

中国工程热物理学会

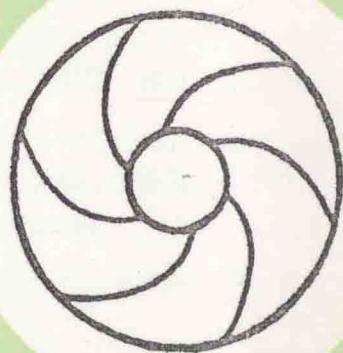
流体机械学术会议

论文集

一九九八

北京

中国工程热物理学会编



流体机械目录

一. 流体机械内部流动数值模拟及分析

- 987034 贯流式水轮机活动导叶内部三维流动计算 刘文俊、王琳、曹树良、吴玉林 I -1-5
- 987023 空化流场分析中一种自适应性的空化模型 任静、常迎时 I -6-6
- 987039 水轮机活动导叶内部三维固液两相紊流计算及磨损预估 许国、曹树良、吴玉林 I -12-6
- 987035 MHD 海水推进器的水力计算分析初探 穆忠波、吴玉林、沙次文 I -18-5
- 987037 用能耗极值原理模拟水力机械中含沙水流的数学模型 李仁年、张建华 I -23-6
- 987011 风机气垫防磨机理数值实验研究 李少华、王国徽、郭婷婷 I -29-8
- 987030 电站压水堆堆芯水力模拟技术 汪利民、宗桂芳 I -37-7
- 987015 PISO 算法在求解方柱绕流非定常尾迹中的应用 党政、席光、王尚锦 I -44-8
- 987016 旋风流动的数值模拟 林国华、邹正平、袁修干 I -52-6
- 987025 前弯多翼叶轮性能数值分析 周建华、张泉 I -58-5
- 987004 水轮机导叶分离流动的数值模拟 张宝宁、张扬军、吴玉林、李启章、赵杰 I -63-6

二. 流体机械的试验及量测

- 987003 非自模化区域内弯掠动叶气动声学性能的实验研究 蔡娜、李池、吕跃刚、刘翔翔 II -1-4
- 987033 直流式旋风除尘器流动特性及性能的试验研究 邓兴勇、凌志光、周炳海 II -5-5
- 987005 双头反向对称翼型的研究 李景银、徐忠、魏百锁 II -10-6
- 987028 离心压缩机叶片扩压器内流场的实验测量与分析 刘小民、王尚锦、席光 II -16-6
- 987017 冷风幕气幕式空调伞温度场分布与舒适性研究 王洪明、沈永年 II -22-6
- 987026 叶顶间隙条件下斜流叶轮出口流场的热线测量与数值模拟比较 吴克启、金炳俊、赖焕新 II -28-6

987031 600MWe 反应堆堆芯入口流量分配实验研究	汪利民、宗桂芳、尹涛 II -34-8
-------------------------------------	---------------------

三. 流体机械设计理论和方法

987018 固液两相流离心泵磨损研究和设计应用	王乐勤、陈红生、朱祖超、詹吉峰 III -1-4
987021 高速离心泵串联诱导轮的设计理论及工程实现	朱祖超、王乐勤、金庆明 III -5-5
987020 高速泵进口引射装置的理论分析及工程实现	朱祖超、王乐勤、金庆明 III -10-5
987038 高速复合叶轮离心泵的优化设计研究与工程应用	王乐勤、朱祖超、陈红生、谢平 III -15-6
987032 制冷压缩机热力性能的模糊模型	丁国良、张春路、詹涛、李灏 III -21-6
987006 活塞式制冷压缩机的热力过程仿真及优化研究	童灵、李圣、陈芝久、孙涛 III -27-6
987036 核反应堆水力驱动控制棒系统	薄涵亮、郑文祥、董铎、王大中 III -33-6
987001 70m 水头段贯流混流式水轮机转轮设计研究	宋文武 III -39-6
987045 离心压气机子午流道的快速设计分析	肖翔、赵晓路 III -45-6
987047 循环流化床风机新系列的气动设计方法	汪庆恒 III -51-7

