

学科发展

混沌现象的研究

郝 柏 林

(学部委员、理论物理研究所研究员)

现代自然科学和技术的发展,正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科,与日新月异的新技术相结合,推出了横跨多种学科门类的新兴领域。电子计算机和计算科学的长足进步,使科学方法的武库鼎立于实验、理论和计算三根支柱之上。单个的科学工作者尽可以在相当长的时期里保持在某种传统学科对象和研究方法范围之内,或者随着某项具体成果的转移,进入技术和生产领域,但我们规划自然科学的长远发展、考虑新一代研究人才的培养和机构设置时,就必须正视当代科学在内容和方法两方面所发生着的深刻变化。

从数理科学基础研究的角度看,近二、三十年来的一个重要发展特征,可以概括为“非”字当头:非线性、非平衡、非晶态、非标准分析、非冯·诺伊曼计算机……如此等等,不一而足。这绝非人们“想入非非”,而是反映了对自然界认识过程的螺旋式上升。其中贯穿信息科学、生命科学、空间科学、地球科学、环境科学等综合领域,得力于理论、实验、计算三大方法的重要典型之一便是非线性科学的突飞猛进。难怪北美西欧“非线性研究中心”接踵而立*。混沌研究的开拓者之一费根鲍姆(M. J. Feigenbaum)最近到美国国会作证,要求为非线性科学单独拨款,而不再是从数学、物理、力学等各方面分别资助。本文拟就非线性科学的一个重要方面,即混沌现象的研究状况,略作介绍和评述,并对今后的有关研究提一些建议。

非线性科学的两个前沿

过去人们曾经以为非线性问题个性极强,每一具体情况都要求发明特殊的算法和技巧。事实上数学和力学里都已知道一批可以精确求解的非线性方程,统计物理中也严格解出了少数非平庸的模型。但这些都是稀如凤毛麟角的“手工艺”珍品,人们还没有悟出它们的普遍启示,也没有看到它们之间的内在联系。至于不能用解析方法处理的问题,更只好束之高阁。

六十年代中期,事情从非线性现象的两个极端同时开始发生变化。一方面,描述浅水波动的一个偏微分方程的数值计算,揭示了方程的解具有出奇的稳定和保守性质。这启发人们找到了求解一大类非线性偏微分方程的普遍途径,即所谓“反散射”方法。反散射方法大为扩展

* 美国洛斯·阿拉莫斯国家实验室首先于 1980 年建立“非线性研究中心”,随后加州大学圣地亚哥分校、德克萨斯州大学、休斯敦大学、英国里兹大学、瓦尔维克大学等相继建立“中心”或研究所。从 1977 年开始出版的“非线性文摘”导致了非线性科学的专门期刊 *Physica D* 卷。

了哈密顿力学中原有的可积性概念,反映了这类方程内秉的对称和守恒性质。到了八十年代,此法推广到量子问题,发现了某些可解的微分方程与统计物理中可解模型的内在联系。于是非线性问题的“可积”极端便清楚地勾划出来,发展成数学物理中的一个活跃领域。虽然这里的进展,大多限于时空维数较低的物理系统,但它对非线性科学发展的普遍意义不容忽视,国内外均有许多人在这一方向工作。

另一方面,在“不可积”的另一个极端,气象学家罗伦兹(E. N. Lorenz) 1963年在数值计算中发现:一个简化的描述液体热对流的三阶常微分方程组,在一定的参数范围内给出非周期的、表面上看来颇为随机的输出。1964年天体力学工作者伊依(M. Hénon)等人也发现,一个自由度数目为2的不可积的保守的哈密顿系统,当能量渐高时其运动轨道在相空间中的分布变得越来越无规。1971年茹厄勒(D. Ruelle)等为耗散系统引入了“奇怪吸引子”概念,建议了一种新的导致湍流的机制。1976年数学生态学家梅(R. May)在英国“自然”杂志发表了一篇后来影响甚广的综述,指出生态学中一些非常简单的数学模型,可能具有极其复杂的动力学行为。

