

关节式三坐标测量机系统误差的补偿及其实验

吴汉欣 张启先

(北京航空航天大学机电系)

郑时雄

(华南工学院机一系, 广东)

摘要 本文对关节式三坐标测量机用光学经纬仪进行了精密的系统误差测量及补偿实验。首先测定了关节转角与编码器读数的非线性误差。接着求出了测量机的结构参数精确值和编码器零位偏差，并编制了补偿软件。补偿实验表明使用改进测量软件可基本消除系统误差。

关键词： 测量机，系统误差，补偿，机器人操作手。

1 引言

随着工业机器人技术的发展，用于检测其性能指标的手段相继出现，如摄像机系统、超声波传感器、电缆电位计、激光跟踪系统、光学经纬仪、机械式测量装置等。测量手段的进步为机器人性能的鉴别和改进，特别是机器人的校正和运动误差补偿创造了有利条件。

关节式三坐标测量机是用于测量机器人性能指标的机械式测试装置，由开式链机构、编码器和微机组成。目前西德、日本均对此进行了研制，我国也已开始研制，本文涉及的测量机就是华南工学院研制的。

测量机欲用于测试机器人，其自身应有比之高一个数量级的精度，然而测量机的制造和安装存在不可避免的误差，因此必须对它进行精确的校正和补偿。在机器人的校正和补偿方面，国外学者做了一些工作，但涉及实验的文章不多。文〔1〕提出了表插值法和离线计算法补偿机器人误差，静态精度可提高10倍。文〔2〕采用最小二乘法处理位姿和关节实验数据，用变换矩阵进行小区域工作空间的误差补偿，精度也可提高10倍。文〔3〕利用经纬仪和千分表等量具对机器人结构参数，编码器零位偏差，关节柔性、间隙和齿轮传动误差进行了测定，使机器人位置模型的直接误差从4.8mm减至0.3mm。值得指出，该文使用单台经纬仪与标尺配合起来测量位姿和齿轮传动误差，不容易保证精度。关节式三坐标测量机的校正

和补偿与机器人有相似之处，但未见有关文章发表。为了对测量机进行精确的校正和补偿，本文对文〔3〕中使用经纬仪的方法作了改进并推广于测量机的研究。首先采用光学经纬仪，通过刚性联轴器与关节联接，测量包括齿轮传动和编码器在内的综合非线性误差，并通过最小平均误差法拟合成三角多项式；而后，采用两台经纬仪配合，利用三角测量原理测取参考点位置并读取对应的编码器读数，经补偿关节综合非线性误差后，采用最小二乘法求结构参数精确值和编码器零位偏差。在上述工作基础上，编制了改进的测量软件。实验表明：使用改进软件测量工作空间内任意两点距离的误差从原有的1.889mm减至0.43mm，小于编码器分辨率引起的测量误差(0.5mm)，基本上消除了系统误差。

2 测量机的数学模型

2.1 机构运动方程

测量机有七个关节（如图1所示）。手臂部分三个关节上装有绝对式编码器并通过一级

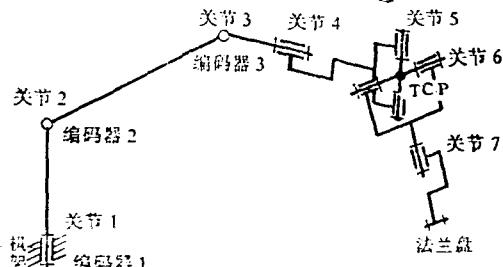


图1 测量机机构示意图

收到本文的时间是1987年10月4日。

齿轮传动与关节相联，用来确定参考点TCP的位置；手腕部分四个关节未设置编码器。四轴交于点TCP，故这四个关节的转动不影响TCP的位置。最末一关节可做调整转动，当由关节5和6构成的十字头发生结构干涉时，该关节允许工业机器人带着测量机继续转动，从而避免构件损坏。