四. 流体机械性能研究

987013 旋转圆盘与静止壁间隙内流动研究	闻苏平、张谋进、苗永森 IV -1-7
987043 多相及多组元混和物中汽蚀气泡模型的研究	黄思、薛敦松 IV -8-8
987041 螺旋轴流式油气多相泵的性能预测	班跃涛、赵宏、薛敦松 IV -16-6
987010 离心泵输送粘性油时相似关系的探讨	陈晓玲、朱宏斌、薛敦松、曹广军 IV -22-6
987042 负压区的存在对刚性陶瓷过滤器脉冲反吹系统的影响	郭建光、姬忠礼 IV -28-6
987044 直切式旋风分离器内旋进涡核的实验研究	吴小林、元少昀 IV -34-5
987012 改变无叶扩压器盖侧宽度对其中流场参数的影响	李治国、官武旗、黄淑娟、徐忠 IV -39-6
987024 矿井风流可压缩流动规律及热风压的影响	胡亚非 IV -45-6

987022	轴流风机的噪声及降噪	梁锡智、吴海	IV -51-6
987014	多级离心压缩机械的系统稳定性分析		
	 聂超群、蒋浩康、王维琮、马宏伟、保少伟、陈静宜		IV -57-10
987008	含砂水对离心泵叶轮磨损的实验研究	黄建德	IV -67-5
987009	诱导轮形状对汽蚀特性的影响	黄建德	IV -72-5
987046	离心式叶轮内部湍流及其出口射流 — 尾迹结构的成因分析		
	 赖焕新、吴克启		IV -77-6
987027	离心风机主动控制降噪的初探		
	 汪庆桓、王宁、喻达之、汤育红		IV -83-4
987040	交错式速宫密封的动力特性分析	潘晓宏、郑永英	IV -87-5

贯流式水轮机活动导叶内部三维流动计算

刘文俊 王琳 曹树良 吴玉林
清华大学 水利系

摘要:

本文利用 K— ε 紊流模型和 SIMPLEC 算法对活动导叶的内部流场和压力场进行全三维紊流计算。将计算结果用 Tecplot7 进行处理,用图形表示其内部的流动状态和压力分布。

1、引言

利用标准的 K— ε 紊流模型,计算水轮机活动导叶内部的全三维流场。假设导叶进口水流为轴对称均匀流动,所以,只取两导叶之间的区域为计算域,能大大的减少的计算量。

SIMPLEC 方法是压力—速度校正方法,如果压力场不精确,则速度场不满足连续方程。所以可以根据连续方程得到了压力校对方程,对压力场和速度场进行分别进行校正,直到其收敛为止。这就是压力—速度校正法。该方法最早是 S.V.Patankar 和 D.B.Spalding 在 1972 年提出的,其全名为 (Semi—Implicit Method for Pressure—linked Equations)。

2、基本方程

采用 k— ε 模型进行计算,公式如下:

1)、三维不可压紊流的连续方程和动量方程分别为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\mu_e(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i})] \quad (2)$$

其中 P 为压力, v_j 为速度分量:

2)、连续相的紊动能和耗散率方程分别为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}) + G_k - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}) + \frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1} G_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (4)$$

其中:

I — 1

$$\mu_e = \mu + \mu_T \quad \mu_T = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad G_k = \mu_T \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

3、计算结果

3-1、所计算的贯流式水轮机参数为：

单位转速	$n'_1 = 160$	单位流量	$Q'_1 = 1800$
预计模型效率	$\eta = 92.5 - 93\%$	汽蚀	$\sigma = 0.77$
叶片安装角	$\phi = 18^\circ$	导叶安装角	$\alpha = 53^\circ$
导叶个数	$Z_0 = 16$		

3-2、网格划分

划分网格是计算过程中非常重要的步骤，对计算结果有较大的影响。网格应尽量满足正交性、均匀性。比较合理的网格和初始的流场能将计算收敛的速度明显加快。相反则可能导致发散。

活动导叶共有 16 个，取导叶的压力面和与之相邻导叶的吸力面之间的流道组成计算域。利用已知的叶片数据进行样条差值，并将进口和出口适当的延长。而后将 r, z, θ 坐标变为 x, y, z 坐标。