这些研究方向迅速地融成一片,一些早年被认为是病态的特例也在新的观点下重新认识。原来不含有任何外来随机因素的完全确定论的数学模型或物理系统,其长时间行为可能对初值的变化十分敏感,同掷骰子一样地随机和不可预测。人们把这一类现象称为“混沌”(Chaos)、“自发混沌”、“动力学随机性”、“内在随机性”等等。这是非线性现象的另一个极端,即不可积系统的普遍性质。由于天下不可积系统的数目远远多于可积系统,混沌现象其实广泛地存在于自然界和数学模型中。七十年代中期以后,物理学家们使这一领域空前活跃起来。这主要是因为他们带来了相变理论中十分成功的普适类、标度律、临界指数等等概念和重正化群方法,发展了确认周期解、刻划吸引子的行之有效的手段,并帮助各行各业的实验工作者掌握了这一套新的概念和方法。

混沌现象也有两个层次。在微观层次上,基本上是描述保守的力学系统中如何因为轨道的不稳定性而出现随机行为,如何从力学的一般原理出发为统计物理学奠基的问题。从十九世纪末叶以来,它作为微分方程定性理论、动力系统理论和遍历理论的组成部分,已经形成很好的数学体系。这里近二十年来概念上的最大进展,是过去认为源于多体效应和大数定律的统计性质,其实在自由度数目并不多的系统中就是因为非线性相互作用而出现的。

在宏观层次上,描述运动流体、化学反应介质等的准有耗散项的非线性方程,它们本身都是纯确定论的方程,不含有任何外加的随机因素。它们究竟能不能反映自然界中广泛存在的湍流现象,即十分紊乱无规的运动状态,这一直是物理学面临的一大难题。对混沌现象的认识,唤起了解决湍流难题的希望。由于求解或模拟流体运动的偏微分方程极为艰难,人们不得不从一些简单得多的数学模型和实验系统入手。然而,这些简单实例的研究,已经带来了丰富的结果。不过,在介绍这些模型之前,我们宜再回顾一下混沌研究的历史。

什么是“混沌”现象

在迅猛发展的科学前沿,要特别避免过早地下定义和从定义出发进行研究。虽然我们在后面还要从各种不同角度考察“混沌”概念,这里还是先回顾一下历史发展过程。

1831年法拉第观察以频率 ω 垂直振动的容器中的浅水波,发现产生了频率为 $\omega/2$ 的分频成分。后来瑞利注意并重复了这个实验,在1877年初版的著名的“声学”一书中曾从参量振荡的角度有所讨论。为什么分频的出现受到特别注意呢?物理实验装置可以看作频率变换系统。如果输出讯号和输入讯号的频率成份相同,系统是线性的,否则就存在着非线性。非线性系统中很容易出现倍频、和频、差频,但并不自然地出现分频。这其实可用三角函数的基本性质说明。更有甚者,倍频、差频与和频的出现没有阈值,无论非线性多小,它们都会产生,只是幅度也小。然而,法拉第和瑞利观察到的分频却是一种阈值现象,只有非线性大到一定程度才突然产生。阈值和分频的出现要求远非平庸的解释。

1981年人们用现代的数据采集和分析系统重复了法拉第实验,不仅观察到了二分频,还看到了在一系列阈值下出现的分频序列,如 $1/2, 1/4, 1/12, 1/14, 1/16, \dots$ 然后转变为含有连续频谱的类似噪声的输出。这就是目前所说的混沌行为。人们在法拉第之后150年又回到这个实验,因为这时已经明白,分频现象往往是分频序列的第一声。

早在四十年代中期,数学家们就曾发现一些含有周期强迫项的非线性振动方程,在参数变化时解的性质可以发生多次突变,而且有一些解的行为相当难以预言。不过,这些方程曾经长期被当作病态的特例。直到前面提及的罗伦兹、伊依等人的数值实验之后,随着电子计算机的日益普及,人们才逐渐认识到这类现象的普遍性。从1975年以后,这类运动被统称之为混沌。奇怪吸引子(或混沌吸引子)上的运动,对初值极为敏感,具有正的李雅彭诺夫指数、正的测度熵、宽频率的功率谱等等。奇怪吸引子本身是轨道的不稳定性和整体性的稳定因素(如耗散)折中的产物,具有复杂的拉伸、扭曲、折迭的结构,是一种具有非整数维数的特殊的几何对象——分形*。对各种数学模型的研究,揭示了走向混沌的许多典型道路。例如:

1. 倍周期分岔道路:系统中相继出现二、四、八……倍周期,即 $1/2, 1/4, 1/8, \dots$ 分频成分,最终进入混沌状态。这一系列分岔,在参数空间和相空间中都表现出自相似性和尺度变换下的不变性。因此,可以用重正化群方法加以分析,计算出一套“普适常数”。它们不仅出现在各种各样的数学模型中,而且与许多实验测量相符。

2. 阵发混沌道路:随着控制参数接近转变点,在规整运动过程中不时崩发的随机运动片段变得越来越频繁,最后进入完全的混沌状态。

3. 具有两个或三个不可约(即比值非有理数)的频率成分的“准周期”运动,可以在某种意义上失去“光滑性”、“可微性”而进入混沌状态。由准周期进入混沌的方式可以说有无穷多种,目前仍是研究的对象。这里也发现了一些标度律和普适常数。

关于混沌运动、奇怪吸引子、通向混沌的各种道路的概念,开阔了实验工作者的思路。于是从八十年代开始,人们在非线性电路、声学 and 声光耦合系统、激光器和光学双稳装置、化学振荡反应、鸡胚心肌细胞的强迫振动、加拿大猞猁的数目消长、人类的脑电波讯号以及社会经济活动的一些指数变化中,到处发现混沌运动。如果说,七十年代初相变理论和重正化群方法的突破,其影响主要限于物理学界内部,则这次混沌热波,遍及科学和技术的许多行业。这是因为一切非平庸的数学模型都必须计入非线性相互作用,而混沌运动是许多非线性系统的典型行为。

* 可参看郝柏林《分形和分维》,《科学杂志》,1986年第38卷第1期。

具有混沌行为的数学模型

物理学中有一些简单而并不平庸的典型问题,围绕它们可以叙述和掌握相当广泛的科学内容。一个例子是二体问题,从经典力学中的刻卜勒问题,相对论力学中的水星近日点进动,到量子力学中的氢原子和量子场论中的兰姆谱线位移,贯穿了经典和近代物理学的全部发展史。另一个例子,是花粉颗粒在液体中的布朗运动,从爱因斯坦的直观处理和朗之万方程、福克-普朗克方程,到涨落耗散定理的现代表述和随机过程的连续积分表示,引出了整个物理学中的概率论描述体系。这两个例子,一属确定论、一为概率论。恰好对于确定论系统中的随机性,即混沌现象,也存在着这样的代表性模型。这就是一维(单变量)的迭代过程。

最简单的例子是生态学中没有世代交迭的虫口模型。设第 n 代虫口数为 y_n 。每个虫子生 a 个卵,这些卵全部成活,则第 $n+1$ 代虫口数是 $y_{n+1} = ay_n$ 。这是一个最简单的线性差分方程,它的解是 $y_n = y_0 a^n$ 。因此,根据这个过份简化的模型,只要 $a > 1$,虫口数目就要指数式地增长起来。但是虫口数目增加之后,将会因争夺有限的食物而发生互相残杀,因接触传染疾病而大批死亡。争夺和接触,都要求两只虫子相遇。当 $y_n \gg 1$ 时,相遇事件的数目比例于 y_n^2 。因此,考虑抑制虫口增长的因素后,模型应当修改为

$$y_{n+1} = ay_n - by_n^2$$

适当改变参数和变量的定义,可以把这个迭代关系写成

$$x_{n+1} = 4\lambda x_n(1 - x_n)$$

(这时, λ 和 x_n 的取值都限于 0 和 1 之间)。围绕这个简单的方程已经发表了几百篇论文,而它的丰富内容还没有完全研究清楚。然而,已经得到的知识,对于分析更复杂的数学模型或实验数据,往往有很大的指导作用。例如,这个模型在变化参数 λ 时,交替给出各种周期和混沌行为。嵌在混沌区中的周期解通常称为周期窗口。每个可能出现的周期窗口,都可以用由两种字母(如 R 和 L , 或 0, 1)组成的字代表。例如,基本的倍周期分岔序列,对应 R 、 RLR 、 $RLRRRLR$ ……等等。这些字可以排出先后次序,而此顺序又与参数 λ 的大小一致。这种“符号动力学”方法,是三十年代数学家们研究“拓扑动力系统”时提出的抽象概念的具体应用,在物理工作者手中已经成为处理日常数据的方便工具。