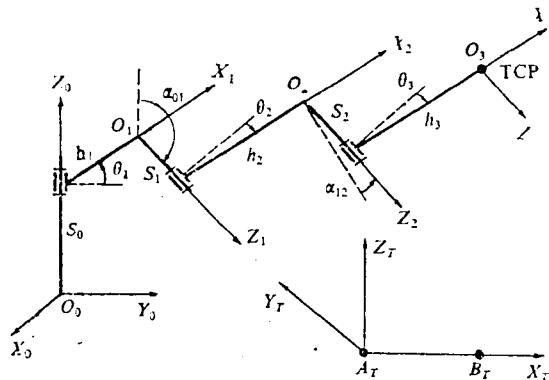


图2 测量机的数学模型

图2所示为测量机的“真实”机构（包含制造和安装误差）简图。根据文[4]，点TCP在 $O_0-X_0Y_0Z_0$ 中的坐标 (x, y, z) 可表为：

$$(x \ y \ z \ 1)^T = [M_{01}][M_{12}][M_{23}] \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \quad (1)$$

式中四阶变换矩阵 $[M_{ij}]$ ($i, j = 01, 12, 23$)为：

$$[M_{ij}] = \begin{pmatrix} c(\theta_i + \theta_{i0}) & s(\theta_i + \theta_{i0})c\alpha_{ii} \\ s(\theta_i + \theta_{i0}) & c(\theta_i + \theta_{i0})c\alpha_{ii} \\ 0 & s\alpha_{ii} \\ 0 & 0 \\ s(\theta_i + \theta_{i0})s\alpha_{ii} & h_i c(\theta_i + \theta_{i0}) \\ -c(\theta_i + \theta_{i0})s\alpha_{ii} & h_i s(\theta_i + \theta_{i0}) \\ c\alpha_{ii} & s_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中 c 表示 \cos ， s 表示 \sin ； α_{ii} ， θ_i ， h_i ， s_i 的定义与文[4]一致； θ_{i0} 为与 θ_i 对应关节编码器零位偏差。

点TCP在 $O_T-X_TY_TZ_T$ 中的坐标 $(x_T, y_T,$

$z_T)$ 可表为：

$$\begin{aligned} (x_T, y_T, z_T, 1)^T &= [M_{T0}][M_{01}][M_{12}] \\ &\quad [M_{23}][0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $[M_{01}]$, $[M_{12}]$, $[M_{23}]$ 与式(1)相同；

$$[M_{T0}] = \begin{pmatrix} c\theta_0c\delta_0 - s\theta_0c\alpha_0s\delta_0 \\ s\theta_0c\delta_0 + c\theta_0c\alpha_0s\delta_0 \\ s\alpha_0s\delta_0 \\ 0 \\ -c\theta_0s\delta_0 - s\theta_0c\alpha_0c\delta_0 & s\theta_0s\alpha_0 \ x_0 \\ -s\theta_0s\delta_0 + c\theta_0c\alpha_0c\delta_0 & -c\theta_0s\alpha_0 \ y_0 \\ s\alpha_0c\delta_0 & c\alpha_0 & z_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中 θ_0 、 α_0 、 δ_0 为三个欧拉角， x_0 ， y_0 ， z_0 为原点 O_0 在 $O_T-X_TY_TZ_T$ 中的坐标。

2.2 关节角与其误差的关系

关节转角 θ_T 是通过齿轮由编码器读取的，所以齿轮传动和编码器自身两者的综合误差 $\theta_{e,i}$ 会影响关节角的精度。 $\theta_{e,i}$ 可表为编码器读数 $\theta_{r,i}$ 的函数：

$$\theta_{e,i} = \theta_{r,i} - \theta_T = f_{e,i}(\theta_{r,i}) \quad (5)$$

通过实验可用数表或拟合函数表示 $\theta_{e,i}$ 与 $\theta_{r,i}$ 之间的函数关系。由式(5)得：

$$\theta_T = \theta_{r,i} - f_{e,i}(\theta_{r,i}) = f(\theta_{r,i}) \quad (6)$$

这是 θ_T 与 $\theta_{r,i}$ 之间的函数关系，当要求用 θ_T 代入方程(1)或(3)求点TCP位置时，可由 $\theta_{r,i}$ 代入式(6)求得。

3 实验方法与数据计算处理

3.1 关节综合非线性误差测量及数据处理

为了精确测量关节综合非线性误差，本文采用了J₂光学经纬仪，其竖盘读数误差小于±6'', 水平盘小于±2''。

安装时，关节上一杆与机座固联，另一杆可绕关节轴转动，经纬仪水平盘通过刚性联轴器与关节轴固联，可随转轴一起转动，经纬仪通过可调顶尖与地面支座相联，经纬仪上放置光学水平仪或千分表以检查并修正经纬仪相对