最终生成的网格： $i = 49, j = 30, k = 11$ 。

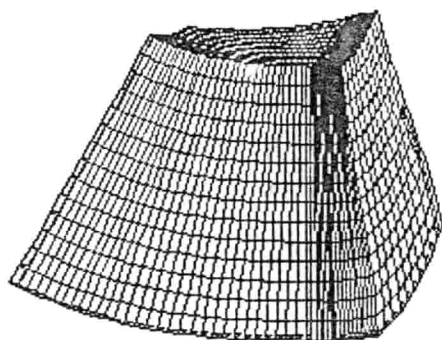


图 1 贯流式水轮机导水机构三维网格图

3-3、初始条件的给定

入口的流速条件按均匀进口给出，出口给定第二类边界条件，壁面无滑移，且将壁面的延长段也赋予周期性边界条件。在近壁区速度、紊动能和紊动能耗散率采用壁面函数，

对压力给定第二类边界条件，并在计算中保证流量连续。

3-4、计算结果及结论



图 2, $k=10$ 面上的压力分布图

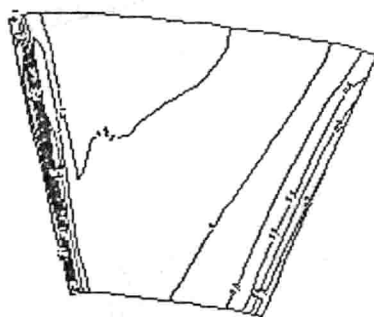


图 3, $k=2$ 面上的压力分布图

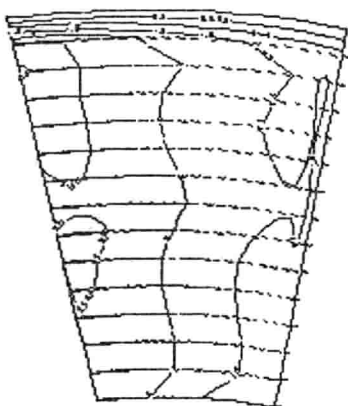


图 4, $k=10$ 面上的速度图

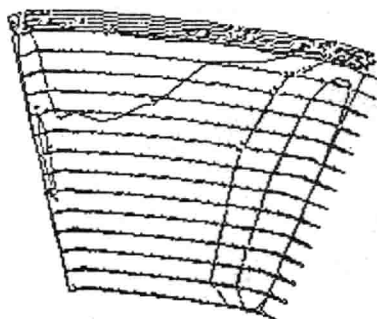


图 5, $k=2$ 面上的速度图

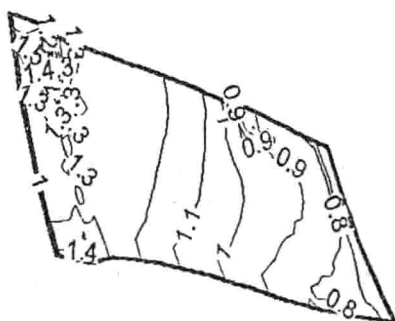


图 6, $j=1$ 面上的压力分布图

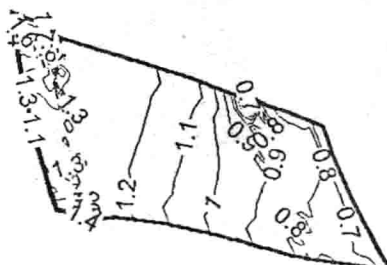


图 7, $j=3$ 面上的压力分布图。



图 8, $j=7$ 面上的压力分布图

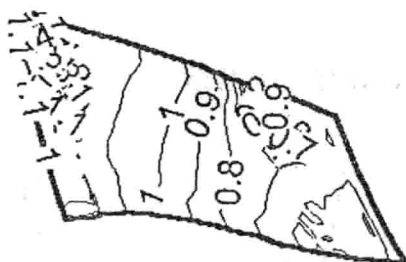


图 9, $j=11$ 面上的压力分布图

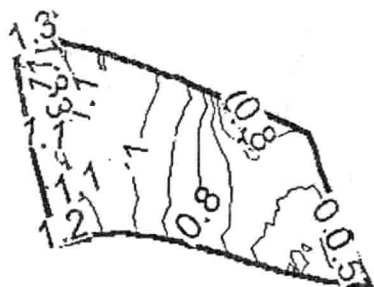


图 10, $j=13$ 面上的压力分布

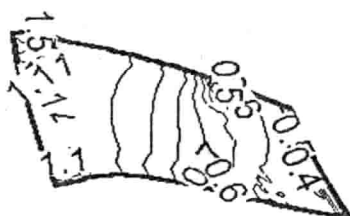


图 11, $j=15$ 面上的压力分布

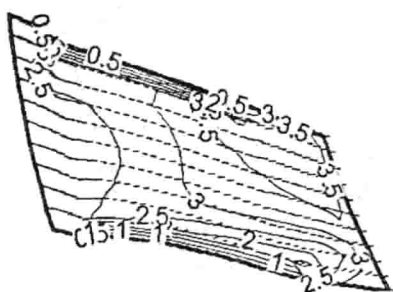


图 12, $j=3$ 面上的速度矢量图。

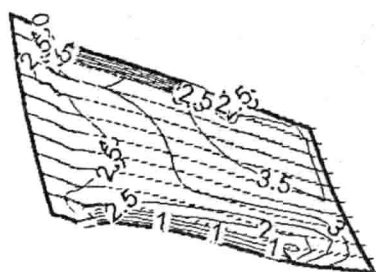


图 13, $j=5$ 面上的速度矢量图。

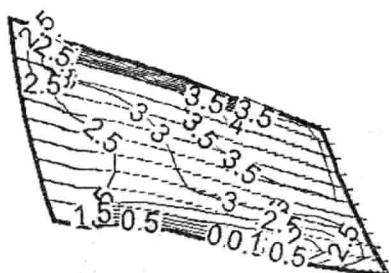


图 14, $j=7$ 面上的速度矢量图。

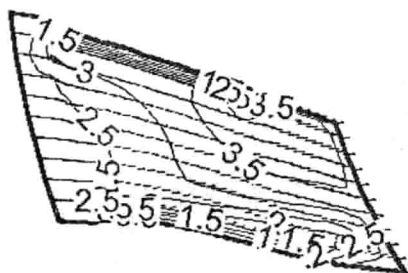


图 15, $j=9$ 面上的速度矢量图。

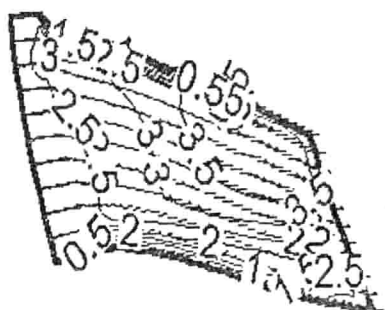


