\tau}{T} S_a\left(n\Omega \frac{\tau}{2}\right) \quad (1-2-10)$$

式中, $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, 从而 $\frac{n\Omega\tau}{2} = \frac{n\pi\tau}{T}$

$$\therefore F_n = \frac{E\tau}{T} S_a\left(\frac{n\pi\tau}{T}\right) \quad (1-2-11)$$

基波角频率是 Ω , 频谱是离散频谱, 只有在 $\Omega = 0, \pm\Omega, \pm 2\Omega, \pm 3\Omega, \dots$ (即 $\Omega = 0, \pm \frac{2\pi}{T}, \pm \frac{4\pi}{T}, \pm \frac{6\pi}{T}, \dots$) 等处频谱才存在, 振幅则分别为 $\frac{E\tau}{T}, \frac{E\tau}{T} S_a\left(\frac{\pi\tau}{T}\right),$

$\frac{E\tau}{T} S_a\left(\frac{2\pi\tau}{T}\right), \dots$ 。下面我们研究 τ, T 为上述指定值时的频谱

a. 对于 $\tau = \frac{1}{20}$ 秒, $T = \frac{1}{4}$ 秒, 式(1-2-11)成为

$$F_n = \frac{E}{5} S_a\left(\frac{n\pi}{5}\right)$$

基波角频率 $\Omega = \frac{2\pi}{T} = 8\pi$ 。这样, 频谱存在于 $\Omega = 0, \pm 8\pi, \pm 16\pi, \dots$ 等处, 相应的振幅值可由上式求出, 得出的频谱示于图 1-2-3, a。

b. 对于 $\tau = \frac{1}{20}$ 秒, $T = \frac{1}{2}$ 秒, 式(1-2-11)成为

$$F_n = \frac{E}{10} S_a\left(\frac{n\pi}{10}\right)$$

基波角频率 $\Omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi$ 。这样, 频谱存在于 $\Omega = 0, \pm 4\pi, \pm 8\pi, \dots$ 等处, 相应的振幅值可由上式求出, 得出的频谱示于图 1-2-3, b。

c. 对于 $\tau = \frac{1}{20}$ 秒, $T = 1$ 秒, 式(1-2-11)成为

$$F_n = \frac{E}{20} S_a\left(\frac{n\pi}{20}\right)$$

基波角频率 $\Omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ 。这样, 频谱存在于 $\Omega = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ 等处, 相应的振幅值可由上式求出, 得出的频谱示于图 1-2-3, c。

在图 1-2-3 中, 我们可以看出, 周期 T 愈大, 基波角频率就愈低。因此, 在给定的频率范围内就存在着愈多的频率分量。所以当周期 T 变得更大时, 频谱就变得更密。但是, 各个频率分量的振幅随着 T 的增大而愈来愈小。在极限情况下, 当 T 为无限大时, 我们得到一

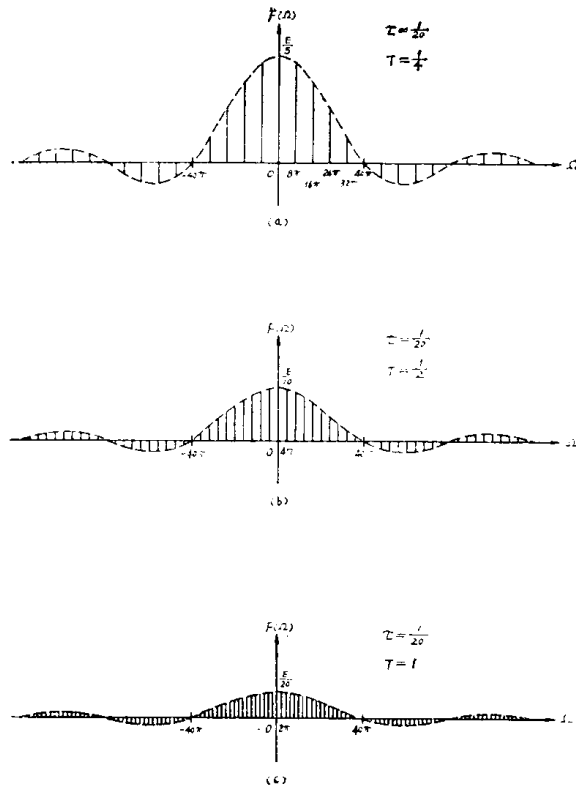


图 1—2—3 周期性矩形脉冲信号的频谱与周期的关系

个宽度为 τ 的单个矩形脉冲，从而基波角频率变为零，频谱变为连续的了。在图1—2—3中，我们还可以看出，频谱的形状并不随周期 T 而变。因此，频谱的形状，也就是它的包络仅仅和以周期 T 重复的脉冲形状有关，但并不和周期 T 有关。在 T 为无穷大的极限情况下，信号完全由一个非重复性的单个脉冲组成。所以这个频谱就表示在整个区间 $(-\infty < t < \infty)$ 内的一个非周期性信号。这样，我们就将用指数函数之和表示周期性信号的方法推广到非周期性信号了。