于支座的微小转动。

测量时，关节每转动角度（ $10' \sim 30'$ ）一次即读取经纬仪、水平仪或千分表、编码器各一次，在关节转角范围内共读取约300个采样点。然后将数据绘制成式（5）形式的函数曲线，再用最小平均误差法得出三角多项式拟合函数。关节2和3系采用水平仪来修正经纬仪相对支座的转动，而关节1用了两支千分表。

图3为进行关节综合非线性误差测量和数据处理的程序框图。

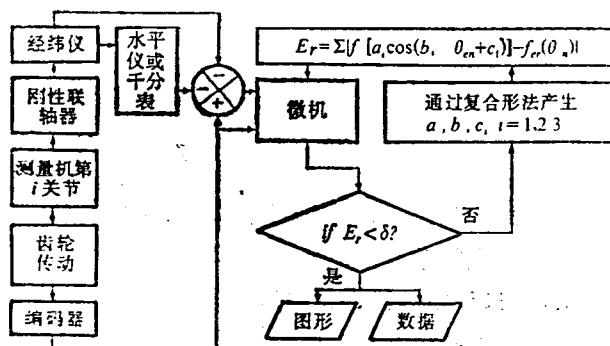


图3 测量关节综合非线性误差和数据处理框图

3.2 点TCP坐标及对应关系角 θ_{en} 的测取

3.2.1 实验方法

- 将两台经纬仪分别设置在距测量机机座约3m远，彼此相距约2m处。

- 将两经纬仪竖盘均调至 90° 或 270° ，对准远处同一目标，调微调旋钮，使两经纬仪的中心位于同一水平面上。

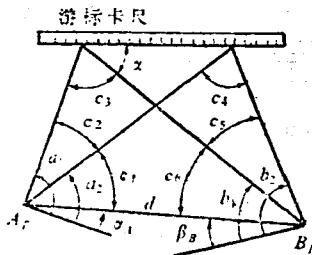


图4 经纬仪与游标卡尺的几何关系

- 在测量机工作空间内过经纬仪中心的水平面上放置一把游标卡尺（600mm），将竖盘调至 90° 或 270° ，按图4测取水平角 a_1 ， a_2 和 b_1 ， b_2 ，以确定两经纬仪中心的距离 d 和水平

盘初始角 α_A 和 β_B 。

由图4所示几何关系不难得到：

$$l = d \cdot \sin c_2 \cdot \sin(c_5 + c_6)$$

$$\cdot \sqrt{1 + \cot^2(\alpha + c_3)} / \sin c_4 \quad (7)$$

$$\text{其中 } \cot(\alpha + c_3) = [A - \cos(c_2 - c_4)] / \sin(c_2 - c_4)$$

$$A = \sin c_5 \cdot \sin c_4 \cdot \sin(c_1 + c_2) / [\sin c_2 \cdot \sin c_3 \cdot \sin(c_5 + c_6)]$$

$$c_1 = a_2 - \alpha_A$$

$$c_2 = a_1 - a_2$$

$$c_3 = b_2 - b_1$$

$$c_4 = b_1 - \beta_B$$

$$c_5 = 180^\circ - (a_1 + b_1 - \alpha_A - \beta_B)$$

$$c_6 = 180^\circ - (a_2 + b_2 - \alpha_A - \beta_B)$$

式（7）为关于 d ， α_A ， β_B 的非线性方程，求代数解很繁，宜采用数值解法。为减小随机误差，测取了九组数据，以 d ， α_A ， β_B 为设计变量，调用复合形法程序，使

$$\sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 (l_i \text{ 计算值} - l_i \text{ 实际值})^2} \rightarrow \min \quad (8)$$

经100多次迭代得

$$d = 2561.362\text{mm}; \alpha_A = -0.00207\text{rad};$$

$$\beta_B = 0.00093\text{rad}$$

经检查，这组数据引起的最大测量误差小于 0.08mm 。

• 选取经纬仪坐标系 $O_T-X_TY_TZ_T$ ，使 O_T 与经纬仪中心 A 重合， O_TX_T 轴由 A 指向 B ， O_TZ_T 轴则铅直向上，如图5所示。

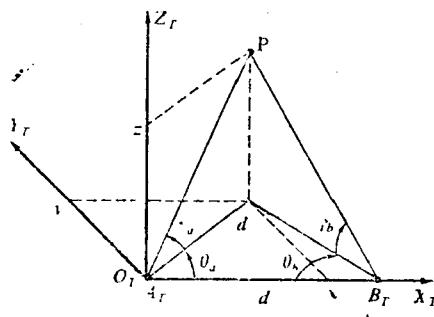


图5 点P坐标与经纬仪的几何关系

不难得得到点P的坐标为:

$$\begin{cases} x = d' \cdot \cos\theta_a \\ y = d' \cdot \sin\theta_a \\ z = d' \cdot \cot\gamma_a \end{cases} \quad (9)$$