图 16, $j=13$ 面上的速度矢量图。

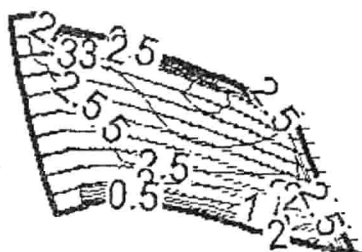


图 17, $j=15$ 面上的速度矢量图。

从图中可以明显看出, 流速满足壁面无滑移条件, 而且, 由于粘性的存在, 靠近边壁处的速度明显小于非壁面区。计算结果与实际情况相吻合。进出口的流量基本相同, 与所给的流量一致。进口的速度比出口的速度大, 压力从进口到出口逐渐减小。这是由于从导叶的进口到出口的断面面积不断减小, 根据能量守恒原理, 流速从进口到出口将不断增大, 压力作为流动的驱动势不断减小。另外, 由于水流从进口到出口的沿程损失, 压力也要下降。

所以, 本文所利用模型和 SIMPLEC 方法, 计算贯流式水轮机导水机构内部的三维紊流。计算结果: 在导水机构的计算流域, 速度沿流动方向逐渐增加, 压力沿流动方向逐渐减小, 与实际情况相符。

5 参考文献

- [1]. Wu Y.L., Sun Z.X., Oba, R., Ikohagi, T. (1995), "Study on flows through Centrifugal Impeller by Turbulent Simulation", ASME FEV-222, pp. 63-68.
- [2]. Wu, Y.L., Oba, R., Ikohagi, T. (1994), "Computation on turbulent dilute liquid-particle flows through a centrifugal impeller", Japanese J. Multiphase Flow, 1994, Vol. 8, No. 2, pp. 118-125.
- [3]. Wu, Y.L., Dai, J., Oba, R., Ikohagi, T. (1995), "Turbulent Flow Simulation through Centrifugal Pump Impeller at Design and Off-Design Conditions", Proc. of the second ICPF, Tsinghua University, Beijing, pp. 155-167.
- [4]. 吴玉林 韩海洋 曹树良 (1996): "水轮机转轮内部的全三维紊流计算", 工程热物理学报, 17 卷 8 期, pp. 313-316.