另一类简单模型,是所谓“圆到圆的映象”。例如,

$$\theta_{n+1} = \theta_n + A - B \sin(2\pi\theta_n) \pmod{1}$$

这里 θ_n 是取在单位圆周上的角度,每转一整圈计 1 (而不是 2π 或 360 度)。凡是超过 1 的数就舍去整数只留小数(这就是符号 $\pmod{1}$ 的意义)。这个简单模型可以模拟两个耦合非线性振子的许多复杂运动制度。当 B 比较小时,它给出交替出现的准周期和周期运动。这里各种周期的出现次序与数论中对有理数的一种排列方式即法瑞(Farey)序列一致。所谓法瑞序列,是把 $(0, 1)$ 线段的两端写成 $0/1$ 和 $1/1$, 然后不断在相邻两分数间用分子、分母各自相加的办法插入新的分数而得到的序列,例如 $\left(0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{1}\right)$ 。当然,这种序列会发展成无

穷尽的一棵“树”,而在有限的频率分辨下只能截取树顶端的若干行。当 B 足够大时,圆圆映象给出倍周期分岔、混沌、锁频等制度的复杂组合。

对上面列举的两个模型,可以得出不少解析结果,数值计算也比较节省时间。然而,对于更为复杂的模型,人们就不得不依靠数值计算。这些模型涉及的数学问题类型有:

1. 高维的迭代过程;
2. 非线性常微分方程组:
两个变量以上的周期驱动系统,
三个变量以上的自治系统,
一个变量以上的时间延迟系统;
3. 非线性偏微分方程,等等。

从表面上看,似乎可以对用电子计算机研究混沌提出原则性的反对意见。因为在有限字长的计算机上,在有限的计算时间内,根本不可能得出真正周期或混沌的解。然而,事实上为了刻划混沌吸引子,人们总是把所研究的相空间扩展到包括相应的切空间。引入切空间后,可以对混沌运动作出可靠的定量的描述。

在电子计算机上和实验室里研究混沌运动的步骤可以概括为两句话:确认周期解,刻划吸引子。不太长的周期可以有把握地定出来,这包括使用庞加莱截面、分频采样、功率谱分析、旋转数、符号动力学等各种办法。这里重要的不仅是确认单个的周期,而且要找出大批周期解的排列规律。如果它们遵从两个或多个字母的符号动力学,或者对应法瑞“树”的某些片段,则不必作更多计算,就可以对参数空间中混沌区或准周期区的位置作出判断。

确定混沌区后,要进一步对吸引子进行刻划。功率谱分析仍然有用,但更重要的是计算李雅彭诺夫指数、各种熵和维数。特别是最近引入的无穷多种高阶信息维数和简单易行的关联维数算法,有可能对吸引子的混沌程度进一步细分。

混沌和湍流的研究

流体的运动可以用一些无量纲的特征数来刻划。这些数的取法视流体所处的环境条件而定。常用的雷诺(O. Renolds)数 Re 是特征长度(如容器直径)、特征速度(如平均速度)和粘滞系数三者的组合。在雷诺数由小变大的过程中,流体的运动状态可能发生多次突变。雷诺在1881年发现 $Re > 2300$ 之后,管子中的流体进入湍流状态。现代工业很容易遇到 $Re \simeq 10^6$ 的情形,某些行星大气中雷诺数可能更大。可见认识湍流的发生机制和学会描述湍流状态下流体的性质(如热传导)是具有重大实际意义的课题。然而一百多年来,湍流课题一直是对物理学的一个挑战。

湍流问题的困难,部分地在于它同时涉及从容器到分子这样众多尺度上的运动。如果它单纯是运动由整化零的过程,即能量由大旋涡不断传到各种中、小、微旋涡,最后在分子尺度上转化为热量,那么某种统计描述可能基本上能解决问题。偏偏在湍流发展过程中,往往又出现大尺度的结构,例如障碍物后面的“涡街”,木星大气里的大红斑。如何既能反映各个悬殊尺度上的紊乱运动,又给出大尺度上似乎有序的结构,一直是悬而未决的难题。