其中 $d' = d \cdot \sin\theta_b / \sin(\theta_a + \theta_b)$ 。

3.2.2 TCP坐标及对应角 $\theta_{e,i}$ 的测取

点TCP位于测头中心,无法直接测量其坐标,为此分别在测头上下销的中心孔内粘放钢球($\phi 5\text{mm}$),见图6。先测量两钢球中心的坐标,再利用线段比例关系求TCP坐标。测量时,在经纬仪上装光源,以钢球面的反光点代替钢球中心。可以证明当光源至镜轴距离不大时,由此引起的误差可忽略不计。

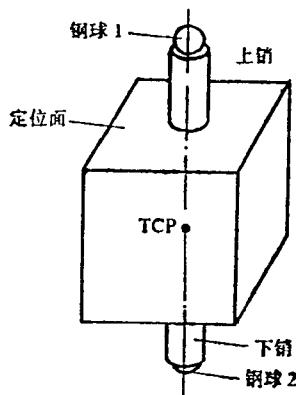


图6 测点示意图

在测量机工作空间内取一略小的长方体,画成网格,见图7。测量TCP位于网格结点附近的坐标并从微机读取对应的各关节角 $\theta_{e,i}$,得到27组数据。

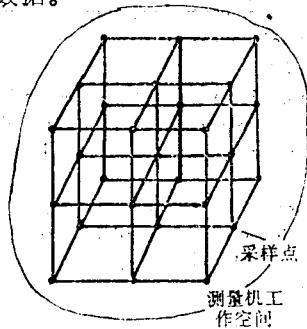


图7 采样点的TCP位置

3.3 计算测量机结构参数和编码器零位

本文采用复合形法,以结构参数和编码器

零位偏差以及 $[M_{T_0}]$ 中的六个参数为设计变量,使

$$\sqrt{\frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} [(x_{T_i} - x_{TCP_i})^2 + (y_{T_i} - y_{TCP_i})^2 + (z_{T_i} - z_{TCP_i})^2]} \rightarrow \min \quad (10)$$

式中 x_{T_i} 、 y_{T_i} 、 z_{T_i} 为计算值; x_{TCP_i} 、 y_{TCP_i} 、 z_{TCP_i} 为测量值。

约束条件为:

$$\begin{aligned} \text{名义值} - 1\text{mm} &< \text{长度参数} < \text{名义值} + \\ &+ 1\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{名义值} - 0.09\text{rad} &< \text{角度参数} < \text{名义值} + \\ &+ 0.09\text{rad} \end{aligned}$$

对于 $[M_{T_0}]$ 中的六个参数,取

$$\begin{aligned} \text{粗测值} - 20\text{mm} &< \text{长度参数} < \text{粗测值} + \\ &+ 20\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{粗测值} - 0.2\text{rad} &< \text{角度参数} < \text{粗测值} + \\ &+ 0.2\text{rad} \end{aligned}$$