空化流场分析中一种自适应性的空化模型*

任静 常近时

(清华大学水利水电工程系, 北京 100084 中国农业大学水利土木系 北京 100083)

摘要 本文提出一种自适应性的空化模型, 依据绕流物体具体的流场, 计算相匹配的空穴尾端封闭模式和空穴围线。以 HLA296-35 模型转轮为例, 通过比较水轮机转轮内自适应性空化模型的流场分析结果与空化流场内特性试验结果, 可以证明: 这种空化模型具有较好的流场分析的准确性。同时, 自适应性的空化模型为在流场分析中统一考虑局限空化流和超空化流, 分析水轮机转轮叶片上多空穴的空化流场, 打下了良好的基础, 具有宽广的应用前景。

关键词 空化, 流场分析, 模型

1. 前言

绕流物体的空化模型是空化流动分析的基础。一般的说空化流动是涉及相变过程的不稳定流动, 只有某些空穴长度的平均值大体不变的所谓准稳定空化流(超空化流与局限空化流)才成为理论分析的主要对象。绕流物体在某一条件下发生空化时, 空穴中单个空泡运动和能量的变化以及空泡之间复杂的相互影响使得空穴边界处于一种准稳定状态。从宏观的角度模拟空化流场中的空穴边界以及流场中主流区和空化区的相互影响, 建立合理的空化流场模型, 对于绕流物体的空化流场的解析具有重要的意义。

局限空化流动的空穴尾端的模型现在比较常用的有闭锁型、半开型和开放型。哪一种最好目前尚无定论。Yamaguchi 以一个汽泡的溃灭过程封闭了尾端, 经与实验相比较, 这种模型所求得的压力分布与实验结果差异较大。Nishiyama 在进行空化流分析中, 证明对某些翼型半封闭模型优于闭锁型和开放型模型。空穴尾端的流态比较复杂, 是一种双向紊流, 学者们在分析空化流时这三种模型虽然均有尝试, 但日前尚无最终的结论^[1]。

*国家自然科学基金重大项目“长江三峡水轮发电机组关键技术研究”(批准项目编号 59493700)资助

基于此,本文作者在研究水力机械转轮中准三元空化流场时提出了空化流场数值模拟中的一种自适应性模型:综合考虑三种不同的尾端封闭形式,建立了新的空穴尾端封闭模型,改进了空穴围线的处理方法。这种方法提高了空化流场数值模拟的精度,具有更好的灵活性和适应性。

2. 自适应性的空化模型

空穴尾端的封闭形式依赖于绕流物体的几何形状,来流条件以及空穴区域的位置。同一绕流物体,在不同的来流条件下可能存在以任一种尾端形式封闭的空穴区。这一点不仅在空化试验中可以观察到,在准三元空化流场的数值计算中也可以发现。因此,在流场分析之前人为的给定空穴尾端的封闭形式是不合理的,容易引起计算结果与实际流场的误差。

作者在绕流物体空化流场的迭代计算过程中发现:空穴尾端的封闭形式依赖于空穴围线上某一相对速度的函数在空穴尾部的累加值及尾部相对速度矢量的方向。据此,可以建立一种新的空化尾端封闭模型:依据每次迭代过程中流场分析的结果,在计算中自行确定空穴尾端的封闭模式,因此,权且称之为自适应性空化模型。

空穴尾部这一相对速度的函数的累加值为:

$$\delta_{nm} = \varepsilon \sum_{i=ni+1}^{i=nm} tl[i] \frac{w_n[i]}{w_t[i]} \quad (1)$$

式中: δ_{nm} ---空穴围线上相对速度的函数在nm面元处的累加值,从物理意义上来说 δ_{nm} 等于空穴尾端的厚度;

ni, nm ---翼型围线上空穴的起始面元和结束面元;

$w_n[i], w_t[i]$ ---空穴围线上i面元相对速度的法向分量和切向分量;

ε ---松弛因子;

$tl[i]$ ---空穴围线上i面元的长度。

分析表明:对于不同的空化流场,存在着不同的尾端封闭形式。当围线上速度函数的累加值 δ_{nm} 等于零时,空穴将直接封闭于翼型围线上,如图1.a所示。当 δ_{nm} 的值不为零时,空穴尾端不封闭,而是依据于空穴围线上最后一点的速度矢量的方向向下游延伸,当该累加值比较大或最后一点的速度方向切向角较大,空穴的延伸区域将一直至翼型尾端,且不与翼型围线相闭合,如图1.c所示。否则,空穴的延伸区域将封闭