问题还在于,对流体力学的基本方程组迄今没有整体性的存在和唯一定理。有一种极端的看法,认为湍流现象本身就表明了方程组的应用限度。然而,目前更普遍的观点是:有可能在流体力学方程组的框架内,至少说明湍流发生过程的最初几步。这种看法在很大程度上基

于对混沌现象的研究结果。

不过,我们应当立即指出,目前研究得较好的混沌现象主要限于自由度数目不多的系统的时间演化。要理解真正的湍流,就必须处理无穷多个空间自由度的相互作用。是否大尺度结构可以类比于时间行为中的周期窗口,目前仅仅是一种猜测。现在人们有一种“信念”:在湍流发生的初期,相空间中的运动限制在一些维数不高的混沌吸引子上,随着雷诺数的增加,吸引子的维数也逐渐上升。这类说法,目前并没有从数学或实验上可靠地论证。

当前实验和理论符合较好的,并不是工业上有重要意义的开放流中的湍流,而是封闭在有限容器中的流体(如匣子中的热对流、旋转圆柱间的流体)。由于运用激光多普勒测速方法和计算机化的数据采集与分析系统,加上可以在液氦温度下进行低噪声测量,湍流的研究又回到了物理实验室中。可以说,混沌现象的研究,在湍流问题上开始了一个思想解放的阶段。一些沿用了几十年的湍流发生模式被证明是不正确的,人们建议了各种各样的新的湍流发生机制,形成了“条条道路通湍流”的局面。看来对湍流的认识,不能限于某一两种机制,而必须把内在的吸引子上的混沌运动,与弱的外部随机性所提供的吸引子之间的影响结合起来。

量子混沌问题

前面所讲的混沌行为的实验和数学模型,都属于经典物理系统的长时间行为。量子系统中是否存在混沌现象?这是目前仍在研究,而且尚有争议的问题。

首先要区分与时间无关和与时间有关的量子系统。对于和时间无关,即哈密顿算子不显含时间的量子系统,问题的提法和答案都比较清楚:这就是经典不可积的哈密顿力学系统如何量子化(爱因斯坦早在 1917 年就提出了这个问题),量子化后能级分布如何。回想一下著名的玻尔-索墨菲量子化条件:每一个运动积分或不变量导致一个量子数。这些量子数对能级实现完备的标识或分类。不可积系统只剩下最平庸的运动不变量(如能量),独立的量子数减少了。不完备的分类自然地要求考虑能级分布的统计性质。六十年代以来人们用随机矩阵理论研究复杂原子核能级的统计分布性质,已经有比较清楚的结论。现在知道,这些结论同样好地适用于自由度数目并不很大的不可积系统。

概括地说,如果不可积系统具有时间反演不变性,则其能级的统计分布性质与高斯正交系综的随机矩阵的本征值分布一致。如果系统不具有时间反演不变性,则与高斯么正系综的统计性质一致。所谓高斯正交系综,就是实对称矩阵的集合,其矩阵元是遵从高斯分布的随机数,而高斯么正系综是复厄米矩阵的集合,其矩阵元的实部和虚部分别遵从高斯分布。这两种分布的共同性质是能级“排斥”,即能级重合的概率为零。其它统计性质,如高次矩,也有不同的数学表达式。这些结论,已由一批不可积模型系统的数值计算证实。至于可积量子系统的高能级分布,则遵从泊松分布。

关于含时间的量子力学,我们的知识本来十分有限。教科书中有含时间的微扰论,基本上是处理周期性微扰和能级间的跃迁。对于一般的显含时间的哈密顿算子,并没有建立起包含长时间极限的量子与经典对应关系,也不能使用准经典近似。有些情形已经证明,无论任何高阶的准经典近似(即不论展开到普朗克常数的任何有限幂次),其结果只适用到有限长的时间。超过这一时间,高阶修正就不能忽略。经典混沌是时间趋向无穷大的“渐远”行为(asymptotic

