

軍事圖書館藏
萬有文庫
第五千種
主編

自然哲學之數學原理

(六)

牛頓 著
鄭太朴 譯

華東軍工大學
圖書館
第一總隊政治部

商務印書館發行

6

8:6

自然哲學之數學原理

(六)

牛頓 著
鄭太朴 譯



萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

目次

原序

第二版序言

第三版序言

第一冊

說明..... 1

運動之基本定理或定律.....21

第一編 第一章 論首末比之方法用此可
證明以後之理者.....45

第二章 論向心力之求法.....64

第二冊

第三章 論圓錐曲線上物體之運
動..... 1

第四章 論一個焦點已知時求圓
錐曲線的軌道之法.....23

第五章	論焦點均未知時求軌道之法	39
-----	--------------	----

第三冊

第六章	求已知軌道內運動之法	1
第七章	論物體之直線的上昇及下墜	15
第八章	論物體受向心力之推動而運行時求其軌道之法	34
第九章	論動的軌道內物體之運動以及回歸點之運動	44
第十章	論物體在已知面上之運動及擺錘運動	70

第四冊

第十一章	論球形物體之運動其間有向心力互相吸引	1
------	--------------------	---

第十二章 論球形物體之吸引力…46

第十三章 論非球形物體之吸引力……………84

第 五 冊

第十四章 論傾向大物體的向心力
所推動的小物體之運動…………… 1

第二編 第一章 論某項物體之運動此項
物體受一種與速度相比
的抵抗力者……………17

第二章 論某項物體之運動此項
物體所受之抵抗力與速
度之平方相比……………35

第三章 論物體在抵抗力下之運
動此抵抗力之一部分與
速度相比一部分則與其
平方相比……………92

第 六 冊

- 第 四 章 論物體在中介物內之循環運動…………… 1
- 第 五 章 論流體之密度及壓榨以及流體靜力學……………14
- 第 六 章 論擺錘之運動及抵抗…39

第 七 冊

- 第 七 章 論流體之運動及拋出的物體之抵抗力…………… 1
- 第 八 章 論流體內之傳達運動…68

第 八 冊

- 第 九 章 論流體之圓形運動…… 1
- 第三編 論宇宙系統……………21
- 研究自然之規律……………22
- 現象……………26
- 第 一 章 論宇宙系統之原因……36

第 九 冊

第二章 論月球差失之大小…… 1

第三章 論海潮之大小……65

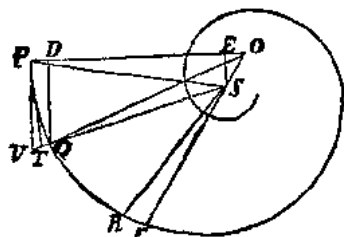
第四章 論歲差……80

第十冊

第五章 論彗星…… 1

第四章 論物體在 中介物內之循環運動

§ 20. 補題. 今設 $PQRr$ 爲一螺旋線, 其與一切半徑 $SP, SQ, SR,$ 等等之交角均相等, 試作 PT 直線, 與曲線相切於 P 點, 與 SQ 之引長相交於 T . 又作垂線 PO, QO 相交於 O , 並引 SO 線. 如是, 則 P 與 Q 相接近而至於相合時, PSO 角即成爲直角, 而且最後, 有

$$TQ \cdot 2PS = PQ^2.$$


第一六一圖

因

$$OPQ = OQR = 90^\circ,$$

而

$$SPQ = SQR$$

故

$$\angle OPS = \angle OQS.$$

所以經過 O, S, P 三點的圓亦經過 Q 點。今如 P 與 Q 相合，則此圓即於相遇點與曲線相切，並與 OP 線垂直的相交。因此， OP 即為此圓之直徑，而

$$OSP = 90^\circ.$$

今再作 QD, SE 垂於 OP 上，則諸線之最後比成爲

$$TQ : PD = TS : PE = PS : PE = 2PO : 2PS,$$

又因 $PD : PQ = PQ : 2PO,$

故經組合後

$$TQ : PQ = PQ : 2PS,$$

或 $PQ^2 = TQ \cdot 2PS.$

此即所欲證者。

§ 21. 定理。 設中介物各處之密度與該處距一不動的中心之距離成反比，向心力與密度之平方相比，則物體能在一螺旋線上運動，該線與一切由該中心出發的半徑，在一不變的角下相交。