于翼型围线上，如图1.b所示。这三种尾端封闭形式分别对应着空穴尾端的闭锁型、半开型和开放型模型。

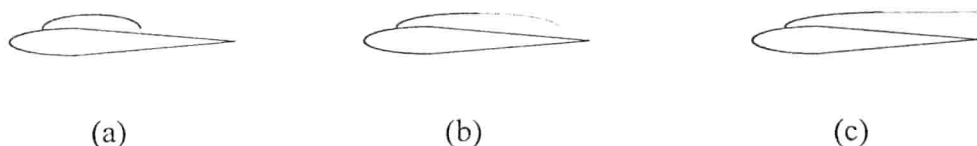


图1 空穴尾端模型示意图

图1中，虚线所示为翼型上空穴区的延伸区域，它将替代所包含的一段翼型围线而与空穴围线共同组成流线。延伸线上的相对速度分布将由流场计算分析确定。在这种情况下，空化流场内的库塔条件被引伸为：延伸线上最后一点的速度与翼型围线下部出口处的速度相同。

3. 自适应性模型空化流场的数值解法

从式(1)中可以看出空穴尾端厚度的确定是以绕流物体上空穴围线在每次迭代过程中的确定为基础的。实际上，空穴围线所对应的任一面元上空穴的厚度 δ_i 都可以表示为：

$$\delta_i = \varepsilon \sum_{n=1}^i t_l[i] \frac{w_n[i]}{w_t[i]} \quad (2)$$

式中 δ_i 为空穴围线的i面元上相邻两次迭代中新旧流线之间的距离，也就是空穴边界迭代过程中每次调整的空穴围线的厚度。为了保证空穴边界迭代的收敛性，取松弛因子 ε 为一小量，建议 $\varepsilon=0.01$ ，式(2)中其他参数物理含义同式(1)。

从式(2)中可以看出空穴尾端的厚度 δ_{nm} 其实是 δ_i 在nm面元上，也就是在空穴尾端上的值。

从绕流物体的非空化流场分析结果，判断翼型表面上空穴的初始位置，做初次空化流动分析。根据初次空化流动解析的结果，依据式(2)确定新的空穴边界，同时确定相对应的空穴尾端封闭形式。逐次调整空穴围线的形状，迭代空化流场分析，直至绕流物体上的空穴区满足其边界控制条件。遂完成绕流物体空化流场的计算，计算结果包括绕流物体上空化区域的位置和形状以及压力速度沿物体围线的分布。

在整个的计算过程中，程序依据每次迭代的结果重新计算空穴尾端的封闭形式和空穴围线，这种空化流场的模型保证了流场分析结果与空穴尾端封闭模型的一致性，

提高了空化流场分析的精度；同时，自适应性的空化模型为在流场分析中统一考虑局限空化和超空化，这两种我们主要需要考虑的空化模型，打下了良好的基础，实际上，只要加上绕流物体后部的计算，这种模型可以适用于超空化流场；其次，应用自适应性的空化模型计算混流式水轮机转轮上的空化区可以发现：靠近叶片头部的小空穴一般成闭锁状态，相反，靠近叶片出口边的空穴成开敞状态，这就大大简化了叶片上多空穴空化流场的模型，为分析这样的流场提供了可能性。

4.自适应空化模型计算实例

依据自适应性的空化模型，采用准三元空化流场的分析方法计算岩滩电站模型转轮 HLA296-35 模型转轮内的空化流场^[2]。模型转轮的空化试验在哈尔滨大电机研究所高水头水轮机模型试验台上完成，试验工况并计算工况如表 1 所列。

表 1 HLA296-35 模型转轮空化试验工况点参数表

	N11	Q11	a0	Nm	Qm	Hm	$\sigma 1$	$\sigma 2$	$\sigma 3$
1	78.0	1050	20	996.6	575.2	20	0.111	0.201	0.264

表 5.1 注：N11,Nm----比转速，模型机转速，单位：r/min；
Q11,Qm-----单位流量，模型机流量，单位：l/s；
Hm-----模型机水头，单位：m； a0-----导叶开度，单位：mm。