3. 常用周期性信号的频谱

我们将无线电通信系统中，常用的几种周期性信号的频谱示于图 1—2—4。

2—3 非周期性信号及其频谱

非周期性信号的电压或电流是单个的脉动变化。这种信号在无线电通信技术中是没有使用价值的，因为它不能传送复杂的消息。但是如果周期性脉冲信号的周期足够大，当它作用于电路时，在后一个脉冲到来之前，前一个脉冲的作用实际上已经消失。这样的周期性脉冲信号可以作为单个脉冲的非周期性信号处理。

上节讨论周期性信号的频谱时曾经指出，若重复周期 T 无限增大，则周期性出现的脉冲将只剩下一个单个脉冲。此时付里叶级数中各次谐波的振幅以及各邻近谐波分量之间的频率差均将无限小。因为当周期 T 趋于无限大时，谱线间隔 $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ 成为无限小的量 $d\Omega$ ，这表示谱线无限密集，于是不连续的线状频谱就变成连续的频谱了；谱线的顶端不再是一个一个间断的点，而变成一条连续曲线。但是当周期无限增大时，式 (1—2—7) 所表示的复数振幅的模量亦趋于无限小，谱线顶端联成的曲线将与水平轴重合。这时各个频率分量的振幅虽都是

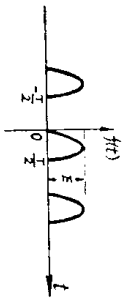
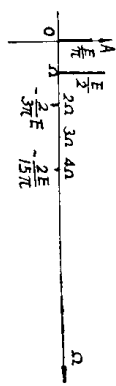
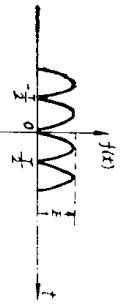
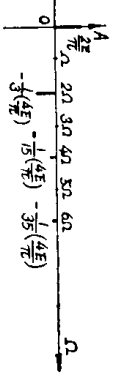
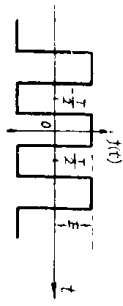
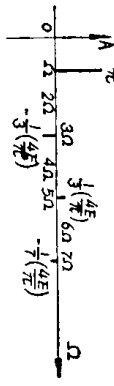
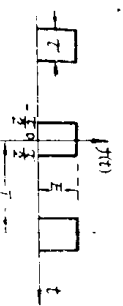
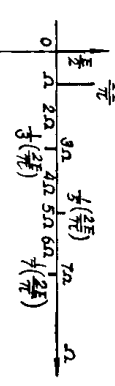
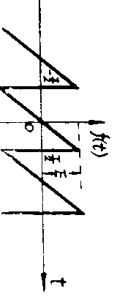
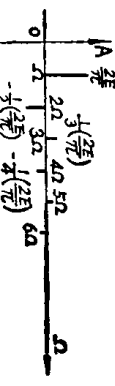
信号的图形	信号的付里叶级数展开式	信号的频谱
	$f(t) = E \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \Omega t - \frac{2}{3\pi} \cos 2\Omega t - \frac{2}{15\pi} \cos 4\Omega t - \dots \right)$	
	$f(t) = \frac{4E}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} \cos 2\Omega t - \frac{1}{4^2 - 1} \cos 4\Omega t - \dots \right)$	
	$f(t) = E \left(\frac{\tau}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\tau}{T} \frac{\sin n\pi\tau}{n\pi\tau} \cos n\Omega t \right)$	
	$f(t) = \frac{2E}{\pi} \left(\sin \Omega t - \frac{1}{2} \sin 2\Omega t + \frac{1}{3} \sin 3\Omega t - \frac{1}{4} \sin 4\Omega t + \dots \right)$	
	$f(t) = \frac{4E}{\pi^2} \left(\cos \Omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\Omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\Omega t + \dots \right)$	

图 1—2—4 常用的周期性信号的频谱