今仍保存以上補題內的一切假定，將 SQ 引長至 V ，使

$$S\dot{V} = SP.$$

在相等的時間內，物體作成甚小的弧 PQ 與 QR 。由中介物之抵抗力所發生的弧之減小，或此項弧與同時間內在無抵抗的中介物中所作者之差，其相比如時間之平方相比（即產生此的時間），所 PQ 弧之減小，等於 PR 弧之減小之 $\frac{1}{4}$ 。今設

$$PSQ = QSr,$$

則 PQ 之減小

$$= \frac{1}{2} Rr,$$

故抵抗力與向心力相比，如

$$\frac{1}{2} Rr : TQ \quad (1).$$

因 P 點之向心力與 SP^2 成反比， TQ 則為其所產生，與該力及時間之平方相比（即，與產生 PQ 弧的時間之平方相比），故 $TQ \cdot SP^2$ 與該項時間之平方相比，按 § 20，亦即是 $\frac{1}{2} PQ^2 \cdot SP$ 與時間之平方相比，所以時間與

$$PQ\sqrt{SP} \quad (2)$$

相比，而物體在時間內用以作成 PQ 弧的速度與

$$\frac{PQ}{PQ\sqrt{SP}} = \frac{1}{\sqrt{SP}} \quad (3)$$

相比，亦即是，與距離 SP 之平方根成反比。仿此，
亦可知物體作成 QR 弧的速度，與 SQ 之平方根
成反比。但 PQ 與 QR 相比，如產生此的速度相
比，故有

$$\begin{aligned} PQ : QR &= \frac{1}{\sqrt{SP}} : \frac{1}{\sqrt{SQ}} \\ &= QS : \sqrt{SP \cdot SQ} \quad (4). \end{aligned}$$

又因 $\angle SPQ = \angle SQR$,

而 面積 $PSQ = QSr$,

故亦 $PQ : QR = QS : SP \quad (5).$

將(4)與(5)組合後，即得

$$PQ : QR = QS : PS = \sqrt{PS \cdot QS},$$

或 $PQ : Rr = QS : \frac{1}{2}VQ \quad (6),$

蓋當 P 與 Q 相合時，

$$SP = \sqrt{SP \cdot SQ} : \frac{1}{2}QV$$

成爲一相等的比。因中介物之抵抗力所產生的
 PQ 之減小，即， $\frac{1}{2}Rr$ 與抵抗力及時間之平方相

比，故抵抗力與

$$\frac{Rr}{PQ^2 \cdot SP}$$

相比，按(6)，可知

$$\frac{Rr}{PQ^2 \cdot SP} \text{ 與 } \frac{\frac{1}{2}VQ}{SQ \cdot PQ \cdot SP} = \frac{\frac{1}{2}OS}{OP \cdot SP^2} \text{ 相比 (7).}$$

倘 P 與 Q 相合，則

$$SP = SQ,$$

$$\angle PVQ = 90^\circ$$

又因 $\triangle PVQ \sim \triangle PSO$,

故 $PQ : \frac{1}{2}VQ = OP : \frac{1}{2}OS$ (8).

從可知 $\frac{OS}{OP \cdot SP^2}$ 與抵抗力相比，而抵抗力則亦與 P 處中介物之密度及速度之平方相比。今如由(7)內之式上取去 $\frac{1}{SP}$ ，則即可知 P 點之中介物密度與