图2给出了HLA296-35模型转轮的空化内特性观测结果和叶片轴面图上的空化区域示意图。图3给出了其在计算工况下紧贴下环的两个S1流面上的空穴围线示意图。

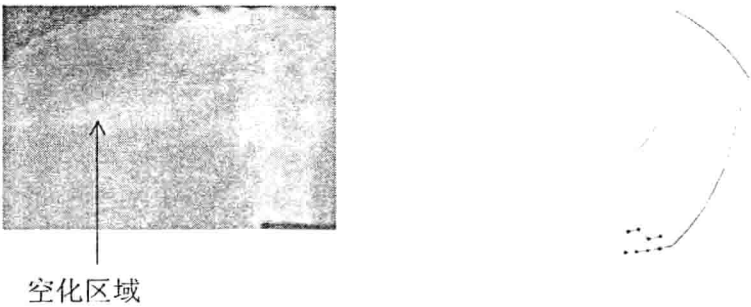


图 2. HLA296-35 模型转轮的空化内特性观测结果和叶片轴面图上的空化区域示意图

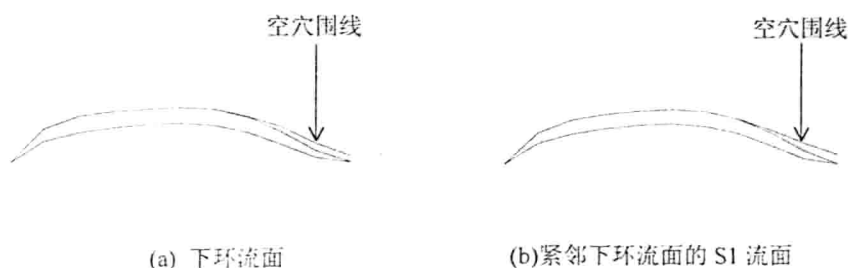


图3.HLA296-35紧贴下环的两个S1流面上的空穴围线示意图

从图 2 可以看出, HLA296-35 模型转轮在计算工况下叶片上的空化区主要分布在叶片背面靠下环出口边附近。以紧贴下环的两个 S1 流面上的空穴围线为例, 如图 3 所示: 空穴尾端一直延伸至转轮的出口边, 且呈开敞状态。将理论分析的结果与空化内特性试验观测结果比较可以认为: 基于自适应性的空化模型所做的空化流场分析结果与转轮内特性空化试验观测结果基本相符。

5.结论

自适应性的空化模型依据绕流物体的流场分析结果自动确定相匹配的空穴尾端封闭模型, 计算空穴围线。将其应用于与水力机械转轮空化流场分析之中, 并与空化流场的内特性试验结果相比较, 可以得出如下结论: 自适应性的空化模型具有工程实用的准确性。

同时, 这种空化模型为在流场分析中统一考虑局限空化流和超空化流, 分析水轮机转轮叶片上多空穴的空化流场, 打下了良好的基础, 具有比较广泛的应用前景。

参考文献

- [1] 任静, 常近时, 叶片式水力机械转轮中空化流动分析的新进展, 水机磨蚀, 1995
- [2] Ren jing, Chang jinshi, *A nonlinear singularity solution for the cavitation flow in a 2D thick profile annular cascade*, 1996 年中国工程热物理学会流体机械与流体工程国际学术会议文集。

An Adaptive Cavity Model for Analyzing Cavitating Flowfield

Jing Ren Jinshi Chang

(Department of Hydraulic Machinery, Tsinghua University, Beijing 100084

Department of Hydraulic Machinery, China Agriculture University, Beijing 100083)

Abstract

An adaptive cavity model is presented in this paper, in which the closure model and the outline of the cavity are computed according to the flowfield around the body. It has been proved that the computed results of the cavitating flowfield with the adaptive cavity model has a good agreement with the internal character cavitating testing results. At the same time, such a cavity model provides a possibility to integrate the analysis method for the partial and super cavitating flowfields and to analyze the multi-cavity flowfield.

Key words: Cavitation, flowfield analysis, cavity model .

水轮机活动导叶内部三维固液两相紊流计算及磨损预估*

许国, 曹树良, 吴玉林
100084 北京清华大学 水利水电工程系

文 摘 本文报导了水轮机活动导叶内部固液两相紊流的三维数值分析结果和磨损预估结果。基于 $N-S$ 方程和两相紊流的 $k-\varepsilon-A_p$ 模型, 采用贴体座标和交错网格系统, 用 $SIMPLEC$ 算法对活动导叶内部的固液两相紊流进行数值模拟, 提出设计工况时活动导叶内部的两相紊流特性。在数值模拟的基础上, 根据 Finnie 模型预估了活动导叶的磨损, 并与 Drtina 的实验结果进行了比较。

关键词 活动导叶; 两相紊流; $k-\varepsilon-A_p$ 模型; 磨损

1. 引 言

我国大部分河流含沙量较大, 在其上运行的水轮机的过流部件磨损严重。两相紊流的研究是磨损研究的基础和关键。它无论是对于流体动力学理论的发展, 还是对于解决工程实际问题都具有十分重大的意义。