一词在此当“渐远”比“渐近”好),不可能靠量子经典对应移植到量子系统中。对于若干具体的含时间的量子系统(如周期刺激下的量子转子),人们作过大量的数值研究。其结果都表明,所看到的混沌行为是在一定时间范围(或频率区间)内的经典混沌的遗迹,而不是完全的量子效应。

值得指出,近几年实验研究发现,处于微波谐振腔和强磁场中的高激发态(主量子数 $n = 66$ 以上),氢原子的电离度随微波场强而不是频率增加。这一现象能够很好地用经典相空间中迷走的混沌轨道解释,也是量子系统中残存的经典混沌行为。因此,比较谨慎的科学工作者目前使用的提法是“量子系统中经典混沌的印迹”,而不是“量子混沌”。最近,一些多年研究量子混沌问题的专家在回答“究竟有没有量子混沌”的正面质问时,也往往简单地回答“没有”。

然而,这并不是一致意见。有人构造了量子散射问题的特殊但严格的数学模型,其“相移”——散射理论中的重要特征量——由黎曼 ζ 函数零点的虚部给出。大家知道,数论和统计物理中都经常遇到的黎曼 ζ 函数,关于它的零点分布有一些至今未能完全证明的猜测。例如,黎曼猜测它的非平庸零点全部位于实部为 $1/2$ 的直线上。数值计算得到的零点虚部看来像是随机地分布在这条直线上,它们的统计性质甚至符合高斯 Δ 正系综的性质。因此,如果某个散射问题的相移由黎曼 ζ 函数的零点虚部给出,这就应当看作是真正的量子混沌了。可惜这类模型过于人为,不足以导出普遍的结论。

量子力学的薛定谔方程和经典力学的牛顿方程一样是确定论的,它们不包含外来的随机因素。尽管对波函数的统计诠释有助于说明它和实验测量的关系,但量子系统一般说来比经典系统更为确定,更为有序。混沌运动是不可积经典系统的一类典型行为,而量子系统的典型行为看来更接近准周期运动。量子系统的这种特殊性,可能对于认识生命现象有特殊意义。然而,这里需要的不是议论,而是对于数学模型和实际系统的持续的认真研究。

混沌有什么“用”

对于基础研究课题,过早地提出应用要求,只会起到扼杀学科发展的作用。这里最重要的是鼓励人们去发现和认识未知的现象和规律。虽然如此,我们还是简略讨论一下混沌研究的“应用前景”。

迄今为止,“混沌学”(Chaology,这是 M. Berry 从 1893 年出版的一本字典中发掘出来的一个罕见字)的实际意义可以概括为:它起了开拓眼界、解放思想的作用,使我们看到了普遍存在于自然界中而人们多年来视而不见的一种运动形式;在较为低级的层次上,这往往是应当设法回避的行为,在物质运动的高级形态(例如生命现象)中,混沌可能是具有根本意义的积极因素;在哲学上,它可能有助于消除对于统一的自然界的确定论和概率论两套对立描述体系之间的鸿沟,深化对于偶然性和必然性这些哲学范畴的认识。下面试图通过一批实例来解释这一段话。

低温下通过两个超导体之间极薄的绝缘层发生的超导隧道效应,可用以研制低噪声的微波参量放大器。然而 1977 年以后发现,放在微波谐振腔中的超导隧道结,随着增益提高还给出反常的噪声。实验在 4K 低温下进行,噪声的等效温度高达五万度以上。这是用任何当时已知的机制都无法解释的。后来才明白,原来系统进入了混沌区,“噪声”来自动力学本身。这

使我们想起五十年代末曾经热闹一时的铁磁参量放大器,后来也因为噪声过高而消声匿迹。那原因很可能也在于混沌(实验中曾经发现过二分频)。高能粒子加速器中的束流损失,受控热核反应装置中磁约束的泄漏,核电站循环水系统可能发生的有害回流,光学双稳器件中的不稳定,这些都与混沌现象有联系。海上采油塔附近用以悬挂输油管的系泊浮桩,在海浪的周期冲击和缆绳张弛的非线性作用下发生分频甚至混沌振荡,也属于这一类应当设法回避的现象。