$$\frac{OS}{OP \cdot SP} \quad (9)$$

相比。倘螺旋線為已知，則即可求

$$OS : OP,$$

而 P 點之密度與

$$\frac{1}{SP} \quad (10)$$

相比，所以中介物之密度如與 SP 成反比，則物體即可在螺旋曲線上運動，此即所欲證者。

系 1. 任何處 P 之速度，恆為物體於無抵抗的中介物內在圓上運動時所能有的速度；此圓之半徑為 SP ，其向心力亦同前。

系 2. 倘距離 SP 為已知，則中介物之密度與

$$\frac{OS}{OP}$$

相比。設距離為未知，則密度與

$$\frac{OS}{OP \cdot PS}$$

相比。

由此可知螺旋線於任何密度均可適應。

系 3. 任何處 P 之抵抗力與該處之向心力相比，如 $\frac{1}{2}OS : OP$ 。

蓋該項力與

$$\frac{1}{2}Rr = \frac{1}{2} \frac{VQ \cdot PQ}{QS} \quad \text{及} \quad TQ = \frac{1}{2} \frac{PQ^2}{PS}$$

相比，所以其相比，如（設 $QS = PS$ ）

$$\frac{1}{2}VQ : PQ \text{ 或如 } \frac{1}{2}OS : OP.$$

故如螺旋線爲已知，則抵抗力與向心力之力亦即可知；反之，由已知的抵抗力與向心力之比，亦可求得螺旋線。

系 4. 所以，祇當抵抗力小於向心力之半時，物體乃能在螺旋線上運動。倘抵抗力等於向心力之半，則螺旋線與直線相合，即與 PS 相合，物體於其上向中心運動，其速度與一其他（物體在無抵抗的中介物內於拋物線上運動時所有的）速度相比，如

$$1 : \sqrt{2}.$$

所以下降的時間與速度成反比，因而爲不變的。

系 5. 因離心相等的距離內，螺旋線及直線 SP 上之速度相等，又因螺旋之長與直線之長相比，其數恆爲

$$OP : OS,$$

故螺旋線上下降與直線上下降之時間相比，其數亦爲常數，所以前者爲常數。

系 6. 倘以 S 爲中心，以二已知的半徑作圓，螺

旋線與 PS 半徑所作的角可任意改變，則物體在二圓間所可經過的環繞數，其比如

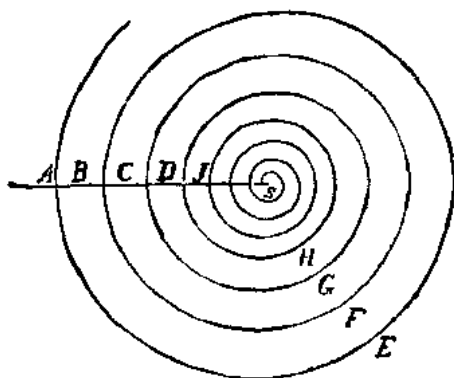
$$PS : OS,$$

或與角之正切相比，此角亦即為螺旋線與 PS 半徑所作者，但環繞的時間，則其比如

$$OP : OS,$$

即是，與該角之正割相比，或與中介物之密度成為反比。

系 7. 一物體在一中介物內於一任意的曲線 AEB 上繞一中心運動，其與 AS 半徑在 B 處之交



第一六二圖

角等於 A 處之交角，中介物之密度則與離心之距離成反比， B 點之速度與 A 點者相比，如

$$\sqrt{AS} : \sqrt{BS}.$$

如是則物體不斷的經過無數環繞 BFC , CGD 等等，其在 AS 半徑上所割之段，

$$AS, BS, CS, DS, \text{ 等等,}$$

成爲一連比，其環繞時間與軌道之周

$$AEB, BFC, CGD \text{ 等等,}$$

成爲正比，與各開始點

$$A, B, C, \text{ 等等}$$

之速度成反比，即，與

$$AS^{\frac{3}{2}}, BS^{\frac{3}{2}}, CS^{\frac{3}{2}}, \text{ 等等}$$

成反比，又，物體達到中心所須的時間與第一環繞之時間相比，如

$$AS^{\frac{3}{2}} + BS^{\frac{3}{2}} + CS^{\frac{3}{2}} + \dots : AS^{\frac{3}{2}},$$

即是，如

$$AS^{\frac{3}{2}} : AS^{\frac{3}{2}} - BS^{\frac{3}{2}},$$

或，很相近的如