图8为测量与计算的程序框图。表1为经过近千次迭代运算的结果,由此可见测量机结构参数误差和编码器零位偏差均不大。

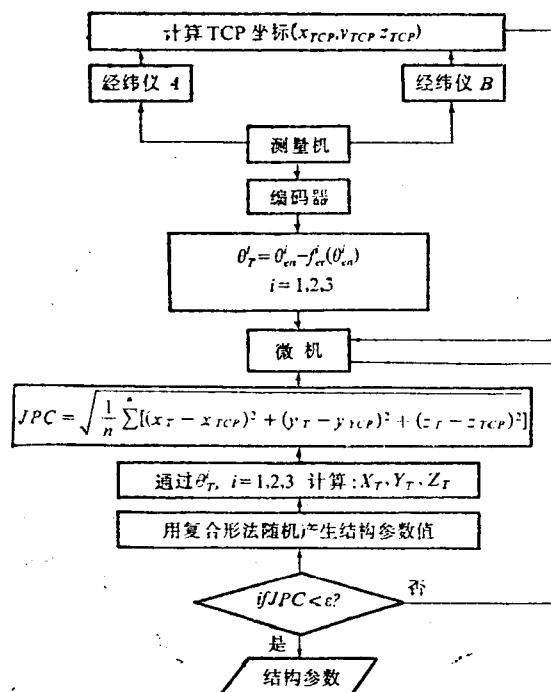


图8 测取数据与计算结构参数精确值的框图

表 1 结构参数计算结果

参数符号	名义值	精 确 值	误 差
a_0		203°54'50"	
θ_0		0°15'40"	
d_0		0°57'14"	
x_0		1831.318	
y_0		3097.694	
z_0		-335.673	
α_{01}	90°	89°57'37"	0°2'23"
h_1	0	-0.012	0.012
s_0	375.5	375.5	0
a_{12}	0°	0°0'40"	-0°0'40"
h_2	700	699.863	0.137
s_1	0	0.077	-0.077
α_{23}	0°	0°	0°
h_3	500	500.146	-0.146
s_2	0	0.01	-0.01
s_3	0	0	0
θ_{10}	0°	0°	0°
θ_{20}	0°	0°1'17"	-0°1'17"
θ_{30}	0°	-0°1'8"	0°1'8"

长度单位: mm

4 补偿实验

图 9 所示为测量机使用改进软件测量工业机器人末杆运动轨迹的程序框图。编码器读数 θ_{ij} 代入式(6)补偿综合非线性误差后, 代入式(1)计算点TCP的坐标。

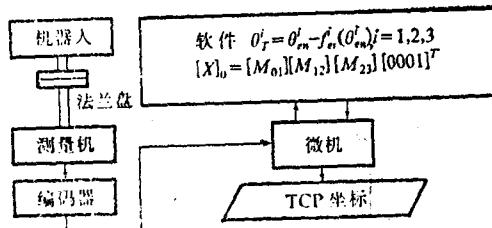


图 9 改进软件的测量框图

为了检验补偿效果, 本文制作了量程 800 mm 的刚性标尺, 标尺上嵌有九个等间距孔 ($\phi 10\text{mm}$), 可供测头上的销插入, 标尺加工误差小于 $\pm 5\mu\text{m}$ 。测量时, 标尺安装在万向分度头上, 旋转分度头测量在测量机工作空间内大致平行于 X_0 轴, Y_0 轴和 Z_0 轴方向以及与坐标轴约成 45° 的各个方向上任意两点距离的误差。

测最结果表明: 原有软件的最大测距误差

为 1.889mm , 改进软件为 0.43mm , 略小于由编码器分辨率自身引起的随机测最误差 (0.5mm); 两软件的最大测最误差均出现在 Z_0 轴方向上, 与定性分析结果一致。改进软件在 X_0 轴和 Y_0 轴方向上的测最误差小于 0.25mm 。

5 结束语

实验表明影响测最机精度的诸因素中, 关节综合非线性误差是主要的, 结构参数误差不大, 关节间隙引起的测最误差小于 0.1mm 。

采用经纬仪进行测最, 方案是可行的, 由此造成的角度误差小于 $\pm 6''$, 位置误差小于 0.12mm 。

采用最小二乘法处理多于确定设计变量所需实验数据, 可大大减小随机误差的影响。

本文改进了测最软件, 使得测最任意两点距离的误差从原机软件的 1.889mm 减至 0.43mm , 基本上消除了系统误差。

本文采用的方法具有一般意义, 亦适用于工业机器人的校正与补偿。但是使用经纬仪是一项比较繁重的工作, 不适合在大批量生产中应用。本文建议采用高分辨率编码器或其它高精度角度传感器测量关节综合误差, 采用直动式三坐标测最机测取TCP坐标。

关节式三坐标测最机经校正补偿后, 用于测试工业机器人的性能指标是可行的。

参 考 文 献

- 1 Payannet D, Aldon M J, Liegeois A. Identification and compensation of mechanical errors for industrial robots. In: Proc of 15th ISIR 1985: 857-864
- 2 Sugimoto K, Okada T. Compensation of positioning errors caused by geometric deviations in robot system. In: Proc of 2nd ISRR 1985: 231-236
- 3 Whitney D E, Lozinski C A, Rourke J M. Industrial robot forward calibration method and results. ASME(G) 1986: 1-8
- 4 张启先. 空间机构的分析与设计. 机械工业出版社, 1984
- 5 机械委北京自动化所, 华南工学院. 工业机器人综合运动特性测最机精度分析及检定. 1987

(下转49页)