地球物理学中有许多复杂的动力学过程,很难简单地以“利”、“害”名之,人们必须深入地研究和认识它们。前面提到过的气象学家罗伦兹,曾经说起“蝴蝶效应”对长期天气预报的影响。意思是大气动力学过程的方程组可能如此不稳定,以致某处一支蝴蝶扇动翅膀便可改变了初始条件,使得长时间行为完全改观。其实,愈是长期预报,人们关心的愈是平均行为,而不是具体演化过程的细节。混沌吸引子的遍历性质,恰好可以保证许多长时间平均量的稳定性和对初始条件的无关性。我们大可不必对长期预报担忧。此外,古地磁资料表明地磁场在近数百万年内多次随机地反向,影响全球天气变化的南半球海温的非周期振荡(El Niño 现象),近几年都有人用确定论模型中的混沌加以解释。当然,人们还不能宣称,混沌就是这些现象的唯一原因,但至少多了一种考虑问题的观点。

了解湍流的本质,始终是混沌研究的重要动力。即使对于其机理还缺乏深刻认识,这里已经有一些直接应用,例如提高气体和粉末燃料的燃烧效率或等离子体加热效率。

当我们进而考察生命现象时,混沌行为的启发作用就更大了。各种各样的生物节律,既非完全周期,又非纯粹随机,它们既有“锁频”到自然界周期过程(季节、昼夜等)的一面,又保持着内在的“自治”性质。许多生物节律可用耦合的非线性振子模拟。二十年代末期已经有人用非线性电路模拟过心脏搏动。近几年生理实验和数学模型的研究,进一步揭示了各种心律不齐、房室传导阻碍、心室纤维颤动与混沌运动的可能联系。如果考察人类的脑电波,对比就更为尖锐。癫痫患者发病时的脑电波呈明显的周期性,而正常人的脑电波则近乎随机讯号。维数测量表明它们不是随机的,而是来自维数不很高(2—5)的吸引子上的动力学过程,目前距离真正理解其动力学还很遥远,但神经网络和脑功能的实验与模型研究正在成为物理学的关心对象。

自然界是统一的,但自然科学中有确定论和概率论两套描述体系。牛顿以来的科学传统比较推崇确定论体系,而把概率论描述作为“不得已而为之”的补充。其实纯粹的确定论和概率论,都以某种无穷过程(无限测量精度,无穷长的随机性检验)的存在为前提,而更确切地反映客观世界的理论却应当基于有限性原则(有限的测量精度、有限的计算机字长、有限的观察和计算时间,等等)。看来,有限性原则的某种表述应当以基本原理的形式进入物理学甚至整个自然科学的体系。那时我们将从确定论和概率论的根深蒂固的人为对立中解脱出来。人们对偶然性和必然性这些哲学范畴的认识也会随之深化。这是一个目前尚待解决的、涉及现代科学的逻辑体系的根本性问题。混沌研究正在为我们积累感性素材。“牛顿力学具有内在的随机性”这样的命题,正在为更多的科学工作者所理解。

中国科学院混沌研究概况

我国数学界对动力系统理论的研究,有着多年的传统和贡献,而物理学界对混沌现象的注

意,则始自1980年夏天在大连举行的第二届全国非平衡统计物理会议。1984年11月中国科学院数学学部支持在桂林举行“非线性系统中不稳定性和随机性”学术讨论会时,80多位来自高等学校和科学院各所的与会者反映了我国数学、物理、力学、化学、生物和地学工作者已经取得的一批研究成果。

混沌现象的研究目前明确属于基础研究范围。科学院一批研究所有这方面的理论或实验研究课题。理论物理研究所在临界慢化、分频采样方法、一维映象的符号动力学和用符号动力学于常微分方程周期窗口排序,以及吸引子维数计算等方面有一批结果,并将混沌研究列为开放所的课题。物理研究所对光学双稳装置中的分岔和混沌,特别是两种以上延迟并存时的丰富现象作了深入研究。上海生物化学研究所生物物理室在人脑电波的维数分析和反映了神经胶质细胞作用的神经网络模型中,都运用了混沌概念。大气物理研究所在大气动力学方程中的混沌过程和数值模拟方面作了许多工作。力学研究所在新建立的“近代连续介质力学开放实验室”中,把混沌现象列为非线性和湍流研究的部分内容。此外,系统科学研究所、合肥等离子体研究所、武汉数学物理研究所、成都分院数学研究室、沈阳金属所等单位,都有人关心或从事与混沌有关的研究。