在紊流两相流动的多流体模型中, 离散相看成是 Euler 坐标系中处理的拟流体。与小滑移和无滑移模型不同的是, 多流体模型可以分别考虑大滑移和离散相颗粒扩散, 并且能够充分考虑离散相质量、动量及能量的紊流扩散。本文利用 $k-\varepsilon-A_p$ 两流体紊流模型^[1]计算了水轮机活动导叶内部的固液两相紊流。在数值模拟的基础上, 根据 Finnie 提出的磨损预估模型^[2-5]预估了活动导叶的磨损, 并与 Drtina 的实验结果^[6]进行比较。

压力校正算法最早使用在 Patankar 和 Spalding 在 1972 年提出的 SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations)算法中^[7]。经过二十年的发展, 形成了以 SIMPLE 算法为基础的一类压力校正算法。本文利用压力校正法之一的 $SIMPLEC$ 算法, 并将其推广到具有交错网格的非正交贴体坐标系中, 从而完成了水轮机活动导叶内部三维固液两相不可压缩紊流的数值模拟。

2. 基本方程式

如果实际流动不是强旋或浮力流动, 即紊流各向异性特征不太显著的话, 采用各向同性的 $k-\varepsilon-A_p$ 模型较为合适, 即连续相采用 $k-\varepsilon$ 模型, 离散相采用代数追随模型。方程组中各二阶关联项可以用 Boussinesq 形式的表达式进行模拟。

2.1 连续相基本方程

连续相时均连续方程和动量方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j) = S = -\sum n_s \dot{m}_s \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j v_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_e \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \sum \frac{n_s m_s}{\tau_{rs}} (v_{si} - v_i) + v_i S \quad (2)$$

* 本项目由国家自然科学基金重大项目资助 (编号: 59493700)

连续相紊动能 k 及耗散率 ε 方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_s - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} G_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon + C_{\varepsilon 3} \rho G_s) \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mu_e &= \mu + \mu_T, & \mu_T &= C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \\ G_k &= \mu_T \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, & G_s &= - \sum_k \sum_i \frac{\rho_s}{\tau_{rs}} \left[2(k - C_k \sqrt{k k_s}) + v_i \frac{v_s}{\sigma_s n_s} \frac{\partial n_s}{\partial x_i} \right]. \end{aligned}$$

式中 x_j 为直角坐标分量 x, y, z , v_j 为速度在 x, y, z 方向上的分量, P 为压力, ρ 为连续相密度, m_s 为颗粒质量, n_s 为颗粒数密度, ρ_s 为离散相密度, $\rho_s = n_s m_s$, k_s 为离散相紊动能, τ_{rs} 为颗粒动力响应时间。按 Stokes 阻力公式:

$$\tau_{rs} = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu} \quad (5)$$

2.2 离散相基本方程

离散相的时均连续方程及动量方程为:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (n_s v_{sj}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_s}{\sigma_s} \cdot \frac{\partial n_s}{\partial x_j} \right) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (n_s v_{si}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (n_s v_{sj} v_{si}) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[n_s v_s \left(\frac{\partial v_{si}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{sj}}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{m_s + \dot{m}_s \tau_{rs}}{m_s \tau_{rs}} n_s (v_i - v_{si}) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_{sj} \frac{v_s}{\sigma_s} \cdot \frac{\partial n_s}{\partial x_i} + v_{si} \frac{v_s}{\sigma_s} \cdot \frac{\partial n_s}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

封闭方程(6)-(7)的最简单的方法是使用 Hinze-Tchen 颗粒紊流粘性系数模型^{[8][9]}。即 $k - \varepsilon - A_p$ 模型。它是一种最简单的离散相紊流模型。其核心思想是认为离散颗粒紊流脉动仅仅是由于所追随的流体脉动而产生的, 而脉动的大小则与离散颗粒的惯性有关。其表达式为离散相紊动能 k_s 与连续相紊动能 k 的比值等于离散颗粒紊动粘性 ν_s 与连续相紊动粘性 ν_T 的比值。即:

$$\frac{\nu_s}{\nu_T} = \frac{k_s}{k} = \left[1 + \frac{\tau_{rs}}{\tau_T} \right]^{-1} \quad (8)$$

τ_T 是连续相的脉动时间, 按流体紊动为各向同性和局部均匀的假设, 并认为速度脉动符合当地高斯分布, 则可推出:

$$\tau_T = \frac{l}{u'} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{C_\mu^{3/4} k}{\varepsilon} \quad (9)$$