就全国范围而言,混沌研究稍有“过热”之嫌。据了解,1986年度我国自然科学基金的申请项目中,有关混沌的项数超过了固体理论(不包括归入技术科学部的半导体理论)。这种比例不能认为是正常的。其实,混沌现象本身不是研究的目的。“混沌”同“相变”一样,是普遍存在于自然界和数学模型中的一类客观现象,既有普适性质的种种表现,也必然在不同条件下具有特殊性。这里重要的是用混沌研究中形成的新概念武装起来,更深入地研究各个学科领域中具体的非线性模型和演化过程,并从而丰富混沌动力学的内容,而不能仅仅满足于又多了几个大同小异的混沌实例。

我们也不同意另一种看法,认为混沌只不过是一种数学现象,没有多少值得研究的物理内容。其实只要回顾“线性科学”中一件熟知的事实就够了:多种多样的波动现象在振幅很小的极限下都归结到同一个波动方程,而波动方程的数学理论早就比较完备了。这并没有妨碍电磁波、声波、地震波、海水表面和界面波等种种问题发展成各自的研究领域,为它们设置专门研究机构,出版专著和论文。具备共同的数学背景,只是反映这些领域的成熟程度,并不能代替实际问题的研究。何况对于混沌现象,目前并不存在公认的完备的数学理论。不过,无论国际国内,经过最近十年的混沌热潮冲击之后,都提出了“混沌研究往何处去”的问题。

混沌研究的发展方向

1975年前后兴起的混沌研究热潮,现在已经进入了平稳发展时期。十几年来,发表了数千篇论文,出版了不下三十种会议和其它文集,十部以上专著。人们都正在总结前一阶段的结果,思考着下一步如何深入。我们也对此提一些看法。

1. 湍流问题仍然是对现代科学的挑战。为了认识真正的湍流发生机制,并且逐步走向完全发达的湍流,必须研究时空混沌行为,即不能限于少数自由度的时间演化。事实上这里存在着整个阶梯:从时间、空间、状态三者都用离散变量代表的“元胞自动机”模型,到三者都连续变化的偏微分方程组,中间可能有各种耦合映象和常微分方程的“格子”。这里需要引入新的

概念,也应当借助并行处理系统的威力。

2. 以往研究的混沌多属长时间的渐远行为,然而过渡过程可能更为重要和丰富多采。处于物质运动复杂性金字塔顶端的生命现象和社会经济活动,毕竟都是相对于历史而言的过渡过程,时间趋向于无穷的极限会有多少意义?前几年已经讨论过临界慢化、过渡混沌等等概念。动态临界现象的研究经验告诉我们,与时间有关过程的普适类划分会更细,而且可能需要引入新的临界指数。

3. 混沌运动本身应有进一步的分类,奇怪吸引子也会有不同的奇怪程度。混沌吸引子的刻划方法(李雅彭诺夫指数,各种熵和维数)目前仍处在研究初期;特别是怎样从实验数据中提取这类特征量,现在尚未完全解决。最近正在发展的多标度分形维数的“热力学形式”,可能成为定量描述更一般的复杂系统的手段,混沌现象也应当放到复杂系统典型行为的一般背景上研究。

4. 具体模型的数值研究应当转向分岔和混沌的“谱”,即参数空间的整体结构,辅以对各种吸引子及其间转变的定量和唯象分析。要综合使用几何的(同异和异宿相交)、测度的(熵与维数)、拓扑的(符号动力学、迴转数)、分析的(周期轨道跟踪技术)各种手段于数值实验。目前可以说,还没有一个数学模型被全面彻底地研究清楚。缺乏这类素材,就不能发现寓于特殊性中的普遍性,并进而促成一般的理论概念。

5. 混沌研究需要各门学科的合成。一方面要向各行各业普及已经积累的新概念和方法,一方面要使物理工作者创造的种种实际手段在数学上有所论证与提高。哲学上也应有新的概括。

总之,基础研究贵在坚持。我国的混沌研究已经在国际上争得了一席之地。只要我国科学工作者继续努力,今后一定能有更大的贡献。